

MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: **RJEŠENJE 1**

BROJ INDEKSA:

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

1. Riješiti integrale: $\int u dv = uv - \int v du$

(a) $\int_0^{\pi} x^2 \sin(x) dx = \left. \begin{matrix} u = x^2 & dv = \sin x dx \\ du = 2x dx & v = -\cos x \end{matrix} \right\} = -x^2 \cos x + \int x \cos x dx \left. \begin{matrix} u = x & dv = \cos x dx \\ du = dx & v = \sin x \end{matrix} \right\} = \left[-x^2 \cos x + 2x \sin x + \cos x \right]_0^{\pi} = \pi^2 - 1 - 1 = \pi^2 - 2$ 10
15

(b) $\int_2^3 \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + x - 2} dx$

2. Da li je integral $\int_{-1}^1 \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + x - 2} dx$ nepravilni i zašto?

5

3. Izračunati površinu lika omeđenog krivuljama: $y = 2x^2 + 1$ i $y = 3 - x$.

20

4. Riješiti zadanu diferencijalnu jednačbu uz početne uvjete $y(0) = 1$ i $y'(0) = 0$. Uvrstiti rješenje u jednačbu i provjeriti zadovoljenje jednakosti.

15+5

$$y'' + 2y' + y = 0$$

5. Istražiti ekstremane funkcije $f(x, y) = y^3 - 3xy + x^2$.

20

6. Odrediti početak (prva 4 člana) Taylorovog razvoju funkcije $f(x) = 2x \cos x$ oko točke $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

10

Tablica integrala

Ukupno:

$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, n \neq -1$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \sinh x dx = \cosh x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \cosh x dx = \sinh x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \tanh x dx = \ln \cosh x $	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \coth x dx = \ln \sinh x $	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \tan x dx = -\ln \cos x $	$\int \frac{dx}{\cosh^2 x} = \tanh x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right]$
$\int \cot x dx = \ln \sin x $	$\int \frac{dx}{\sinh^2 x} = -\coth x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\sinh x$	$\cosh x$

f	$\frac{df}{dx}$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$
$\coth x$	$-\frac{1}{\sinh^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sinh^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\tanh^{-1} x$	$\frac{1}{1-x^2}$
$\coth^{-1} x$	$\frac{1}{x^2-1}$

