

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: Marko Mustać

BROJ INDEKSA: 17-2-0135-2011

D6

1. Riješi jednačbu među kompleksnim brojevima: $z^3 - 3 + 4i = 0$. Prikaži rješenja u kompleksnoj ravni! 12+3
2. Koji su globalni ekstremi funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ 10
3. Ispitati asimptote funkcije: $h(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$. Zatim dovršiti ispitivanje toka i skicirati graf. 10(asimptote)
20(graf)
4. Odrediti i uvrštavanjem provjeriti rezultat
 - (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4}}{x} \right) =$ 7+2
 - (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3}{x^2} \right) =$ 4+2
5. Da li red $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ konvergira i zašto? Zapisati nekoliko početnih članova niza parcijalnih suma. 8+2
6. Računanjem ranga provjeri da li je matrica ima puni rang: $B = \begin{bmatrix} -0.15 & 0 & -1 & 0.25 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & 1 & 2 & -0.5 \\ -0.15 & 0 & 0 & 0.25 \end{bmatrix}$. 10
7. Odrediti tangentu na funkciju $f(x) = \log_3 x$ tamo gdje je $x = 3$. Nacrtati graf funkcije i nacrtati izračunatu tangentu. 7+3

Ukupno:

~~0~~

1.) $z^3 - 3 + 4i = 0$
 $z^3 = +3 - 4i$
 $z = \sqrt[3]{3 - 4i}$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $r = \sqrt{3^2 + 4^2}$
 $r = 5$

$\rho = \frac{y}{x}$
 $\rho = \frac{4}{3}$
 $\rho = 53^\circ$
 $\varphi = -53^\circ$

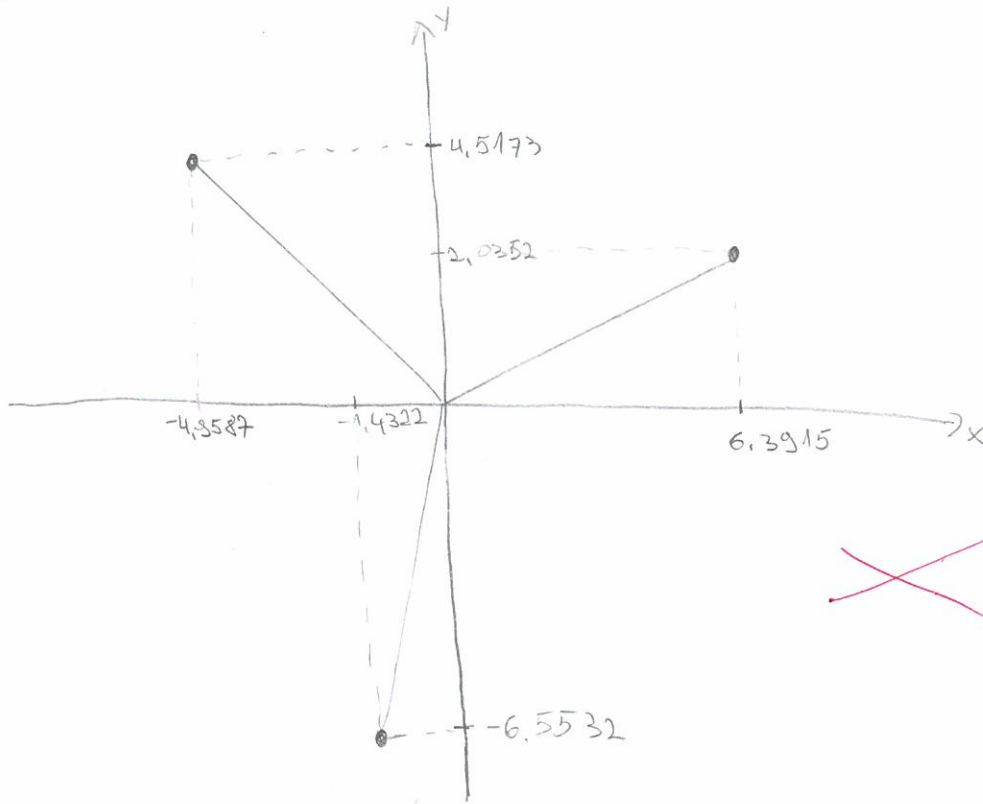
$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\rho + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\rho + 2k\pi}{n} \right)$

$k=0$
 $= 3\sqrt{5} \left(\cos \frac{53^\circ + 2 \cdot 0}{3} + i \sin \frac{53^\circ + 2 \cdot 0}{3} \right)$
 $= 3\sqrt{5} (0,9528 + 0,3034i)$
 $= 6,3915 + 2,0352i$ X

$k=1$
 $= 3\sqrt{5} \left(\cos \frac{53^\circ + 2\pi}{3} + i \sin \frac{53^\circ + 2\pi}{3} \right)$
 $= 3\sqrt{5} (-0,7392 + 0,6734i)$
 $= -4,9587 + 4,5173i$

$$\begin{aligned}
 k=2 & \\
 &= 3\sqrt{5} \left(\cos \frac{53^\circ + 4\pi}{3} + i \sin \frac{53^\circ + 4\pi}{3} \right) \\
 &= 3\sqrt{5} (-0.2135 - 0.9769i) \\
 &= -1,4322 - 6,5532i
 \end{aligned}$$

6,3915	2,0352
-4,9587	4,5173
-1,4322	-6,5532



$$2) g(x) = \sqrt{x^2 + 4}$$



2.)

$$\begin{bmatrix} -0,15 & 0 & -1 & 0,25 \\ 0,2 & 0 & 0 & 0 \\ 0,3 & 1 & 2 & -0,5 \\ -0,15 & 0 & 0 & 0,25 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,15 & 0 & -1 & 0,25 \\ 0,3 & 1 & 2 & -0,5 \\ 0,15 & 0 & 0 & 0,25 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$2r: 0,2$
 $1r: 0,15 + 2r$
 $1r: (-0,3) + 3r$
 $1r: 0,15 + 4r$

MATRICA NEMA PUNI RANG ~~0~~

3.) $h(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$

V.A. nemo

H.A.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2x}$$

$$x^2 + 2x \geq 0$$

$$Df \langle -\infty, -2 \rangle \cup [0, +\infty)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = -2$$

GRAF?

Marko Mastac

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

D6

IME I PREZIME:

BROJ INDEKSA:

- Riješi jednačbu među kompleksnim brojevima: $z^3 - 3 + 4i = 0$. Prikaži rješenja u kompleksnoj ravnini! 12+3
- Koji su globalni ekstremi funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ 10
- Ispitati asimptote funkcije: $h(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$. Zatim dovršiti ispitivanje toka i skicirati graf. 10(asimptote)
20(graf) 8
- Odrediti i uvrštavanjem provjeriti rezultat
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4}}{x} \right) =$ 7+2
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3}{x^2} \right) =$ 4+2
- Da li red $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ konvergira i zašto? Zapisati nekoliko početnih članova niza parcijalnih suma. 8+2
- Računanjem ranga provjeri da li je matrica ima puni rang: $B = \begin{bmatrix} -0.15 & 0 & -1 & 0.25 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & 1 & 2 & -0.5 \\ -0.15 & 0 & 0 & 0.25 \end{bmatrix}$. 10
- Odrediti tangentu na funkciju $f(x) = \log_3 x$ tamo gdje je $x = 3$. Nacrtati graf funkcije i nacrtati izračunatu tangentu. 7+3

Ukupno:

29

$$1. z^3 - 3 + 4i = 0$$

$$z^3 = 3 - 4i \quad \sqrt[3]{}$$

$$z = \sqrt[3]{3 - 4i}$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|z| = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$|z| = \sqrt{25}$$

$$|z| = 5$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{-4}{3}$$

$$\varphi = -53^\circ 7' 49'' -$$

$$360^\circ - 53^\circ 7' 49''$$

$$\varphi = 306^\circ 52' 11''$$

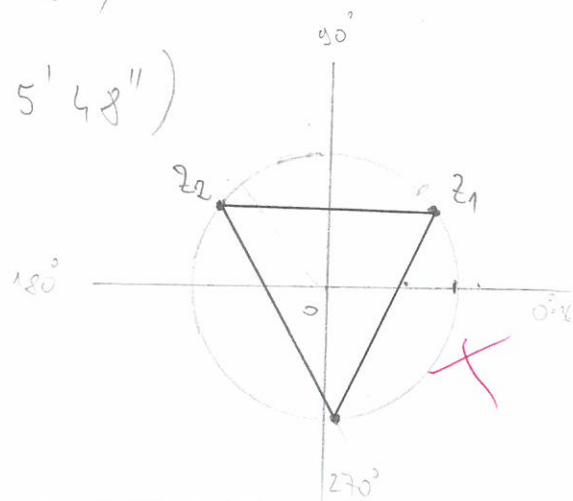
$$k=0, z_1 = \sqrt[3]{5} \left(\cos \frac{\varphi + k \cdot 360^\circ}{3} + i \sin \frac{\varphi + k \cdot 360^\circ}{3} \right)$$

$$z_1 = \sqrt[3]{5} \left(\cos 34^\circ 5' 48'' + i \sin 34^\circ 5' 48'' \right)$$

$$k=1, z_2 = \sqrt[3]{5} \left(\cos 154^\circ 5' 48'' + i \sin 154^\circ 5' 48'' \right)$$

$$k=2, z_3 = \sqrt[3]{5} \left(\cos 274^\circ 5' 48'' + i \sin 274^\circ 5' 48'' \right)$$

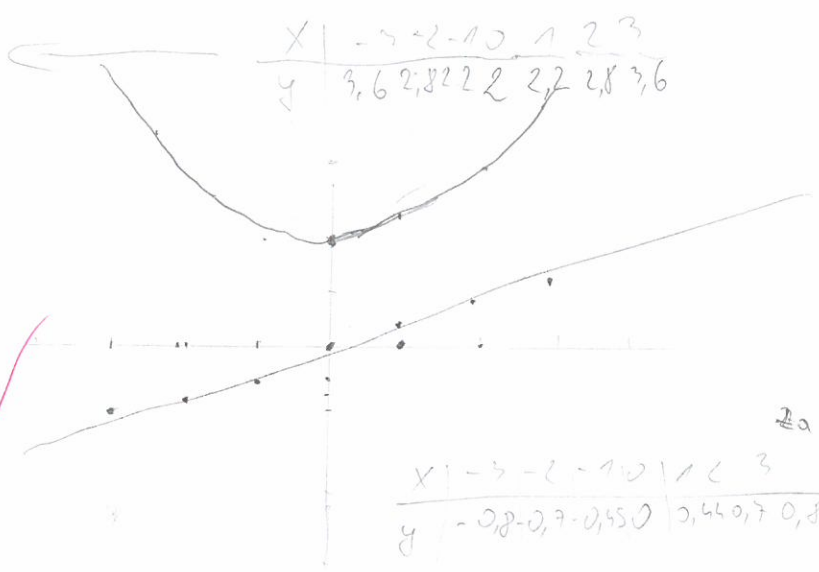
$$\sqrt[3]{5} \approx 1,7$$



1. $g(x) = \sqrt{x^2+4}$

$g'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+4}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$

$x=0 \quad y=2$ ✓



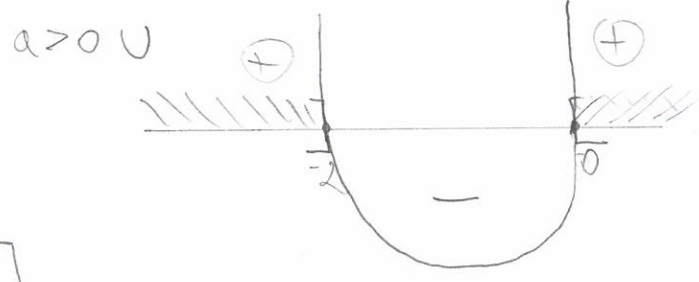
3. $h(x) = \sqrt{x^2+2x}$

$x^2+2x \geq 0$

$x(x+2) = 0$

$x_1 = 0$

$x+2=0$
 $x_2 = -2$



$D_f = (-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$

V.A nema

H.A = $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\sqrt{x^2+2x} - x^2+2x}{-\sqrt{x^2+2x} - x^2+2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x}{\sqrt{x^2+2x}} \cdot \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+0}{0} = \frac{1}{0} = \infty$

$y = kx + l$

$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+2x}/x}{x/x} = \frac{1}{1} = 1 \quad (k=1)$

$l = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - kx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+2x} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+2x} + x}{\sqrt{x^2+2x} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+2x} - x}{\sqrt{x^2+2x} + x}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+2x} + x} = \frac{2}{1} = 2$

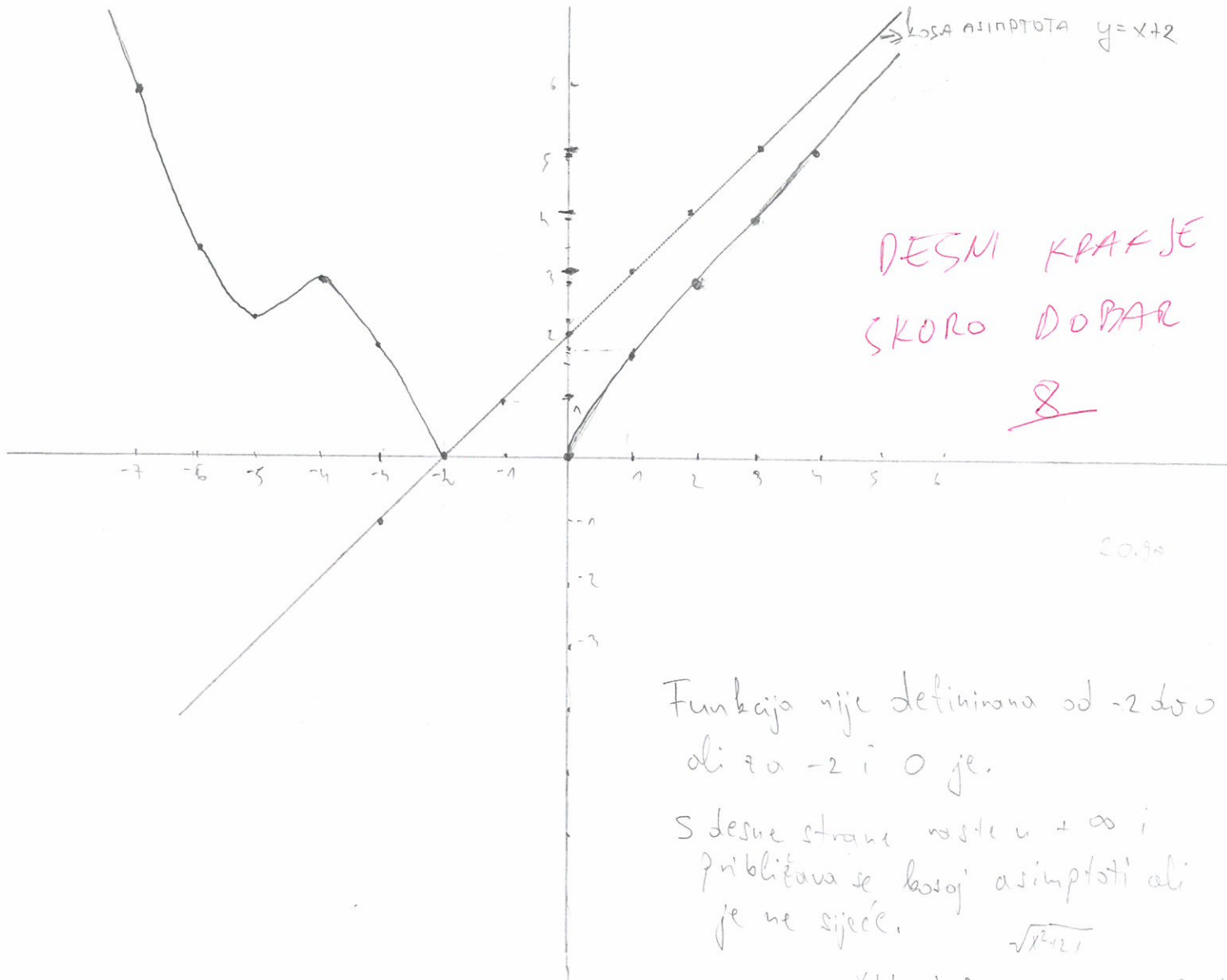
$l=2$

$y = x + 2$ ✗

$y = kx + l = x + 2$

LIJEVA ili DESNA?

IMAMO KOSU ASIMPTOTU



DESMI KRAK JE
SKORO DOBAR
8

Funkcija nije definirana od -2 do 0
ali za -2 i 0 je.

S desne strane raste u $+\infty$ i
približava se kosoj asimptoti ali
je ne siječe.

$$\sqrt{x^2+2x}$$

x	4	3	2	1	0	1	2	3	4
y	2,0	1,73	0	0	0	1,7	2,8	3,87	4,9

$$\frac{-5}{2,2} \quad \frac{-6}{5,9}$$

$$y = x + 2$$

x	3	2	1	0	-1	-2	-3
y	5	4	3	2	1	0	-1

Multočke su u $N_1(0,0)$ i $N_2(-2,0)$.

$$h(x) = \sqrt{-x^2-2x} = \sqrt{x^2+2x} \text{ nije parna}$$

$$-h(x) = -\sqrt{x^2+2x} \text{ nije ni neparna}$$

KRACÉNJJE NE VALJA!!!

$$\frac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x}} = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2x}}$$

$$x+2=0 \quad \boxed{x=-2} \quad S_1(-2,0)$$

	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	
$f(x)$		↘ ↗	
		m	

4. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4}}{x} \right) = \frac{\sqrt{4+0} - \sqrt{4}}{0} = \frac{2-2}{0} = \frac{0}{0}$ neodređeni oblik

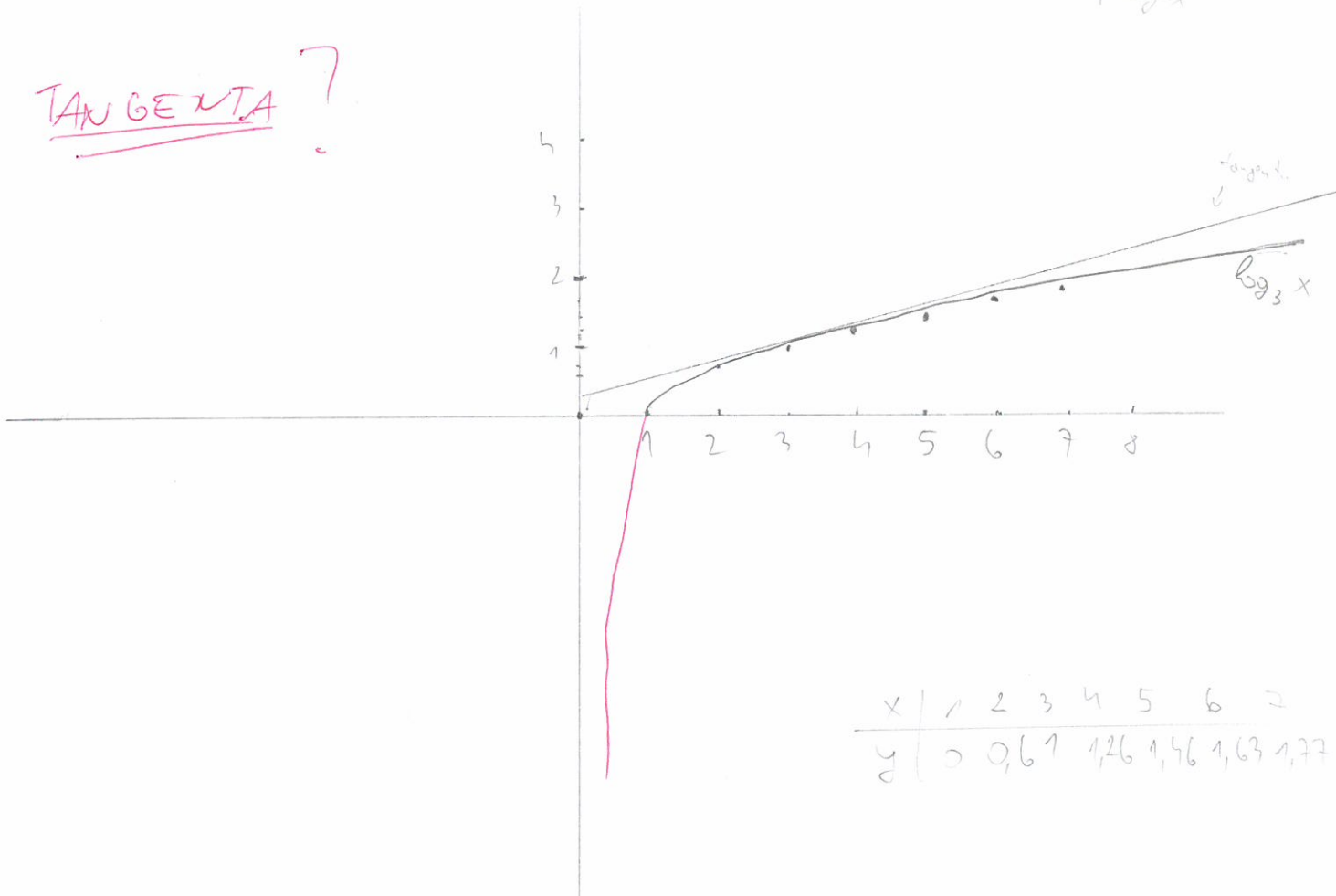
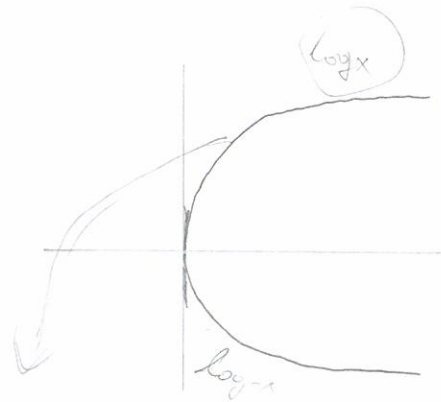
$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4}}{x} \right) = \frac{1}{2\sqrt{4+x}} = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$ ✓ **PROVJERA?**

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+3}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3 \cdot \frac{1}{x^2}}{x^2 \cdot \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{1} = 1$ ✓

7. $f(x) = \log_3 x \quad x=3$

$f(x) = \log_3 3$

TANGENTA?



x	1	2	3	4	5	6	7
y	0	0,67	1,26	1,46	1,63	1,77	