

**MATEMATIKA 2:** Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj

POPUNJAVA

odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

NASTAVNIK

IME I PREZIME: **RJEŠENJE 3**

BROJ INDEKSA:

Broj ↓

bodova

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

1. Riješiti integrale:

(a)  $\int_0^{\pi} \sin^3 x \, dx$  ;

$x^2 : (x^2 - 2) = 1 \quad \frac{2}{x^2} = \frac{A}{x - \sqrt{2}} + \frac{B}{x + \sqrt{2}} \Rightarrow 2 = A(x + \sqrt{2}) + B(x - \sqrt{2}) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A = \frac{\sqrt{2}}{2}, B = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right.$

10

(b)  $\int_0^1 \frac{x^2}{x^2 - 2} \, dx$

$= \int_0^1 \left( 1 + \frac{2}{x^2 - 2} \right) dx = \int_0^1 \left( 1 + \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{x - \sqrt{2}} - \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{x + \sqrt{2}} \right) dx = \left[ x + \frac{\sqrt{2}}{2} \ln|x - \sqrt{2}| - \frac{\sqrt{2}}{2} \ln|x + \sqrt{2}| \right]_0^1 = \dots$

15

2. Izračunati nepravni integral  $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} \, dx = \left[ -\frac{1}{x} \right]_1^{\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( -\frac{1}{x} \right) + \frac{1}{1} = 0 + 1 = 1$

5

3. Izračunati površinu lika omeđenog omeđenog parabolom  $y = 9 - x^2$  i pravcem  $y = 3 - x$ .

20

4. Riješiti diferencijalnu jednačbu:  $y'' + y' - 2y = x^2$ . Uvrstiti izračunato rješenje u jednačbu i provjeriti da li je zadovoljena.

15+5

5. Istražiti ekstremane funkcije  $f(x, y) = x^3 + x^2 + y^3 + y^2$ .

20

6. Razviti funkciju  $f(x) = \frac{1}{x}$  u Taylorov red po potencijama od  $x - 1$ . Izračunati barem prva 4 člana.

10

Tablica integrala

Ukupno:

$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, n \neq -1$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{a+x}{a-x} \right  + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$	$\int \sinh x \, dx = \cosh x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \cosh x \, dx = \sinh x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left  x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right  + C$
$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$	$\int \tanh x \, dx = \ln \cosh x $	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int \cos x \, dx = \sin x + C$	$\int \coth x \, dx = \ln \sinh x $	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left( 1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \tan x \, dx = -\ln \cos x $	$\int \frac{dx}{\cosh^2 x} = \tanh x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} \, dx = \frac{1}{2} \left[ x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left( x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right]$
$\int \cot x \, dx = \ln \sin x $	$\int \frac{dx}{\sinh^2 x} = -\coth x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} \, dx = \frac{1}{2} \left[ x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left( \frac{x}{a} \right) \right] + C$

$f$	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$e^x$	$e^x$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\sinh x$	$\cosh x$

$f$	$\frac{df}{dx}$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$
$\coth x$	$-\frac{1}{\sinh^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sinh^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\tanh^{-1} x$	$\frac{1}{1-x^2}$
$\coth^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

