

Popuniti odmah! PISATI JEDNOSTRANO!

IME I PREZIME: NIKOLINA KOMJENOVIC

BRJ INDEKSA: 17-2-0114-2011

2

DATUM: 26.6.2012. VRIJEME: OD 8:00 DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓
bodova

1. Zadan je skup linearnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} 2x + 3y - 3z - w &= -5 \\ 3z - 2y &= 5 \\ 2y - x - w &= -1 \\ w - 4x + 3z &= 9 \end{aligned}$$

- (a) zapisati dani sustav matrično,
- (b) riješiti matrični sustav Gaussovom metodom
- (c) provjeriti izračunato rješenje matričnim množenjem

2
10
3

2. Riješiti u kompleksnim brojevima sljedeće jednadžbe:

- (a) $z^3 + |3 - 4i| = \frac{5}{i}$.
- (b) $-z + |z - 4i| = \overline{3 + 4i}$.

10
10

3. Za funkciju $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$:

- (a) odrediti asimptote i
- (b) odrediti prvu derivaciju

~~10~~
10

4. Za funkciju $g(x) = \frac{e^{2x}}{x^2}$:

- (a) uz pomoć L'Hopitalovog pravila odrediti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

~~10~~

- (b) uz pomoć zaključka iz (a) diskutirati konvergenciju reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n^2}$

~~10~~

5. Zadana je funkcija: $h(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$. Na temelju ispitivanja toka funkcije:

- (a) diskutirati da li je funkcija globalno ograničena ili ne,
- (b) navesti sve lokalne ekstreme,
- (c) navesti sve točke infleksije i
- (d) napraviti skicu grafa funkcije.

5
5
5
10

$$\textcircled{1} \left[\begin{array}{cccc|c} 2 & 3 & -3 & -1 & -5 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & -1 \\ -4 & 0 & 3 & 1 & 9 \end{array} \right] \underline{2}$$

$$\textcircled{3} f(x) = x - \sqrt{x^2 - x}$$

V.A. $\lim_{x \rightarrow 1} x - \sqrt{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} (1 - \sqrt{1^2 - 1}) = 1$ Nema V.A. $\lim_{x \rightarrow -1} -1 - 1 = -2$

H.A. $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 - x} \cdot \frac{x + \sqrt{x^2 - x}}{x + \sqrt{x^2 - x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x - \sqrt{x^2 - x})(x + \sqrt{x^2 - x})}{x + \sqrt{x^2 - x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^2 - 1}{x + \sqrt{x^2 - x}} = \frac{0}{2} = \infty$

NEMA H.A. ~~X~~

K.A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \frac{x - \sqrt{x^2 - x}}{\sqrt{x^2 - x}}$

$y = kx + l \Rightarrow$

(4.) $g(x) = \frac{e^{2x}}{x^2}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}/1}{x^2/1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{2x} = \dots$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n^2} = \dots$

(5.) $h(x) = \frac{x^2-3}{x^2+3}$

$x^2+3 \neq 0$

$x^2-3=0$

$x^2-3 > 0$

$x^2 = -3$

$x^2 = 3$

$D(f) \times \mathbb{R}$

$x = \sqrt{3}$

$N(\sqrt{3}, 0)$

$f'(x) = \frac{x^2-3}{x^2+3} = \frac{(x^2-3)' \cdot (x^2+3) - (x^2-3) \cdot (x^2+3)'}{(x^2+3)^2} = \frac{2x(x^2+3) - 2x(x^2-3)}{(x^2+3)^2} = \frac{4x^3+6x-2x^3+6x}{(x^2+3)^2} =$

$= \frac{2x^3+12x}{(x^2+3)^2} = \frac{2x^3+12x}{x^2+9} = \frac{2+12x}{x+9}$

$\frac{2+12x}{x+9} = 0$

$2+12x=0$

$12x=-2$

$x+9=0$
 $x=-9$

$x = -\frac{1}{6}$

$f''(x) = \frac{2+12x}{x+9} = \frac{(2+12x)' \cdot (x+9) - (2+12x) \cdot (x+9)'}{(x+9)^2} = \frac{12(x+9) - 12}{(x+9)^2} = \frac{x+9}{(x+9)^2} = \frac{1}{x+9}$

(Handwritten mark)