

Popuniti odmah! PISATI JEDNOSTRANO!

IME I PREZIME: TOMISLAV TUTA

BROJ INDEKSA:

DATUM: 26.6.2012. VRIJEME: OD DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

35

Broj ↓
bodova

1. Zadan je skup linearnih jednadžbi:

$$2x + 3y - 3z - w = -5$$

$$3z - 2y = 5$$

$$2y - x - w = -1$$

$$w - 4x + 3z = 9$$

- (a) zapisati dani sustav matrično, 2
(b) riješiti matrični sustav Gaussovom metodom 10
(c) provjeriti izračunato rješenje matričnim množenjem 3

2. Riješiti u kompleksnim brojevima sljedeće jednadžbe:

(a) $z^3 + |3 - 4i| = \frac{5}{i}$. 10

(b) $-z + |z - 4i| = \overline{3 + 4i}$. 10

3. Za funkciju $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$:

- (a) odrediti asimptote i 10
(b) odrediti prvu derivaciju 10

4. Za funkciju $g(x) = \frac{e^{2x}}{x^2}$:

(a) uz pomoć L'Hopitalovog pravila odrediti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ 10

(b) uz pomoć zaključka iz (a) diskutirati konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n^2}$ 10

5. Zadana je funkcija: $h(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$. Na temelju ispitivanja toka funkcije:

- (a) diskutirati da li je funkcija globalno ograničena ili ne, 5
(b) navesti sve lokalne ekstreme, 5
(c) navesti sve točke infleksije i 5
(d) napraviti skicu grafa funkcije. 10

VIDI RJEŠENJE 1

$$5. f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$$

DOMENA

$$D_f = \mathbb{R} \quad \checkmark$$

ASIMPTOTE

VERTIKALNA NEMA \checkmark

HORIZONTALNA

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3} \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$f(x) = \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{3}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{3}{x^2}} = 1 \quad y = 1 \quad \checkmark$$

NUL TOČKA

$$f(x) = 0 \quad f(x) = \frac{0^2 - 3}{0^2 + 3} = \frac{-3}{+3} = -1$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$$

$$f'(x) = \frac{|x^2 - 3|' \cdot (x^2 + 3) - (x^2 - 3) \cdot (x^2 + 3)'}{(x^2 + 3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 + 3) - (x^2 - 3) \cdot 2x}{(x^2 + 3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 6x - 2x^3 + 6x}{(x^2 + 3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 3)^2}$$

$$12x = 0 \quad \checkmark$$

$$x = -12x \quad \checkmark$$

EKSTREMUM

SA SUKE U PREDU.

3

$$4.) \frac{12x}{(x^2+3)^2}$$

$$h''(x) = \frac{(12x)' \cdot (x^2+3)^2 - 12x \cdot (x^2+3)'}{(x^2+3)^4}$$

$$\frac{12(x^2+3)^2 - 12x \cdot 4x(x^2+3)}{(x^2+3)^4}$$

$$\frac{12(x^2+3) - 48x^2}{(x^2+3)^3}$$

$$h''(x) = \frac{12x^2 + 36 - 48x^2}{(x^2+3)^3}$$

$$h''(x) = \frac{12x^2 + 36 - 48x^2}{(x^2+3)^3}$$

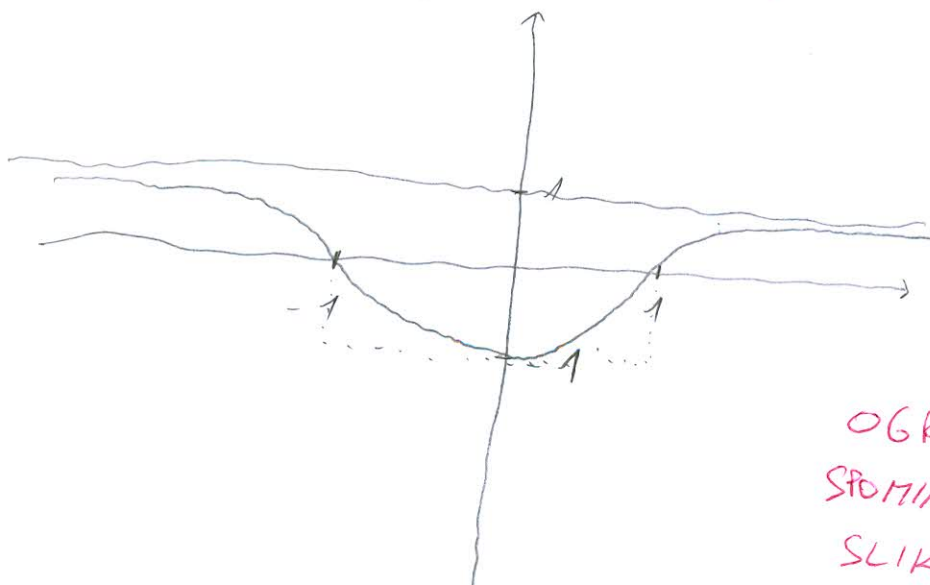
$$h''(x) = \frac{-36x^2 + 36}{(x^2+3)^3}$$

$$-36x^2 + 36 = 0$$

$$-36x^2 = -36 \quad | : -36$$

$$x = \pm 1$$

INFLEKSIJA O.K. 5



SKICA O.K. ✓

10

OGRANIČENOST NE
SPOMINJE ALI SA
SLIKE SE VIDI.

5

IME I PREZIME: TOMISLAV TUTA

BROJ INDEKSA:

$$1.) \begin{array}{cccc|c} 2 & 3 & -3 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 5 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -4 & 3 & 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & 3 & -3 & -1 & -5 \\ 0 & 1 & -4 & 3 & 9 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 5 \end{array} \begin{array}{l} \cdot (-3) \\ \cdot (-2) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & 9 & -10 & -22 \\ 0 & 1 & -4 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 7 & -7 & -19 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 5 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ /:7 \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & 9 & -10 & -22 \\ 0 & 1 & -4 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -\frac{19}{7} \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 5 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \cdot (-3) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & 9 & -10 & -22 \\ 0 & 1 & -4 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -\frac{19}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{285}{7} \end{array} \begin{array}{l} /:2 \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{9}{2} & -5 & -11 \\ 0 & 1 & -4 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -\frac{19}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{285}{7} \end{array}$$

3. $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$

$$f'(x) = \left(x - [x^2 - x]^{\frac{1}{2}} \right)'$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{2}(x^2 - x)^{-\frac{1}{2}}(2x - 1)$$

10

ASIMPTOTE

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$$

$$x=0 \quad x^2 - x > 0$$

VERTIKALNE NEMA

KOSE NEMA

HORIZONTALNA ASIMPTOTA

$$f(x) \lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 - x} /: x$$

$$f(x) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x} - \sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2}}$$

$$f(x) \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \sqrt{1}$$

$$f(x) \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - 1 = 0$$

X