

MATEMATIKA I - KOLOKVIJ #1:

PRAVILA Studentima koji posjeduju mobitel treba biti ugašen. Studentima na ispitu nisu dopuštene nikakve formule. Nikakvo posuđivanje pribora nije dopušteno. U vrijeme trajanja ispita studenti ne mogu izlaziti van bez predaje ispita. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

TRAJANJE: 45 MINUTA. PIŠITE DVOSTRANO! Obavezno popuniti sva polja ispod. U pitanjima s višestrukim ponuđenim odgovorima može biti više tačnih.

IME I PREZIME: TIN LOBOREC

BROJ INDEKSA:

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

Ukupno:

18

1. Što znači izraz: *inverz funkcije*?

Inverzna funkcija djeluje obratno od dane funkcije f , označavamo ju s f^{-1} .
Znači da ako je funkcija od A do B , tada je inverzna funkcija od B do A .
- ako A predstavlja x i y tada f^{-1} predstavlja y i x

2. *Dopuni rečenicu!* Prema Kronecker-Capellijevom teoremu sustav linearnih jednažbi ima rješenje onda i samo onda kada:

za sve brojeve X vrijedi neki y .

DEF
 $f: X \rightarrow Y$
 $f^{-1}: Y \rightarrow X$
 $f(f^{-1}(y)) = y$
 $f^{-1}(f(x)) = x$

3. Grafički riješiti jednažbu: $e^x = 2 - x^2$

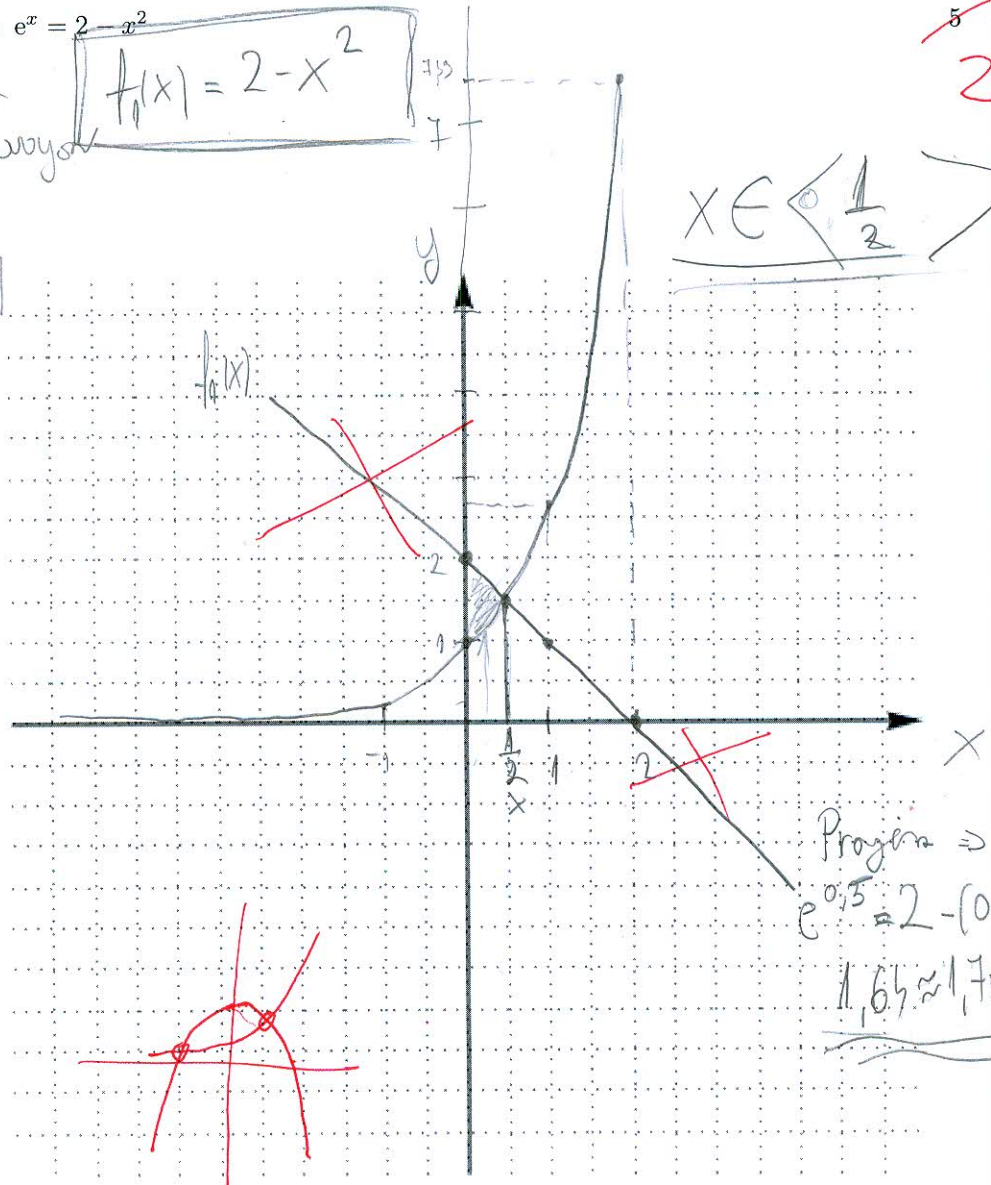
$e^x \neq 0$ $\sqrt{\text{ujest zaozvoj}}$
 $f_1(x) = 2 - x^2$

$2 - x^2 = 0$ $x^2 = 2$
 $x = \sqrt{2}$

x	0	1	2
$f_1(x)$	2	1	0

$f_2(x) = e^x$

x	0	1	2	-1	-2
y	1	2.7	7.39	0.7	0.13



$x \in \left(\frac{1}{2} \right)$

Projena $\Rightarrow x = 0,5$
 $e^{0,5} = 2 - (0,5)^2$
 $1,64 \approx 1,75$ ✓

4. Riješiti u skupu realnih brojeva: $\sqrt{x+2} + 2 = \tan 2$

$$\sqrt{x+2} = \tan 2 - 2$$

$$\sqrt{x+2} = -1,96 / 2$$

$$x+2 = 3,86$$

$$x = 3,86 - 2$$

$$x = 1,86$$

$$\tan 2 = 0,035$$

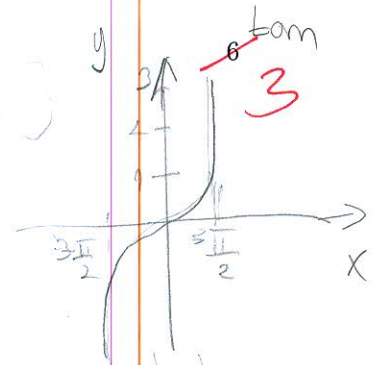
Progriva

$$\sqrt{1,96+2} = \tan 2 - 2$$

$$1,96 \neq -1,96$$

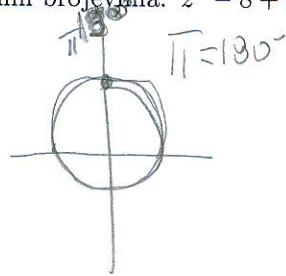
NEMA RJEŠENJA u skupu realnih brojeva

X me odgovaraj!



5. Riješiti jednačinu u kompleksnim brojevima: $z^4 - 8 + 8i = 0$.

$$z^4 = 8 - 8i$$



$$z = \sqrt[4]{8 - 8i}$$

$$W = 8 - 8i \quad \rho = \text{ctg} \frac{y}{x} = \frac{-8}{8} = -1$$

$$|w| = \sqrt{8^2 + (-8)^2}$$

$$\phi = -45^\circ$$

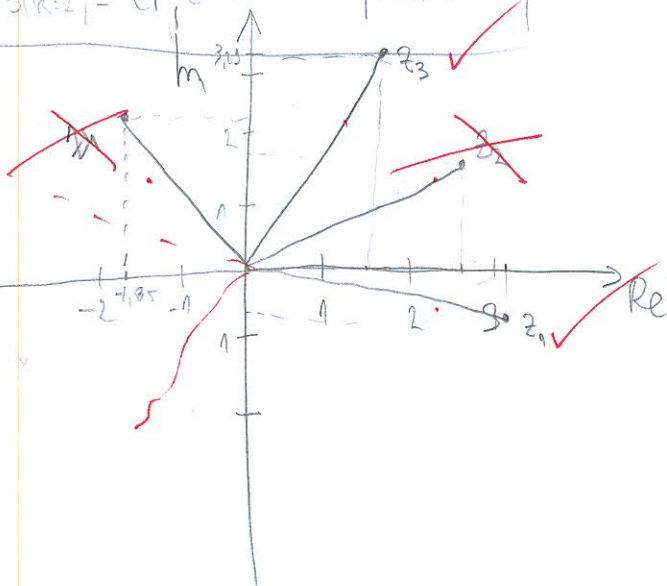
$$|w| = \sqrt{128}$$

$$z_3(k=2) = \sqrt[4]{128} \left(\cos \frac{-45+360}{4} + i \sin \frac{-45+360}{4} \right)$$

$$z_3(k=2) = \sqrt[4]{128} \cdot (\cos 78,75 + i \sin 78,75)$$

$$z_3(k=2) = \sqrt[4]{128} \cdot (0,19 + 0,98i)$$

$$z_3(k=2) = 1,63 + 3,29i$$



$$z_1(k=0) = \sqrt[4]{128} \cdot \left(\cos \frac{\phi + 0 \cdot (k \cdot \pi)}{4} + i \sin \frac{\phi + 0 \cdot (k \cdot \pi)}{4} \right)$$

$$z_1(k=0) = \sqrt[4]{128} \cdot \left(\cos \frac{-45}{4} + i \sin \frac{-45}{4} \right)$$

$$z_1(k=0) = \sqrt[4]{128} \cdot (0,98 - 0,19i)$$

$$z_1(k=0) = 3,296 - 0,639i$$

$$z_2(k=1) = \sqrt[4]{128} \cdot \left(\cos \frac{-45+90}{4} + i \sin \frac{-45+90}{4} \right)$$

$$z_2(k=1) = \sqrt[4]{128} \cdot (\cos 33,75 + i \sin 33,75)$$

$$z_2(k=1) = \sqrt[4]{128} \cdot (0,83 + 0,55i)$$

$$z_2(k=1) = 2,79 + 1,84i$$

$$z_4(k=3) = \sqrt[4]{128} \cdot \left(\cos \frac{-45+540}{4} + i \sin \frac{-45+540}{4} \right)$$

$$z_4(k=3) = \sqrt[4]{128} \cdot (\cos 123,75 + i \sin 123,75)$$

$$z_4(k=3) = \sqrt[4]{128} \cdot (-0,55 + 0,83i)$$

$$z_4(k=3) = -1,85 + 2,19i$$

6. Gaussovom metodom riješi sustav:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 3 \\ 1 & -8 & -9 & -6 \\ 5 & 5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Na kraju provjeri rješenje.

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & -8 & -9 & -6 & -8 \\ 5 & 5 & 0 & 10 & 14 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ -2I \\ -I \\ -5I \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & -5 & -5 & -5 & -6 \\ 0 & -10 & -10 & -10 & -12 \\ 0 & -5 & -5 & -10 & -6 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ |:(-5) \\ |:(-10) \\ |:(-5) \end{matrix}$$

$$\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \frac{6}{5} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & \frac{13}{5} \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ -II \\ -II \\ -II \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ -II \\ \\ \end{matrix}$$

$$4 - \frac{6}{5} = \frac{20-6}{5}$$

$$4 - \frac{6}{5} = \frac{20-6}{5} = \frac{14}{5}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 & \frac{14}{5} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \frac{6}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ -3IV \\ \\ \end{matrix} \Rightarrow C = \lambda$$

SUSTAV IMA BESKONAČNO MNOGO RJEŠENJA

$$a + b = \frac{14}{5} \Rightarrow b = \frac{14}{5} - a \Rightarrow b = \frac{14}{5} - \frac{8}{5} - \lambda$$

$$b + c + d = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{14}{5} - a + \lambda + \frac{6}{5}$$

$$a = \frac{14}{5} - \frac{6}{5} + \lambda = \frac{8}{5} + \lambda = a$$

$b = \frac{6}{5} - \lambda$

$C = \lambda$
 $d = 0$

Provera rjesenja: popr $\lambda = 1$

Provera rjesenja: za $\lambda = 1$

$$1) \frac{8}{5} + 1 + \left(\frac{12}{5} - 2\right) + 1 =$$

$$1) \frac{13}{5} + \frac{2}{5} + 1 = \frac{13+2+5}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

$$2) \left(\frac{16}{5} + 2\right) - \left(\frac{6}{5} - 1\right) - 3 = \frac{26}{5} - \frac{1}{5} - 3$$

$$= \frac{25}{5} - 3 = \frac{25-15}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$3) \left(\frac{13}{5}\right) - \frac{8}{5} - 9 = \frac{5}{5} - 9 = 1 - 9 = -8 = -8$$

$$4) 13 + 1 + 0 + 0 = 14 = 14$$

Ako vam nedostaje mjesta za neki zadatak slobodno nastavite pisati ovdje (samo istaknite broj zadatka)...

PROVJERA

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 3 \\ 5 & 5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8/5 \\ 6/5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 24 \end{bmatrix} \checkmark$$

$$\frac{16}{5} - \frac{6}{5} =$$

