

MATEMATIKA 2

14. lipnja 2012.

Ime i prezime: Toma Medić Broj indeksa: 17-2-0052

Vrijeme: od 8:25 do 8:35 ♣4

Broj bodova: ~~0~~

Trajanje ispita je 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

1. (15) Integriraj

$$\int \frac{1 + \sin(3x)}{\cos^2(3x)} dx$$

2. <sup>15</sup>  
~~(10)~~ Integriraj

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{(x+2)(x^2+1)} dx$$

VIDI VUJATOVIĆ

3. <sup>15</sup>  
~~(10)~~ Odredi površinu koju zatvaraju krivulja  $y^2 = 2x + 1$  i pravac  $y = x + 1$ .

VIDI MACOLA

4. (10+10)

a) Ispitaj ekstreme funkcije

$$f(x, y) = xy + 4x^2 - 3y^2 \quad \text{VIDI MACOLA}$$

b) Odredi domenu funkcije:

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$$

$x^2 + y^2 > 0$  za sve  $x, y$

5. ~~(20+15)~~ Riješi sljedeće diferencijalne jednačbe:

$\Rightarrow D(f) = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$   $\sin x = 0: y = 0$

a)

$$xy' - 5y = x^4$$

b)

$$y'' + 6y' + 9y = 2 \cos x$$

VIDI RJEŠENJA NA SLJEDEĆIM STRANICAMA.

PISATI JEDNOSTRANO!

7

NA SVAKI LIST PAPIRA NA PISATI IME I PREZIME!

MASTAVNI KOVA

RJEŠENJA

$$\int \frac{1 + \sin(3x)}{\cos^2(3x)} dx \quad \left. \begin{array}{l} 3x = t \\ 3dx = dt \end{array} \right\} = \int \frac{1 + \sin t}{\cos^2 t} \frac{dt}{3} =$$

$$= \frac{1}{3} \int \frac{1 + \sin t}{\cos^2 t} dt \quad (*)$$

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} z = \cos t \\ dz = -\sin t dt \end{array} \right\} \Rightarrow \int \frac{dz}{z^2} = \frac{1}{z} = \frac{1}{\cos t} + C$$

PRVI NAČIN:

$$(*) = \frac{1}{3} \int \frac{1}{\cos^2 t} dt + \frac{1}{3} \int \frac{\sin t}{\cos^2 t} dt$$

$$= \frac{1}{3} \tan t + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\cos t} = \frac{1}{3} \left( \tan(3x) + \frac{1}{\cos(3x)} \right) + C$$

DRUGI NAČIN:

UZ POMOĆ TRIGONOMETRIJSKIH SUPSTITUCIJA ...

5a) PRVI NAČIN: VIDI BILJEŠKU UZ KURIC

DRUGI NAČIN: VARIJACIJA KONSTANTE

$$1^{\circ} \quad xy' - 5y = 0 \Rightarrow xy' = 5y \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{5}{x} \quad | \int \Rightarrow \ln|y| = 5 \ln|x| + c \\ \Rightarrow y = Cx^5$$

2<sup>o</sup> UVRSTITI  $y = c(x) \cdot x^5$  u POLAZNU ODJ.  $xy' - 5y = x^4$

$$\left. \begin{array}{l} x(c'(x) \cdot x^5 + \cancel{c(x) \cdot 5x^4}) - 5 \cdot c(x) \cdot x^5 = x^4 \\ c'(x) \cdot x^6 = x^4 \\ c'(x) = x^{-2} \\ c(x) = -\frac{1}{x} + C \end{array} \right\} \Rightarrow y = \left(-\frac{1}{x} + C\right) \cdot x^5$$

$$5b) \quad y'' + 6y' + 9y = 2 \cos x$$

HOMOGENA :

$$y'' + 6y' + 9y = 0$$

KARAKTERISTIČNA :

$$\lambda^2 + 6\lambda + 9 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = -3$$

RJEŠENJE HOMOGENE

$$y_0 = e^{-3x} (A + Bx)$$

$$y = y_0 + Y$$

OPĆE RJEŠENJE POLAZNE ODJ:

$$y = e^{-3x} (A + Bx) + \frac{4}{25} \cos x + \frac{3}{25} \sin x$$

POSEBNO RJEŠENJE TRAZITI U OBLIKU

$$Y = A \cos x + B \sin x$$

UVRSTITI U POLAZNU JEDNAŽBU:

$$y'' + 6y' + 9y = 2 \cos x$$

$$(-A \cos x - B \sin x) + 6(-A \sin x + B \cos x) + 9(A \cos x + B \sin x) = 2 \cos x$$

$$(-A + 6B + 9A) \cos x + (-B - 6A + 9B) \sin x = 2 \cos x$$

$$\left. \begin{aligned} -A + 6B + 9A &= 2 \\ -B - 6A + 9B &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\underline{-B - 6A + 9B = 0}$$

$$\left. \begin{aligned} 8A + 6B &= 2 \\ -6A + 8B &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$-6A + 8B = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \frac{4}{25} \\ B = \frac{3}{25} \end{cases}$$

$$Y = \frac{4}{25} \cos x + \frac{3}{25} \sin x$$