

Popuniti odmah! PISATI JEDNOSTRANO!
IME I PREZIME: KRISTINA TISSAUER

BROJ INDEKSA: 17-2-0129-2011

DATUM: 26.6.2012. VRIJEME: OD DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

37

Broj ↓
bodova

1. Zadan je skup linearnih jednadžbi:

$$2x + 3y - 3z - w = -5$$

$$3z - 2y = 5$$

$$2y - x - w = -1$$

$$w - 4x + 3z = 9$$

(a) zapisati dani sustav matrično,

2

(b) riješiti matrični sustav Gaussovom metodom

10

(c) provjeriti izračunato rješenje matričnim množenjem

3

2. Riješiti u kompleksnim brojevima sljedeće jednadžbe:

(a) $z^3 + |3 - 4i| = \frac{5}{i}$.

10

(b) $-z + |z - 4i| = \overline{3 + 4i}$.

10

3. Za funkciju $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$:

(a) odrediti asimptote i

10

(b) odrediti prvu derivaciju

10

4. Za funkciju $g(x) = \frac{e^{2x}}{x^2}$:

(a) uz pomoć L'Hopitalovog pravila odrediti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

10

(b) uz pomoć zaključka iz (a) diskutirati konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n^2}$

10

5. Zadana je funkcija: $h(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$. Na temelju ispitivanja toka funkcije:

(a) diskutirati da li je funkcija globalno ograničena ili ne,

5

(b) navesti sve lokalne ekstreme,

5

(c) navesti sve točke infleksije i

5

(d) napraviti skicu grafa funkcije.

10

VIDI RJEŠENJE 1

⑤ $h(x) = \frac{x^2-3}{x^2+3}$

① Domena

$$x^2+3=0$$

$$x^2=-3$$

$\Delta f x \in \mathbb{R}$ ✓

② NUL TOČKE

$$x^2-3=0$$

$$x^2 = \overset{\ominus}{-3}$$

Nema nul točaka ✗

③ PARNOST I NEPARNOST

$$f(-x) = \frac{(-x)^2-3}{(-x)^2+3} = f(x) = \frac{x^2-3}{x^2+3}$$

funkcija je parna ✓

ASIMPTOTE

Nema vertikalne asimptote jer nema točaka presjeka x na rubu domene

Horizontalna

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+3}{x^2+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-x)^2-3}{(-x)^2+3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-3}{x^2+3} \begin{matrix} | : x^2 \\ 1 : x^2 \end{matrix} = \frac{1 - \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{3}{x^2}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-3}{x^2+3} \begin{matrix} | : x^2 \\ 1 : x^2 \end{matrix} = \frac{1 - \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{3}{x^2}} = \frac{1}{1} = 1$$

$\boxed{y=1}$ ✓

Nema kose asimptote kad nema horizontalne.

→ nastavak

③ $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$

ASIMPTOTE

horizontalna

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x - \sqrt{x^2 - x} \cdot \frac{-x + \sqrt{x^2 - x}}{-x + \sqrt{x^2 - x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(-x) - \sqrt{x^2 + x}}{1} \cdot \frac{(-x) + \sqrt{x^2 + x}}{-x + \sqrt{x^2 + x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - (x^2 + x)}{-x + \sqrt{x^2 + x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{x^2} - \cancel{x^2} - x}{-x + \sqrt{x^2 + x}} \cdot \frac{1 : x}{1 : x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{-1 + 1} = \frac{-1}{0} = -\infty \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - x}}{1} \cdot \frac{x + \sqrt{x^2 - x}}{x + \sqrt{x^2 - x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - (x^2 - x)}{x + \sqrt{x^2 - x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{x^2} - \cancel{x^2} + x}{x + \sqrt{x^2 - x}} \cdot \frac{1 : x}{1 : x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2} \quad \boxed{y = \frac{1}{2}} \checkmark \underline{5}$$

Domena

$x^2 - x \geq 0$

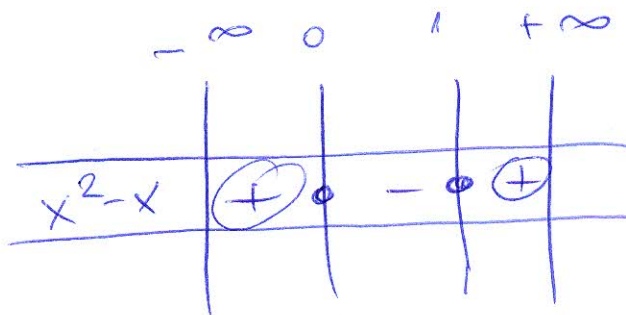
$x^2 - x = 0$

$x(x - 1) = 0$

$x_1 = 0$

$x - 1 = 0$

$x_2 = 1$



$\Delta f(x) \quad x \in \langle -\infty, 0 \rangle \cup$

$[1, +\infty) \rangle$

③ nastavak

Nema kosih asimptota jer ~~prejela~~ ~~ima~~ ~~horizontalne~~ i nema V.A jer nema točaka prejelja.

NEMA LIJEVU H.A. PA MOŽE IMATI L.K.A.

PRVA DERIVACIJA

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$$

$$f'(x) = x - (x^2 - x)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{2} (x^2 - x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x - 1)$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x^2 - x}} \cdot (2x - 1)$$

$$f'(x) = 1 - \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - x}} \quad \checkmark \quad \underline{10}$$

$$-2x(x^2 - 3)$$

⑤ nastavak

STACIONARNE TOČKE

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 3)' \cdot (x^2 + 3) - (x^2 - 3) \cdot (x^2 + 3)'}{(x^2 + 3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot (x^2 + 3) - (x^2 - 3) \cdot 2x}{(x^2 + 3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 6x - 2x^3 + 6x}{(x^2 + 3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 3)^2}$$

$$12x = 0 \quad | :12$$

$$x = 0$$

$-\infty \quad 0 \quad +\infty$

	-1	+1	
f'(x)	-	+	
f(x)	↘	↗	

$$\frac{-12}{(1+3)^2} = -\frac{12}{8}$$

MN (0, 0)

MN (0, -1)

VIDI SE SA SLIKE

5

