

Popuniti odmah! PISATI JEDNOSTRANO!

IME I PREZIME: ROKO ĐUREVIĆ

BROJ INDEKSA: 57351

25

DATUM: 26.6.2012. VRIJEME: OD

DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓
bodova

1. Zadan je skup linearnih jednadžbi:

$$2x + 3y - 3z - w = -5$$

$$3z - 2y = 5$$

$$2y - x - w = -1$$

$$w - 4x + 3z = 9$$

- (a) zapisati dani sustav matrično,
(b) riješiti matrični sustav Gaussovom metodom
(c) provjeriti izračunato rješenje matričnim množenjem

2
10
3

2. Riješiti u kompleksnim brojevima sljedeće jednadžbe:

(a) $z^3 + |3 - 4i| = \frac{5}{i}$.

10

(b) $-z + |z - 4i| = \overline{3 + 4i}$.

10

3. Za funkciju $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$:

- (a) odrediti asimptote i
(b) odrediti prvu derivaciju

10
5
10

4. Za funkciju $g(x) = \frac{e^{2x}}{x^2}$:

(a) uz pomoć L'Hopitalovog pravila odrediti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

10

(b) uz pomoć zaključka iz (a) diskutirati konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n^2}$

10

5. Zadana je funkcija: $h(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$. Na temelju ispitivanja toka funkcije:

- (a) diskutirati da li je funkcija globalno ograničena ili ne,
(b) navesti sve lokalne ekstreme,
(c) navesti sve točke infleksije i
(d) napraviti skicu grafa funkcije.

5
5
5
10

VIDI RJEŠENJE 1

1.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 & -1 & -5 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ -5 & 0 & 3 & 1 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow{R1+R3} \begin{bmatrix} 1 & 5 & -3 & -2 & -6 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ -5 & 0 & 3 & 1 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow{R3+R1, R4+5R1} \begin{bmatrix} 1 & 5 & -3 & -2 & -6 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 7 & -3 & -3 & -7 \\ 0 & 20 & -9 & -7 & -15 \end{bmatrix} \xrightarrow{R2 \cdot (-\frac{1}{2})}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & -3 & -2 & -6 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 7 & -3 & -3 & -7 \\ 0 & 20 & -9 & -7 & -15 \end{bmatrix} \xrightarrow{R1-5R2, R3-7R2, R4-20R2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{9}{2} & -2 & \frac{13}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{15}{2} & -3 & \frac{12}{2} \\ 0 & 0 & 21 & -7 & \frac{35}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{R3 \cdot (\frac{2}{15})} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{9}{2} & -2 & \frac{13}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 21 & -7 & \frac{35}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{R1-\frac{9}{2}R3, R2+\frac{3}{2}R3, R4-21R3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{11}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{12}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & \frac{17}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7}{5} & \frac{28}{5} \end{bmatrix} \xrightarrow{R4 \cdot (\frac{5}{7})} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{5} & \frac{11}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{12}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{6}{5} & \frac{17}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{R1+\frac{1}{5}R4, R2+\frac{3}{5}R4, R3+\frac{6}{5}R4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

PROVJERA

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & -2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ -5 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

3.)

$x^2 - x \geq 0$ $-\infty$ 0 1 $+\infty$ $D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$

$\frac{1 \pm \sqrt{1+4 \cdot 1 \cdot 0}}{2} = \frac{1 \pm 1}{2}$

$\frac{1+1}{2} = 1$

$x_1 = 1$

$x_2 = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0} x - \sqrt{x^2 - x} = [0 - 0] = 0 - 0 = 0$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{x^2 - x}}{x + \sqrt{x^2 - x}} = \frac{x^2 - x^2 + x}{x^2 + \sqrt{x^2 - x} \cdot x} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

3 D.H.A. $x = \frac{1}{2} \checkmark$ ŠTO JE LIJEVO?

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x - \sqrt{x^2 - x} = -x - \sqrt{x^2 + x} = -x - \sqrt{x^2 + x}$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - \sqrt{x^2 + x}}{-x + \sqrt{x^2 + x}} = \frac{x^2 + x^2 + x}{x^2 + \sqrt{x^2 + x} \cdot x} = \frac{2}{0} = +\infty$

NEMA V.A. \checkmark

$f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$ MEDOSIAJU ZAGRADE

$f'(x) = x' - (x^2 - x)^{\frac{1}{2}}$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{2}(x^2 - x)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x - 1$

$f'(x) = -x(x^2 - x)^{-\frac{1}{2}}$

5.) $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3} \quad D_f = \mathbb{R}$

N'JE OGRANIČENA **X**

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 3)' \cdot (x^2 + 3) - (x^2 - 3) \cdot (x^2 + 3)'}{(x^2 + 3)^2} = \frac{2x(x^2 + 3) - 2x(x^2 - 3)}{(x^2 + 3)^2} = \frac{2x^3 + 6x - 2x^3 + 6x}{(x^2 + 3)^2} = \frac{12x}{(x^2 + 3)^2}$$

$$\frac{12x}{(x^2 + 3)^2} = 0 \quad 12x = 0$$

$$x = 0$$

	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	-	+	
ROF	↘	↗	

lok. MIN. ✓

$$f''(x) = \frac{12x' \cdot (x^2 + 3)^2 - 12x \cdot (x^2 + 3)'}{(x^2 + 3)^4} = \frac{12 \cdot (x^2 + 3)^2 - 12x \cdot (2(x^2 + 3) \cdot 2x)}{(x^2 + 3)^4} = \frac{12(x^4 + 6x^2 + 9) - 48x^2(x^2 + 3)}{(x^2 + 3)^4}$$