MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A9

POPUNJAVA NASTAVNIK

IME I PREZIME: Roberto Juko **BROJ INDEKSA:** 17-2-0195-2012

		Broj ↓ bodova
1.	Izračunati i obavezno provjeriti uvrštavanjem: $\lim_{x\to 3}\left(\frac{\sqrt{1+x}-2}{x-3}\right)$.	6+2
2.	Ispitati konvergenciju reda $\sum n\left(\sqrt{n+4}-\sqrt{n-4}\right)$.	7
3.	Na osnovi ispitivanja tijeka funkcije skicirati graf: $f(x)=\frac{x+4}{x^2-2x-3}$.	20 (graf) 3
4.	Zapisati treću parcijalnu sumu razvoja funkcije $g(x)=\ln x$ u Taylorov red oko točke $x_0=2$.	15
5.	Odrediti domenu i asimptote funkcije $h(x)=\frac{4x+5}{x+\sqrt{x^2-x}}$.	6+14
6.	Posebno izračunati rang, a posebno determinantu matrice $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0&5&0&0\\2&0&1&0\\-5&0&0&1\\0&5&0&15\end{bmatrix}$.	8+7
7.	Na sljedećem primjeru pokazati kako se nejednadžba može riješiti grafički, a kako analitički: $x-5\le\sqrt{x}$. *Provjeravaj gdje god možeš uvrštavanjem!*	6+6+3
		Ukupno: 18

1.) $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{1+x}-2}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{4}-2}{3-3}=\left|\frac{0}{0}\right|$

$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{1+x}-2}{x-3}\cdot\frac{\sqrt{1+x}+2}{\sqrt{1+x}+2}=\lim_{x\to 3}\frac{1+x-4}{(x-3)\cdot(\sqrt{1+x}-2)}=$

$\lim_{x\to 3}\frac{\cancel{x-3}}{\cancel{(x-3)}\cdot\sqrt{1+x}+2}=\lim_{x\to 3}\frac{1}{\sqrt{1+x}+2}=\lim_{x\to 3}\frac{1}{\sqrt{1+3}+2}=$ ✓

$=\frac{1}{\sqrt{4}+2}=\frac{1}{6}$ ✗

PROVJERA UVRŠTAVANJEM?

2.) $\sum n\left(\sqrt{n+4}-\sqrt{n-4}\right)$

$$\lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n+4}-\sqrt{n-4}\right)=\left[\infty\cdot(\infty-\infty)\right]$$

$$\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{\sqrt{n+4}-\sqrt{n-4}}{1}\cdot\frac{\sqrt{n+4}+\sqrt{n-4}}{\sqrt{n+4}+\sqrt{n-4}}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{n+4-n+4}{\sqrt{n+4}-\sqrt{n-4}}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{8n\ /:n}{\sqrt{n+4}+\sqrt{n-4}\ /:n}$$

$$=\frac{8}{0}=\infty$$

DA LI RED KONVERGIRA?

3.) $f(x) = \dfrac{x+4}{x^2-2x-3}$ Roberto Julio

Domena

$Df = \mathbb{R}$ ✗

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$x_1 = -1 \quad x_2 = 3$

Nul točke

$f(x) = 0$

$x + 4 = 0$

$x = -4$

$$f'(x) = \frac{(x-4)'\cdot(x^2-2x-3) - \overbrace{(x-4)\cdot(x^2-2x-3)'}^{=(x-4)(2x-2)}}{(x^2-2x-3)^2}$$

$$\boxed{= \frac{\cancel{(x^2-2x-3)} - (x-4-2x-2)}{\cancel{(x^2-2x-3)}}} =$$

JAKO POGREŠNO SKRAĆIVANJE!!!

$$\frac{\cancel{x}+3}{\cancel{x}} \neq 3$$

$$= \frac{x+4+2x-2}{x^2-2x-3} = \frac{3x+2}{x^2-2x-3}$$

Stacionarne točke

$f'(x) = 0$

$3x + 2 = 0$

$3x = -2$

$x = -\frac{2}{3}$

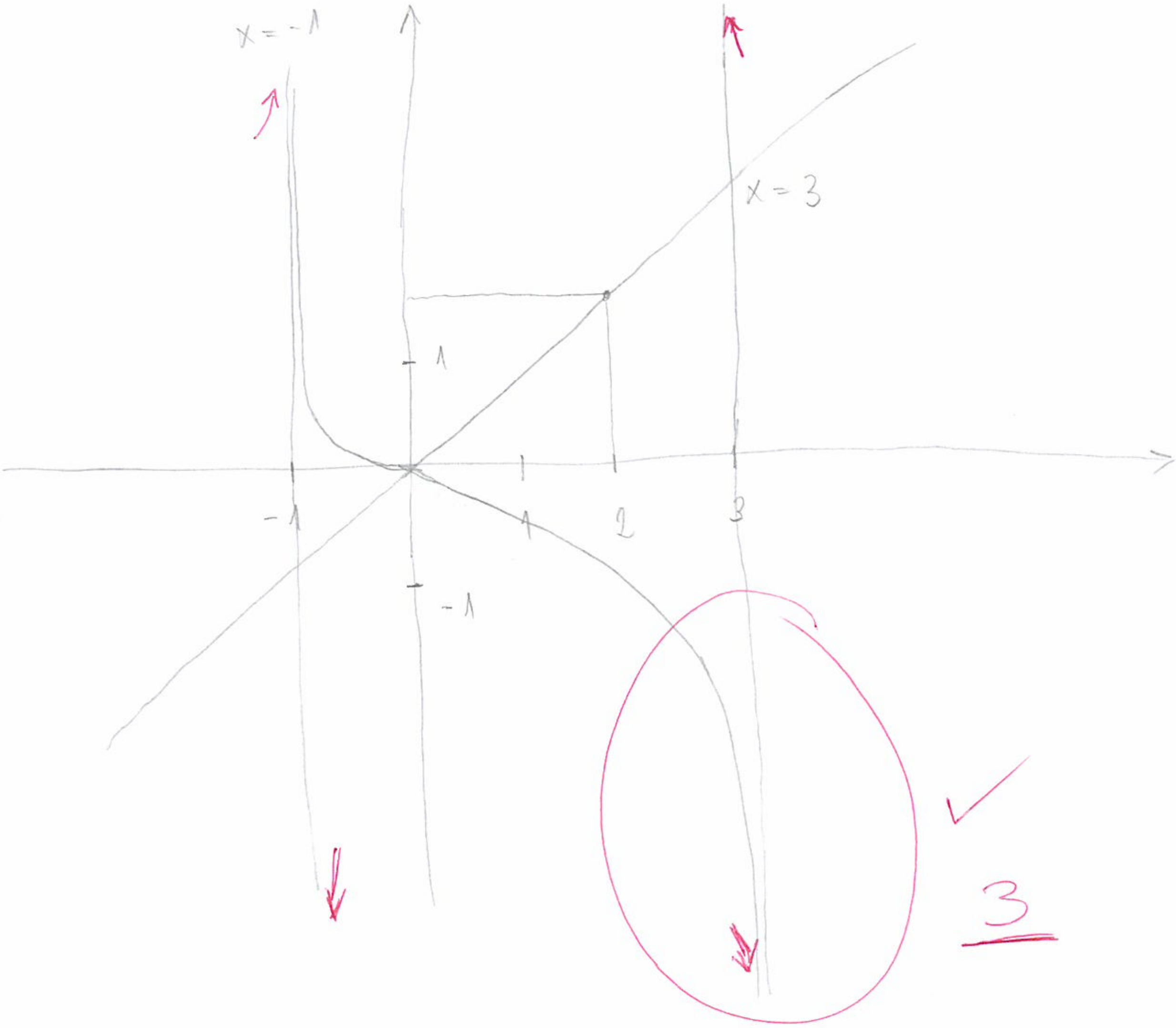
	$\langle -\infty, -1 \rangle$	$\langle -1, 0 \rangle$	$\langle 0, 3 \rangle$	$\langle 3, +0 \rangle$
$f'(x)$	+	+	−	−

Vertikalna

$x = -1 \quad x = 3$ <u>V.A.</u>

<u>K.A.</u>

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{x+4}{x^2-2x-3}}{\frac{x}{1}} = \frac{\frac{x}{x^3} - \cancel{2x^2}^{0} - \cancel{3x}^{0}}{\cancel{\frac{x^3}{x^3}}_{0} + \cancel{\frac{4}{x^3}}_{0}} = 1$$



3

Roberto Juko

6.)

$$A \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 0 & 15 \end{bmatrix} /\cdot(-1) \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 15 \end{bmatrix} \text{oduzet} \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 15 \end{bmatrix} /\cdot(1$$

Rang. Broj - redaka je 4

Rang $(A) = 4$ ✓

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 15 \end{bmatrix} /\cdot 2 \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 15 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 0 & 15 \end{vmatrix} \quad 0 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 15 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 15 \end{vmatrix} + (-5)$$

$$-5 \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 15 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

Determinanta

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 0 & 15 \end{vmatrix} = \det = 1 \begin{vmatrix} 0 & 5 & 0 \\ -5 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 15 \end{vmatrix} = -5 \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 5 & 15 \end{vmatrix} = 375$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ $\mathcal{A}9$	POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova
IME I PREZIME: MATEO INCIĆ **BROJ INDEKSA:** 17-2-0086-2010	

1. Izračunati i obavezno provjeriti uvrštavanjem: $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{\sqrt{1+x}-2}{x-3}\right)$. — 6+2

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum n\left(\sqrt{n+4}-\sqrt{n-4}\right)$. — 7

3. Na osnovi ispitivanja tijeka funkcije skicirati graf: $f(x)=\dfrac{x+4}{x^2-2x-3}$. — 20 (graf)

4. Zapisati treću parcijalnu sumu razvoja funkcije $g(x)=\ln x$ u Taylorov red oko točke $x_0=2$. — 15

5. Odrediti domenu i asimptote funkcije $h(x)=\dfrac{4x+5}{x+\sqrt{x^2-x}}$. — ~~6~~+14

6. Posebno izračunati rang, a posebno determinantu matrice $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0&5&0&0\\2&0&1&0\\-5&0&0&1\\0&5&0&15\end{bmatrix}$. — 8+7

7. Na sljedećem primjeru pokazati kako se nejednadžba može riješiti grafički, a kako analitički: $x-5\le\sqrt{x}$.
Provjeravaj gdje god možeš uvrštavanjem! — 6+6+3

Ukupno: 7

6) $\begin{vmatrix}0&5&0&0\\2&0&1&0\\-5&0&0&1\\0&5&0&15\end{vmatrix}=(-1)^{1+2}\cdot 5\begin{vmatrix}2&1&0\\-5&0&1\\0&0&15\end{vmatrix}=-5\cdot(-1)^{3+3}\cdot 15\begin{vmatrix}2&1\\-5&0\end{vmatrix}=-75\begin{vmatrix}2&1\\-5&0\end{vmatrix}$

$=-75\cdot(-5)$

$=375 \Rightarrow \det A=375$ ✓

5) $4x+5\neq 0$
$a=0 \quad b=4 \quad c=6$

$x_{1,2}=\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 0\cdot 5}}{2\cdot 0}$ $\quad x^2-x\geq 0$

$a=1 \quad b=-1 \quad c=0$

$x_{1,2}=\dfrac{-4\pm\sqrt{16}}{0}$ $\quad x_{1,2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot1\cdot0}}{2}$

$x_{1,2}=\dfrac{-4\pm4}{0}$ $\quad x_{1,2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{1}}{2}$

$x_1=-8$ $\quad x_{1,2}=\dfrac{-1\pm1}{2}$

$x_2=0$ $\quad x_1=-1$

$x_2=0$

$D(f)=\langle-\infty,0]\cup[8,+\infty\rangle$ ✗