MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ G3

IME I PREZIME: Romana Nausel **BROJ INDEKSA:** 17-2-0097-2011.

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3 → 7
2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{aligned} 4A - 5B + 4C + 5D &= 5 \\ -5A + 4B - 5C - 4D &= 4 \\ -A - B + C + 5D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 4x$. 5+15
4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+5}{x^2-4}$. 15(graf)
5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^5)$. 2+4+6+8 → 20/11
6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$. Koji su globalni ekstremi? 15

Ukupno: 58

(3.) DOMENA I ASIMPTOTE

$g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$

$x^2+4x+4 \geq 0$

$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-4\cdot1\cdot4}}{2}$

$x_{1/2} = \frac{-4 \pm 0}{2}$

$x_{1/2} = \frac{-4}{2} = -2$

$D(g) = x \in \mathbb{R}$ ✓

a). V.A.
→ nema

b) H.A.

$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+4x+4} - 4x \cdot \frac{\sqrt{x^2+4x+4}+4x}{\sqrt{x^2+4x+4}+4x} = \lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2+4x+4})^2 - (4x)^2}{\sqrt{x^2+4x+4}+4x}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+4x+4-4x^2}{\sqrt{x^2+4x+4}+4x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-3x^2+4x+4 \,/:x^2}{\sqrt{x^2+4x+4}+4x \,/:x^2} = \frac{-3+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^4}+\frac{4x}{x^3}+\frac{4}{x^4}}+\frac{4x}{x}}$

$= \frac{-3}{0} = -\infty$

$\lim_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+4x+4} - 4x = \left(\begin{matrix} x\to-\infty \\ -\infty+4+\infty \end{matrix}\right] = \lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2-4x+4} + 4x \cdot \frac{\sqrt{x^2-4x+4} - 4x}{\sqrt{x^2-4x+4} - 4x}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2-4x+4})^2 - (4x)^2}{\sqrt{x^2-4x+4} - 4x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-4x+4-4x^2}{\sqrt{x^2-4x+4} - 4x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-3x^2-4x+4 \;/:x^2}{\sqrt{x^2-4x+4} - 4x \;/:x^2} = \frac{-3}{0} = -\infty$

$\Rightarrow$ nema H. A.

c) K. A.

$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+4x+4} - 4x \;/:x}{x \;/:x} = \frac{\sqrt{1+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}} - 4}{1} = \frac{-3}{1} = -3$ // $(k=-3$

$l = \lim_{x\to\infty} (\sqrt{x^2+4x+4} - 4x) + 3x = \lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2+4x+4} - 4x) + 3x}{=-x} \cdot \frac{(\sqrt{x^2+4x+4} - 4x) - 3x}{(\sqrt{x^2+4x+4} - 4x) - 3x}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2+4x+4} - 4x)^2 - (3x)^2}{(\sqrt{x^2+4x+4} - 4x) - 3x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+4x+4-4x^2-3x^2}{(\sqrt{x^2+4x+4} - 4x) - 3x} = \frac{-6x^2+4x+4 \;/:x^2}{(\sqrt{x^2+4x+4} - 4x) - 3x \;/:x^2}$

$= \frac{-6}{0} = -\infty$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2+4x+4} - 4x}{x} = \left(\begin{matrix} x\to-x \\ -\infty\mapsto+\infty \end{matrix}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + 4x \;/:x}{x \;/:x} = \frac{\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}} + 4}{1}$

$k = 5$

$\lim_{x\to-\infty} (\sqrt{x^2+4x+4} - 4x) - 5x = \lim_{x\to\infty} (\sqrt{x^2-4x+4} + 4x) + 5x \cdot \frac{(\sqrt{x^2-4x+4} + 4x) - 5x}{(\sqrt{x^2-4x+4} + 4x) - 5x}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2-4x+4} + 4x)^2 - 5x^2}{(\sqrt{x^2-4x+4} + 4x) - 5x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-4x+4+4x^2-5x^2}{(\sqrt{x^2-4x+4} + 4x) - 5x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-4x+4 \;/:x}{(\sqrt{x^2-4x+4} + 4x) - 5x \;/:x}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{-4+\frac{4}{x}}{(\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}} + 4) - 5} = \frac{-4}{0} = -\infty$ nema K. A ✗

(5.) DOMENA, PERIODIČNOST, NE(PARNOST) | 2. DEL

$u(x) = \arctan(x^5)$

$D(u) = \mathbb{R}$ ✓

$\Rightarrow$ nije periodična, jer nije trigonometrijska ✓

$\Rightarrow$ neparna je ✓ ISPITATI (NE) PARNOST !!!

$u'(x) = \frac{1}{1+x^5} \cdot (x^5)' = \frac{5x}{1+x^5}$ ✗

→△

$$u'(x) = \frac{(5x)'\cdot(1+x^5) - (5x)\cdot(1+x^5)'}{(1+x^5)^2} = \frac{5(1+x^5) - 5x\cdot 5x}{(1+x^5)^2}$$

$$= \frac{5(1+x^5) - 25x^2}{(1+x^5)^2}$$

(4) GRAF FUNKCIJE

$$p(x) = \frac{x+5}{x^2-4}$$

① DOMENA
$x^2-4=0$
$x^2=4$
$x=\sqrt{4}$
$x_1=2$
$x_2=-2$

② (NE)PARNOST
→ niti parna niti neparna

③ PERIODIČNOST
→ funkcija nije periodična, jer nije trigonometrijska

④ NULTOČKE
$x+5=0$
$x=-5$

(5) ASIMPTOTE

a). V.A.

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x+5}{x^2-4} = \frac{7}{0^+} = +\infty$$
$$\lim_{x\to 2^-} \frac{x+5}{x^2-4} = \frac{7}{0^-} = -\infty \Big\} \; x=2$$

$$\lim_{x\to -2^+} \frac{x+5}{x^2-4} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$
$$\lim_{x\to -2^-} \frac{x+5}{x^2-4} = \frac{3}{0^-} = -\infty \Big\} \; x=-2$$

b). H.A.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+5\,/:x^2}{x^2-4\,/:x^2} = \frac{\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}{1-\frac{4}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

$y=0$ ✓

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x+5}{x^2-4} = \left[\begin{matrix} x\to-\infty \\ -\infty\to 0^+\infty \end{matrix}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{-x+5\,/:x^2}{x^2-4\,/:x^2} = \frac{-\frac{x}{x}+\frac{5}{x^2}}{1-\frac{4}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

c) K.A.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+5}{x^2-4} \overset{\lim_{x\to\infty}}{>} \frac{x+5}{x(x^2-4)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x+5\,/:x^3}{x^3-4x\,/:x^3} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^3}}{1-\frac{4x}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

→ nema K.A., upravo zato jer ima obe horizontalne!

(6) MONOTONOST I EKSTREMUMI

$$p(x) = \frac{x+5}{x^2-4}$$

$$p'(x) = \frac{(x+5)'\cdot(x^2-4) - (x+5)\cdot(x^2-4)'}{(x^2-4)^2} = \frac{1(x^2-4) - (x+5)\cdot 2x}{(x^2-4)^2}$$

Domagoj Novosel

$= \frac{x^2-4-2x^2-10x}{(x^2-4)^2} = \frac{-x^2-10x-4}{(x^2-4)^2}$

$f'(x) = 0$

$-x^2-10x-4=0 \,/\cdot(-1)$ $\quad x^2+10x+4=0$

$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\quad x_{1/2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100-4\cdot1\cdot4}}{2}$

$x_{1/2} = \frac{10 \pm \sqrt{100-4\cdot(-1)\cdot(-4)}}{-2}$ $\quad x_{1/2} = \frac{-10 \pm 2\sqrt{21}}{2}$

$x_{1/2} = \frac{10 \pm 2\sqrt{21}}{-2}$ $\quad x_{1/2} = \frac{2(-5 \pm \sqrt{21})}{2}$

$x_1 = -5+\sqrt{21} \approx -0.42$

$x_2 = -5-\sqrt{21} \approx -9.58$

stacionarne točke

MONOTONOST

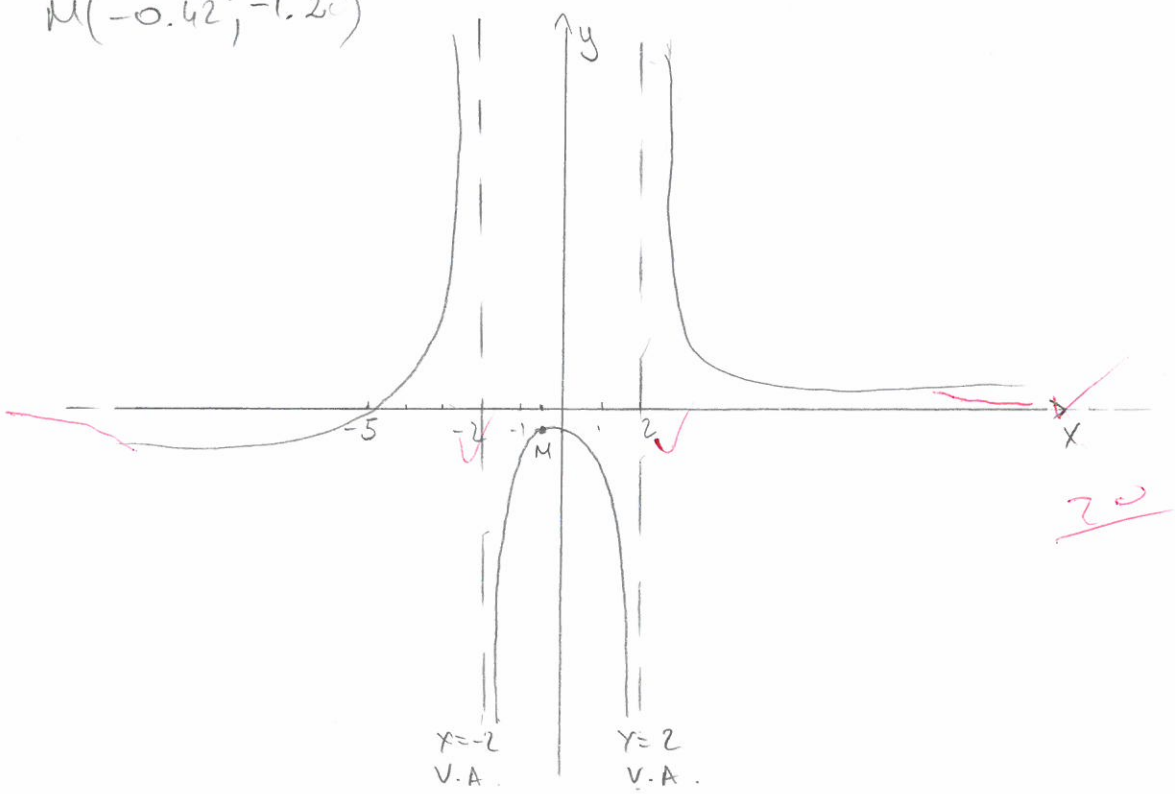
x	$-\infty$		-9.58		-0.42		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$	↗	↗	max	↘	min	↘	

MONOTONOST

x	$-\infty$		-9.58		-2		-0.42		2		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$+$	$\nexists$	$+$	0	$-$	$\nexists$	$-$	
$f(x)$	↗	↗	max	↗	$\nexists$	↗	min	↘	$\nexists$	↘	

2. max

$M(-0.42; -1.2)$



20

(16) $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$

$D(f) = [4, -4]$

MONOTONOST I EKSTREMIJA

$p(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$

$p'(x) = \frac{1}{2\sqrt{4+x}} \cdot (4+x)' + \frac{1}{2\sqrt{4+x}} \cdot (4+x)' = \frac{1}{2\sqrt{4+x}} + \frac{1}{2\sqrt{4+x}}$

$p'(x) = 0$

$1x = 0$

$x = 0$

Monotonost

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$p'(x)$		+		+	
$p(x)$		↗		↗	

RJEŠENJE?

MATRICA

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 4 & -5 & 4 & 5 & 5 \\ -5 & 4 & -5 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 5 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] /4(-1) \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 & 0 \\ -5 & 4 & -5 & -4 & 4 \\ 4 & -5 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & 9 & -10 & -29 & 4 \\ 0 & -9 & 8 & 25 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 16 & -4 \end{array}\right] \sim$$

1. r. · (5) + 2. r.
1. r. · (-4) + 3. r
1. r. · (-4) + 4. r.

2. r. - 3. r.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & 9 & -10 & -29 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & 9 \\ 0 & 0 & 8 & 16 & -4 \end{array}\right] \cdot 4 \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & 9 & -10 & -29 & 4 \\ 0 & 0 & -8 & -16 & 36 \\ 0 & 0 & 8 & 16 & -4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & 9 & -10 & -29 & 4 \\ 0 & 0 & -8 & -16 & 36 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 32 \end{array}\right]$$

3. r. - 4. r.

⇒ sustav nema rješenje ✓

PROVJERA! (5) i (4)

KOMPLEKSNI

$$\frac{|z|}{z+2i} = 3i$$

$$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x+yi+2i} = 3i \,/\cdot (x+yi+2i)$$

$$x^2+y^2 = 3xi + 3yi^2 + 6i^2 \quad \times$$

$$x^2+y^2 = 3xi - 3y - 6$$

$$3x = 0$$
$$x = 0$$

$$y^2 = -3y - 6 \,/^2$$

$$0 + y^2 = 9y^2 + 36y + 36$$

$$8y^2 + 36y + 36 = 0$$

$$y_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2}}{2}$$

$$y_{1/2} = \frac{-36 \pm \sqrt{1296 - 4 \cdot 8 \cdot 36}}{16}$$

$$y_{1/2} = \frac{-36 \pm 12}{16}$$

$$y_1 = \frac{-36+12}{16} = -\frac{3}{2} \quad a)$$

$$y_2 = \frac{-36-12}{16} = -3 \quad b)$$

7

PROVJERA!

a) $\frac{3}{-3i+2i} = 3i \sim \frac{|z|}{z+2i} = 3i$

$$\frac{3}{-i} \cdot \frac{+i}{+i} = \frac{3i}{-i^2} \quad \frac{3i}{-(-1)} = 3i \checkmark$$

b) $\frac{\frac{3}{2}}{-\frac{3}{2}i+2i} = 3i$

$$\frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}i} = \frac{3}{-i} + \frac{+i}{+i} = \frac{3i}{-i^2} = \frac{3i}{-(-1)} = 3i$$

$+\frac{1}{2}i$

Romana Nowosel

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod ⇊ G3

IME I PREZIME: Goran Marjanović **BROJ INDEKSA:** 17-2-0170-2012

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3
2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{aligned} 4A - 5B + 4C + 5D &= 5 \\ -5A + 4B - 5C - 4D &= 4 \\ -A - B + C + 5D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 4x$. 5+15
4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+5}{x^2-4}$. 15(graf)
5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^5)$. 2+4+6+8
6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$. Koji su globalni ekstremi? 15

Ukupno: 100

20

2.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 4 & -5 & 4 & 5 & 5 \\ -5 & 4 & -5 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 5 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \cdot (-1) =$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 & 0 \\ -5 & 4 & -5 & -4 & 4 \\ 4 & -5 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] : 4 = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 & 0 \\ -5 & 4 & -5 & -4 & 4 \\ 4 & -5 & 4 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right] \cdot (5); \cdot 4$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & 9 & -10 & -29 & 4 \\ 0 & -9 & 8 & 25 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & -1 \end{array}\right] \cdot 1 = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & 9 & -10 & -29 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & 9 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & -1 \end{array}\right] \cdot 1 =$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & 9 & -10 & -29 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{array}\right] =$$

NEMA RJEŠENJA!!!

3. $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$

⇨ DOMENA $x^2+4x+4 \geq 0$

$x^2+4x+4 = 0$

$D(g(x)) \in \mathbb{R}$ ✓

V.A. NE POSTOJI, $x \in \mathbb{R}$

H.A. $\lim_{x\to\infty} g(x) =$

$= \lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+4x+4} - 4x : \frac{x}{x} =$ ✗

$= \lim_{x\to\infty} \sqrt{1+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}} - 4 =$

$= 1 - 4 = -3$

$y = -3$

→ KOSE ASIMPTOTE NEMA JER POSTOJI HORIZONTALNA!

6. $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{4+x}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}}$

$f'(x) = 0$ $\quad \frac{1}{2\sqrt{4+x}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}} = 0$

$\frac{1}{2\sqrt{4+x}} = -\frac{1}{2\sqrt{4-x}} \quad /^2$

$\frac{1}{4(4+x)} = \frac{1}{4(4-x)}$

JEDNADŽBA NEMA RJEŠENJA OSIM $x=0$

$4(4+x) = 4(4-x)$

$16 + 4x = 16 - 4x$

$16x = 0$

$x = 0$

$y = 4$

✓ ALI TO NIJE GLOBALNI EKSTREM.

Goran Marjanović

5. $h(x) = \arctan(x^5)$

$$h'(x) = \frac{5x^5}{\sqrt{1-(x^5)^2}}$$

$$h''(x) = \frac{20x^3\left(\sqrt{1-x^{10}}\right) - 5x^5 \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x^{10}}} \cdot (-10x^9)}{1-x^{10}}$$

$$= \frac{20x^3\sqrt{1-x^{10}} + \frac{50x^{14}}{2\sqrt{1-x^{10}}}}{1-x^{10}} =$$

$$= \frac{\frac{40x^3\sqrt{1-x^{10}} + 50x^{14}}{2}}{1-x^{10}} = \frac{40x^3\sqrt{1-x^{10}} + 50x^{14}}{2-2x^{10}}$$

DOMENA

$D(h(x)) \in \mathbb{R}$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ G3

IME I PREZIME: Rikardo Radovčić

BROJ INDEKSA:

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{aligned} 4A - 5B + 4C + 5D &= 5 \\ -5A + 4B - 5C - 4D &= 4 \\ -A - B + C + 5D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 4x$. 5+15

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+5}{x^2-4}$. 15(graf)

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^5)$. 2+4+6+8

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$. Koji su globalni ekstremi? 15

Ukupno: 15

(2)

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 4 & -5 & 4 & 5 & 5 \\ -5 & 4 & -5 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 5 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & 1 & 5 & 0 \\ -5 & 4 & -5 & -4 & 4 \\ 4 & -5 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] /:5 \; /\cdot 4$$

$$\sim \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 21 & 4 \\ 0 & -9 & 8 & 25 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 16 & -4 \end{array}\right] /:(-1) \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 21 & 4 \\ 0 & -9 & 8 & 25 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 16 & -4 \end{array}\right] /\cdot 1 \; /\cdot(-9)$$

$$\sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 16 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 21 & 4 \\ 0 & 0 & 8 & 214 & -31 \\ 0 & 0 & 8 & 16 & -4 \end{array}\right] /:(-1) \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 16 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -21 & -4 \\ 0 & 0 & 8 & 214 & -31 \\ 0 & 0 & 8 & 16 & -4 \end{array}\right] /:8 \sim$$

$\frac{214}{8} = \frac{107}{4}$

$\frac{107}{4} \cdot (-8) + 16$

$$\sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 16 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -21 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{214}{8} & -\frac{31}{8} \\ 0 & 0 & 8 & 16 & -4 \end{array}\right] /(-8) \; /:1 \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & -21 & \\ 0 & 0 & 1 & \frac{107}{4} & -\frac{31}{8} \\ 0 & 0 & 0 & & \end{array}\right]$$

Rikardo Radovčić

① $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$

$|z| = 3i \cdot 2(z+i)$ ×

$\sqrt{x^2+y^2} = 6i(x+iy+i)$

$\sqrt{x^2+y^2} = 6ix - 6y - 6$

Realna: $\sqrt{x^2+y^2} = -6y - 6$

Imaginarna: $0 = 6x \Rightarrow x = 0$

$\sqrt{y^2} = -6y - 6$

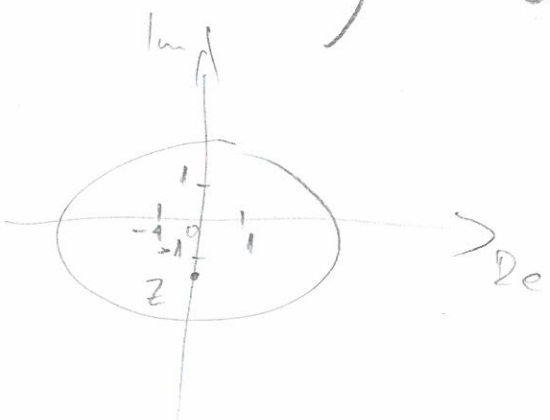
$\sqrt{y^2} = y$ za $y > 0$

$\sqrt{y^2} = -y$ za $y < 0$

$\pm y = -6y - 6$

$7y = -6 \Rightarrow y = \frac{-6}{7}$ $y > 0$ ×

$5y = -6 \Rightarrow y = \frac{-6}{5}$ $y < 0$ ✓



$z = \frac{-6}{5}i$

Samo 1 rješenje

PROVJERA?

④ $f(x) = \frac{x+5}{x^2-4}$, $x \neq 2$
$x \neq -2$

> tok , graf <

$D \; \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Nultočke

$x + 5 = 0$

$x = -5$

Rikardo Radovčić

⑥ $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$

> globalni ekstremi <

$4 + x \geq 0 \qquad 4 - x \geq 0$

$x \geq -4 \qquad x \leq 4$

$D \in [-4, 4]$ → nema V.A.

→ unutar ovog omeđena intervala nema ni globalnih ni lokalnih ekst

~~ni~~

$$h''(x) = \frac{5 \cdot 4x^3 \cdot (1+x^{10}) - (5x^4)(10x^9)}{(1+x^{10})^2}$$ ✓

$$h''(x) = \frac{20x^3 (1+x^{10}) - (5x^4)(10x^9)}{(1+x^{10})^2}$$

$$h''(x) = \frac{20x^3 + 20x^{30} - 50x^{36}}{(1+x^{10})^2}$$

③ $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$

domena, asimptote

$g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$

$g(x) = \sqrt{(x+2)^2} - 4x$

$= |x+2|$

$g(x) = -3x + 2$

To je ⇓ pravac

D: $\mathbb{R}$ ✓

Domena je čitav skup $\mathbb{R}$

nema asimptota ✗

$h(x) = \arctan(x^5)$, domena, (ne)parnost, druga derivacija

D: $\mathbb{R}$ ✓

$h(x) = h(-x)$?

$\arctan(-x^5) \neq \arctan(-x^5)$?

Funkcija neparna? (potencije)

$h'(x) = \frac{1}{1+(x^5)^2} \cdot (5x^4)$ ✓

$h'(x) = \frac{5x^4}{1+x^{10}}$

$h''(x) = \frac{(5x^4)' \cdot (1+x^{10}) - (5x^4)(1+x^{10})'}{(1+x^{10})^2}$

→

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇓⇓ G3

IME I PREZIME: TOMISLAV PERKOVIĆ **BROJ INDEKSA:** 17-2-0229-2012

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3
2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{aligned} 4A - 5B + 4C + 5D &= 5 \\ -5A + 4B - 5C - 4D &= 4 \\ -A - B + C + 5D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15
4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+5}{x^2-4}$. 15(graf)
5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^5)$. 2+4+6+8
6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$. Koji su globalni ekstremi? 15

Ukupno: Ø

④ $f(x) = \frac{x+5}{x^2-4}$

① DOMENA

$x^2 - 4 \neq 0$

$x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4}$

$x_1 = 2$

$x_2 = -2$

$Df: \langle -\infty, -2] \cup [2, +\infty \rangle$

② ASIMPTOTE

V.A

$\lim_{x\to 2^+} \frac{x+5}{x^2-4} = \frac{2^+ + 5}{(2^+)^2 - 4} = \frac{7^+}{0^+} = +\infty$

$\lim_{x\to 2^-} \frac{x+5}{x^2-4} = \frac{2^- + 5}{(2^-)^2 - 4} = \frac{7^-}{0^-} = -\infty$

$\lim_{x\to -2^+} \frac{x+5}{x^2-4} = \frac{-2^+ + 5}{(-2^+)^2 - 4} = \frac{3^+}{0^+} = +\infty$

$\lim_{x\to -2^-} \frac{x+5}{x^2-4} = \frac{-2^- + 5}{(-2^-)^2 - 4} = \frac{3^-}{0^-} = -\infty$

H.A

$\lim_{x\to+\infty} \frac{x+5}{x^2-4} = \frac{x/x^2 + 5/x^2}{x^2/x^2 - 4/x^2} = \frac{0}{1} = +\infty$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{x+5}{x^2-4} = \frac{x/x^2 + 5/x^2}{x^2/x^2 - 4/x^2} = \frac{0}{1} = -\infty$

K.A

$\frac{x+5}{x^2-4} = \frac{x+5}{x(x^2-4)} = \frac{x+5}{x^3-4x}$

③ GLEDAMO SIMETRIJU

FUNKCIJA NIJE PERIODIČNA JER NIJE TRIGONOMETRIJSKA

$f(-x) = \frac{-x+5}{(-x)^2-4} = \frac{-x+5}{x^2-4}$ FUNKCIJA NIJE PARNA NITI NEPARNA

④ S.S.K.O

$x+5 = 0 \;/^2$

$x^2 + 5^2 = c$

$x = \pm\sqrt{25}$

$x_1 = 5 \quad x_2 = -5$

$T_1(5,0)$

$T_2(-5,0)$

$Y(0, -\frac{5}{4})$

5. DERIVACIJA

$\left(\frac{x+5}{x^2-4}\right)' = \frac{(x+5)'\cdot(x^2-4) - (x+5)(x^2-4)'}{(x^2-4)^2} = \frac{x^2-4-(x+5)\cdot 2x}{(x^2-4)^2} =$

$= \frac{x^2-4-2x^2-10x}{(x^2-4)^2} = \frac{-x^2-10x+4}{(x^2-4)^2}$

6. KRITIČNA TOČKA

$x^2 - 10x + 4$

$a \quad b \quad c$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2}$

$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 16}}{2}$

$x = \frac{10 \pm 9,17}{2}$

$x_1 = \frac{10 - 9,17}{2} \approx 0,42$

$x_2 = \frac{10 + 9,17}{2} \approx 9,59$

③ $g(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 4x \quad /^2$

NEMA VERT. ASIMPTOTE I NIT. K.A.

$x^2 + 4x + 4$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2}$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2}$ Df. R

H.A $\lim_{x \to \infty} \sqrt{x^2+4x+4} = 4x \quad / \sqrt{x^2+4x+4} + 4x$

$= \sqrt{x^2+4x+4} - 4x \cdot \frac{\sqrt{x^2+4x+4}+4x}{\sqrt{x^2+4x+4}+4x}$

$= \frac{\sqrt{x^2+4x+4}^2 - (4x)^2}{\sqrt{x^2+4x+4}+4x} = \frac{x^2+4x+4-16x^2}{\sqrt{x^2+4x+4}+4x}$

$= \frac{8x+8 \quad /:x^2}{x^2+4x+4+16x^2 \quad /:x^2} = \frac{\frac{8x}{x^2} + \frac{8}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{4x}{x^2} + \frac{4}{x^2} + \frac{16x^2}{x^2}} = \frac{0}{17} = 0$

GRAF?

⑤ $h(x) = \operatorname{arctg}(x^5)$

DOMENA Df: R

$h(-x) = \frac{1}{1+(-x)^5} = \frac{1}{1-x^5} = \frac{1}{1+x^5}$ FUNKCIJA JE PARNA, FUNKCIJA JE PERIODIČNA

$h(x)' = \frac{1}{1+(x^5)^2} = \frac{1' \cdot (1+x^5) - 1 \cdot (1+x^5)'}{1+(x^5)^2} = \frac{1+x^5-5x}{1-(x^5)^2} = \frac{x^5-5x+1}{1-(x^5)^2}$

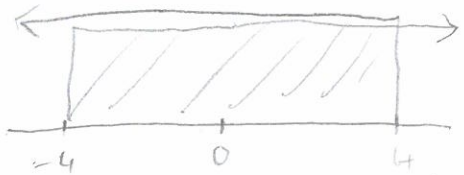
⑥ $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$ $Df\langle -\infty, -4] \cup [4, +\infty]$

$\sqrt{4+x} = 0 \quad /^2$ $\sqrt{4-x} = 0 \quad /^2$

$4+x=0$ $4-x=0$

$x=-4$ $-x=-4$

$x=4$



GLOB. EKSTREMI?

NEPARNOST

$f(-x) = \sqrt{4+(-x)} + \sqrt{4-(-x)}$

$= \sqrt{4-x} + \sqrt{4+x}$

FUNKCIJA JE NEPARNA

FUNKCIJA JE PERIODIČNA

x	$-\infty$		-4		4		$+\infty$
$f(x) = \sqrt{4-x}$		+		+		−	
		↗		↗		↘	

TOMISLAV PERKOVIĆ B.I: 17-2-0224-2012

② $\begin{bmatrix} 4 & -5 & 4 & 5 & 5 \\ -5 & 4 & -5 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 5 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{bmatrix} /:4$ $\sim$ $1R \leftrightarrow 4R$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ -5 & 4 & -5 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 5 & 0 \\ 4 & -5 & 4 & 5 & 5 \end{bmatrix}$ $/\cdot 5$ $/\cdot 1$ $/\cdot (-4)$ (+ +) $\sim$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 9 & 0 & -9 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & -1 \\ 0 & -9 & 0 & 9 & 9 \end{bmatrix}$

$4R - 2r$

$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 9 & 0 & -9 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ ← DESKRIPCIJA MOGUĆNOSTI

①

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ G3

IME I PREZIME: Alexandru I. Colescu **BROJ INDEKSA:** 14-1-0088-2011

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{aligned} 4A - 5B + 4C + 5D &= 5 \\ -5A + 4B - 5C - 4D &= 4 \\ -A - B + C + 5D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 4x$. 5+15

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+5}{x^2-4}$. 15(graf)

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^5)$. 2+4+6+8

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$. Koji su globalni ekstremi? 15

Ukupno:

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljavaju jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem.

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeriti rješenjem.

$$\begin{aligned} 4A - 5B - 4C + 5D &= 5 \\ -5A + 4B - 5C - 4D &= 4 \\ -A - B + C - 5D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+5}{x^2-4}$

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^5)$

6. Zadana je $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$