

Popuniti odmah! PISATI JEDNOSTRANO!

IME I PREZIME: ADRIANO VIPOTNIK

BROJ INDEKSA: 17-2-0/38-2011

DATUM: 26.6.2012. VRIJEME: OD 08:20 DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

35  
Broj ↓  
bodova

1. Zadan je skup linearnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} 2x + 3y - 3z - w &= -5 \\ 3z - 2y &= 5 \\ 2y - x - w &= -1 \\ w - 4x + 3z &= 9 \end{aligned}$$

- (a) zapisati dani sustav matrično,  
 (b) riješiti matrični sustav Gaussovom metodom  
 (c) provjeriti izračunato rješenje matričnim množenjem

2  
10  
3

2. Riješiti u kompleksnim brojevima sljedeće jednadžbe:

(a)  $z^3 + |3 - 4i| = \frac{5}{i}$   
 (b)  $-z + |z - 4i| = 3 + 4i$

~~10~~  
~~10~~

3. Za funkciju  $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$ :

- (a) odrediti asimptote i  
 (b) odrediti prvu derivaciju

~~10~~  
~~10~~

4. Za funkciju  $g(x) = \frac{e^{2x}}{x^2}$ :

(a) uz pomoć L'Hopitalovog pravila odrediti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

10

(b) uz pomoć zaključka iz (a) diskutirati konvergenciju reda:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n^2}$

10

5. Zadana je funkcija:  $h(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$ . Na temelju ispitivanja toka funkcije:

- (a) diskutirati da li je funkcija globalno ograničena ili ne,  
 (b) navesti sve lokalne ekstreme,  
 (c) navesti sve točke infleksije i  
 (d) napraviti skicu grafa funkcije.

5  
~~5~~  
~~5~~  
10  
5

1.)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 & -1 & -5 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ -4 & 0 & 3 & 1 & 9 \end{bmatrix}$  ✓

f.)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 & -1 & -5 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ -4 & 0 & 3 & 1 & 9 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \sim \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ -4 & 0 & 3 & 1 & 9 \end{bmatrix} \cdot (1) \cdot (4)$

$\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & \frac{7}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{7}{2} \\ 0 & 6 & -3 & -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \sim \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & \frac{7}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{7}{2} \\ 0 & 6 & -3 & -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot (-6)$

VIDI RJEŠENJE!

OTRAGA NIJE SKEMPTANO!

$$k=0 \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\sqrt{50}} \left( \cos \frac{\frac{3\pi}{4} + 0}{3} + i \sin \frac{\frac{3\pi}{4} + 0}{3} \right)$$

$$= 2,660 \left( \cos \frac{13\pi}{12} + i \sin \frac{3\pi}{12} \right)$$

$$z_0 = 2,660 \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$= 2,660 (0,707 + 0,707i)$$

$$= 1,881 + 1,881i$$

$$k=1 \quad \sqrt[3]{2} = 2,660 \left( \cos \frac{\frac{3\pi}{4} + 2\pi}{3} + i \sin \frac{\frac{3\pi}{4} + 2\pi}{3} \right)$$

$$= 2,660 \left( \cos \frac{11\pi}{12} + i \sin \frac{11\pi}{12} \right)$$

$$z_1 = 2,660 \left( \frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} + i \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \right)$$

$$= 2,660 (-0,966 + i 0,259)$$

$$= -2,570 + 0,689i$$

$$k=2 \quad \sqrt[3]{2} = 2,660 \left( \cos \frac{\frac{3\pi}{4} + 4\pi}{3} + i \sin \frac{\frac{3\pi}{4} + 4\pi}{3} \right)$$

$$= 2,660 \left( \cos \frac{19\pi}{12} + i \sin \frac{19\pi}{12} \right)$$

$$z_2 = 2,660 \left( \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} + i \frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \right)$$

$$= 2,660 (0,259 + i -0,966)$$

$$= 0,689i - 2,570i$$

$$b) \quad -z + |2-4i| = \overline{3+4i}$$

$$-z = \overline{3+4i} - \sqrt{2^2+16}$$

$$-z = 3-4i - z + 4$$

$$-z + z = 7-4i$$

$$0 = 7-4i$$

3.)  $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$

b.)  $f(x) = x - (x^2 - x)^{\frac{1}{2}} \quad | \quad ' \quad$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{2} (x^2 - x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x - 1)$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x}} \cdot (2x - 1)$$

$$f'(x) = 1 - \frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x}}$$

$$f'(x) = \frac{2x - 1 - 2\sqrt{x^2 - x}}{2\sqrt{x^2 - x}} = 2x - 2$$

a)  $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$

V.A.  $x^2 - x = 0$

$x = 0 \quad x(x - 1) = 0$

$x = 0 \quad x - 1 = 0$   
 $x = 1$

$\lim_{x \rightarrow 0} x - \sqrt{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} 0 - \sqrt{0} = 0$  nije V.A. ✓

$\lim_{x \rightarrow 1} x - \sqrt{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} 1 - \sqrt{1 - 1} = 1$  nije V.A. ✓

H.A

$\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 - x} \quad | :x = 0 - \sqrt{1 - 0} = -1$  je H.A.

5.)  $f(x) = \frac{x^2-3}{x^2+3}$

domena

I  $x^2+3 \neq 0$

$x^2 \neq -3 \quad | \sqrt{\quad}$

$x \neq \sqrt{-3}$  ne postoji negativni broj ispod korijena

$D f(x) \in \mathbb{R} \quad \checkmark$

asimptote

V.A.  $x^2+3=0$

$x^2 = -3 \quad | \sqrt{\quad}$

$x = \sqrt{-3}$

jedino vertikalna asimptota je os Y. **NEMA V.A.**

H.A.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-3}{x^2+3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-3 \quad | : x^2}{x^2+3 \quad | : x^2} = \frac{1-0}{1+0} = 1$  je H.A.  $\checkmark$

I derivacija

$f'(x) = \frac{2x(x^2+3) - (x^2-3)(2x)}{(x^2+3)^2}$

$f'(x) = \frac{2x^3+6x-2x^3+6x}{(x^2+3)^2} = \frac{12x}{(x^2+3)^2} \quad \checkmark$

II derivacija

$f''(x) = \frac{12(x^2+3)^2 - 12x [2(x^2+3) \cdot 2x]}{(x^2+3)^4}$

$f''(x) = \frac{12(x^4+6x^2+9) - 12x(4x^3+12x)}{(x^2+3)^4} =$

$f''(x) = \frac{12x^4+72x^2+108-48x^4-144x^2}{(x^2+3)^4} = \frac{-36x^4-72x^2+108}{(x^2+3)^4} = \frac{36}{(x^2+3)^2}$

X