MATEMATIKA 2

~~14. lipnja 2012.~~

Ime i prezime: RJEŠENJE 1 Broj indeksa: ______

Vrijeme: od ______ do ______ ♣5 Broj bodova:

Trajanje ispita je 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

1. *(15)* Integriraj

$$\int_0^1 x \tan(x^2+1)\,dx$$

2. *(20)* Integriraj

$$\int \frac{x^2+1}{(x+1)^2(x-1)}dx$$

3. *(20)* Odredi površinu koju zatvaraju krivulje $y = 1 - x^2$, $y = 3 + 2x - x^6$ i os apscisa. IZBAČENO

4. *(10+10)*

a) Ispitaj ekstreme funkcije

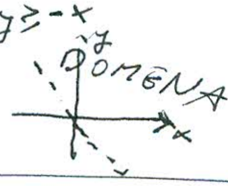
$$f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 3x - 6y$$

b) Odredi domenu funkcije:

$$f(x, y) = x - \sqrt{x+y}$$

$\Rightarrow x+y \geq 0 \Rightarrow y \geq -x$

VIDI BILAFER



5. *(10+15)* Riješi sljedeće diferencijalne jednadžbe:

a) $y' = -\frac{y}{x} \Rightarrow \frac{y'}{y} = -\frac{1}{x} \;/\int$

$$\ln y = -\ln x = \ln x^{-1} + C \;/e^{\square}$$

$$y = C \cdot x^{-1} = \frac{C}{x},\; C \in \mathbb{R}$$

b)

$$y'' + y' + \frac{1}{4}y = 2$$

OVO JE NEHOMOGENA LINEARNA ODJ 2. REDA

HOMOGENA: $y'' + y' + \frac{1}{4}y = 0$

KARAKT. JEDN.: $\lambda^2 + \lambda + \frac{1}{4} = 0$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-1}}{2} = -\frac{1}{2}$$

RJEŠENJE HOMOGENE:

$$y_H = e^{-\frac{1}{2}x}(A + Bx)$$

POSEBNO RJEŠENJE NEHOMOGENE ODJ TRAŽIMO U OBLIKU

$$Y = C$$

UVRSTIMO:

$$\underbrace{C''}_{=0} + \underbrace{C'}_{=0} + \frac{1}{4}C = 2 \Rightarrow C = 8$$

OPĆE RJEŠENJE POLAZNE ODJ:

$$y = y_H + Y = e^{-\frac{1}{2}x}(A + Bx) + 8$$

PISATI JEDNOSTRANO!

NA SVAKI LIST PAPIRA NAPISATI IME I PREZIME!

IME I PREZIME: RJEŠENJE 1 BROJ INDEKSA:

1) $$\int_0^1 x\tan(x^2+1)\,dx = \left\{ \begin{array}{l} t=x^2+1 \\ dt=2x\,dx \end{array}\right\} = \int_1^2 \tan(t)\,\frac{dt}{2} = \frac{1}{2}\int_1^2 \tan t\,dt$$

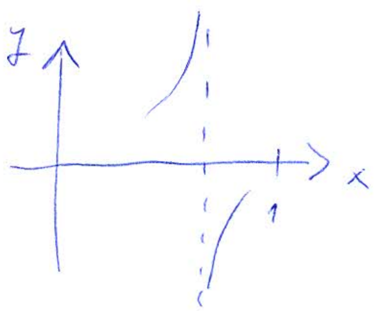
$$= \left[-\frac{1}{2}\ln|\cos t|\right]_1^2 = \left[-\frac{1}{2}\ln|\cos(x^2+1)|\right]_0^1$$

KADA JE $\cos(x^2+1)=0$ TADA $\ln|\cos(x^2+1)| \to -\infty$

DAKLE $x^2+1=\frac{\pi}{2}$ ZA $x^2=\frac{\pi}{2}-1$

$\Rightarrow$ VERTIKALNA ASIMPTOTA $x=\sqrt{\frac{\pi}{2}-1}\in[0,1]$
NA INTERVALU INTEGRACIJE

SKICA:



TREBA RAZUMIJETI DA JE RIJEČ O <u>NEPRAVOM INTEGRALU</u>.

ZADATAK SAM BODOVAO SA 10 BODOVA AKO NIJE PREPOZNAT NEPRAVI INTEGRAL NEGO JE DIREKTNO UVRŠTENO, TAKO SE DOBILA TZV. GLAVNA VRIJEDNOST. AKO JE OSTAVLJENA NEODREĐENA KONST $\Rightarrow$ 0 BODOVA

ZBOG $$\int_0^1 \underbrace{x\tan(x^2+1)\,dx}_{(*)} = \int_0^{V.A.}(*) + \int_{V.A.}^1 (*) = +\infty-\infty = \text{NE POSTOJI}$$

$$\int_0^{V.A.} x\tan(x^2+1)\,dx = \left[\frac{1}{2}\ln|\cos(x^2+1)|\right]_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}-1}} = \underbrace{\frac{-1}{2}\ln 0}_{+\infty} + \underbrace{\frac{1}{2}\ln|\cos 1|}_{\text{broj}} = +\infty$$

$$\int_{V.A.}^{1} x\tan(x^2+1)\,dx = \left[-\frac{1}{2}\ln|\cos(x^2+1)|\right]_{\sqrt{\frac{\pi}{2}-1}}^{1} = \underbrace{-\frac{1}{2}\ln|\cos 2|}_{\text{broj}} + \underbrace{\frac{1}{2}\ln 0}_{-\infty} = -\infty$$

RJEŠENJE: OVAJ NEPRAVI INTEGRAL NE POSTOJI.

---

2) VIDI BILAFER
BURAZIN

4a) VIDI BURAZIN