

MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj

POPUNJAVA

odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

NASTAVNIK

IME I PREZIME: **RJEŠENJE 2**

BROJ INDEKSA:

Broj ↓

bodova

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

1. Riješiti integrale:

(a) $\int_0^1 x e^{x^2} dx = \left\{ \begin{array}{l} u = x^2 \\ du = 2x dx \end{array} \right\} = \frac{1}{2} \int_0^1 e^u du = \frac{1}{2} e^u = \left[\frac{1}{2} e^{x^2} \right]_0^1 = \frac{1}{2} e - \frac{1}{2}$

10

(b) $\int_0^1 \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2} dx = \left\{ \begin{array}{l} \text{RJEŠENJE} \\ \text{POLKORNA} \end{array} \right\} = \int_0^1 dx - 2 \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 2} = 1 - 2 \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \arctan \frac{x}{\sqrt{2}} \right]_0^1 = 1 - \frac{2}{\sqrt{2}} \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}$

15

2. Da li je integral $\int_{-1}^1 \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2} dx$ nepravi i zašto? **SEGMENT $[-1, 1]$ JE U DOMENI FUNKCIJE $1 - \frac{3}{x^2 + 2}$. ZATO INTEGRAL NIJE NEPRAVI.**

5

3. Izračunati površinu lika omeđenog omeđenog parabolom $y = 2x^2 + 9$ i pravcem $y = 9x$.

20

4. Riješiti diferencijalnu jednačbu: $y' + y + 3 = x^2 + 2x$. Može li se zadovoljiti početni uvjet $y(0) = 1$? Uvrstiti izračunato rješenje u jednačbu i provjeriti da li je zadovoljena.

14+2+4

5. Istražiti ekstreme funkcije $f(x, y) = y^3 - 3xy + x^2$.

20

6. Razviti funkciju $f(x) = \ln(2x)$ u Taylorov red po potencijama od $x - 1$. Izračunati barem prva 4 člana.

10

Tablica integrala

Ukupno:

$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, n \neq -1$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \sinh x dx = \cosh x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \cosh x dx = \sinh x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2} + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \tanh x dx = \ln \cosh x $	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \coth x dx = \ln \sinh x $	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \tan x dx = -\ln \cos x $	$\int \frac{dx}{\cosh^2 x} = \tanh x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln (x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) \right]$
$\int \cot x dx = \ln \sin x $	$\int \frac{dx}{\sinh^2 x} = -\coth x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\sinh x$	$\cosh x$

f	$\frac{df}{dx}$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$
$\coth x$	$-\frac{1}{\sinh^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sinh^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\tanh^{-1} x$	$\frac{1}{1-x^2}$
$\coth^{-1} x$	$\frac{1}{x^2-1}$

