**MATEMATIKA 1**: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇓ G3

**IME I PREZIME:** Mihovil Pedišić

**BROJ INDEKSA:** 17-2-0253-2012

**ZAOKRUŽITI AKO ŽELITE:** ustmeni kod prof. Uglešića

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve $z$ koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja. 12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{aligned} 4A - 3B + 4C + 3D &= 3 \\ -3A + 4B - 3C - 4D &= 4 \\ -A - B + C + 3D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 4x$. 5+15

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$. 15(graf)

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^3)$. 2+4+6+8

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$. Koji su globalni ekstremi? 15

Ukupno: 28

2. $\left[\begin{array}{cccc|c} 4 & -3 & 4 & 3 & 3 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ 4 & -3 & 4 & 3 & 3 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 7 & 0 & -7 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & -7 & 0 & 7 & 7 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 7 & 0 & -7 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{array}\right]$

$4r : 4$
$3r \cdot (-1)$
$4r \leftrightarrow 1r$

$2r + 1r \cdot 3$
$3r - 1r$
$4r - 1r \cdot 4$

$4r + 2r$

Sustav nema rješenja

3. $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$

$x^2+4x+4 \geq 0$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2}$

$D: \mathbb{R}$ ✓

V.A. $\sqrt{(x^2+2)^x} - 4x = 0$

$x+2-4x=0$ Nema V.A

$-3x = -2$

$x = 2/3$

H.A.

$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+4x+4} - 4x = \lim_{x\to\infty} x+2-4x \;/:x = \lim_{x\to\infty} 1+\frac{2}{x}^{=0} - 4$

$\boxed{x = -3}$ D.H.A ✗

$\lim_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+4x+4} - 4x = \begin{pmatrix} x\mapsto -x \\ -\infty \mapsto \infty \end{pmatrix} \lim_{x\to\infty} \sqrt{(-x)^2-4x+4} + 4x$

$= \lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2-4x+4} + 4x = \lim_{x\to\infty} x-2+4x \;/:x =$

$= \lim_{x\to\infty} 1 - \frac{2}{x} + 4 = 5$ $\boxed{y=5}$ L.H.A ✗

K.A. $y = kx+l$

$k = \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+4x+4} - 4x}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x+2-4x}{x} \;/:x = \lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{2}{x}^{=0} - 4}{1}$

$= -3$

$l = (f(x) - kx) = \lim_{x\to\infty} \left(\left(\sqrt{x^2+4x+4} - 4x\right) + 3x\right) = \lim_{x\to\infty} (x+2-4x+3x) \;/:x$

$\lim_{x\to\infty} 1 + \frac{2}{x}^{=0} - 4 + 3 = 0$

$\boxed{y = -3}$ D.K.A

IME I PREZIME: Mihovil Pulinić BROJ INDEKSA: 17-2-0253-2012

3. nastavak

$$k = \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-(x+2-4x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{-x-2+4x}{x} \overset{:x}{=}$$

$$= -1+4 = 3 = k$$

$$l = (f(x) - kx) = \lim_{x\to\infty} (-x-2+4x+3x) \overset{:x}{=} -1+4+3 = 6$$

$\boxed{y = 3x+6}$ L.K.A.

NE MOŽE IMATI LIJEVU KOSU I HORIZONTALNU ASIMPTOTU.

---

5. $h(x) = \arctan(x^3)$

D: $\mathbb{R}$ ✓

$h(x) = h(-x)$

$\arctan(x^3) \neq \arctan(-x^3)$

Funkcija je neparna! ✓

PERIODIČNOST ?

$$h'(x) = \frac{1}{1+x^3} \cdot 2x^2$$

$$h'(x) = \frac{2x^2}{1+x^3}$$ ✗

$$h''(x) = \frac{(2x^2)' \cdot (1+x^3) - 2x^2 \cdot (1+x^3)'}{1+x^3}$$

$$h''(x) = \frac{4x \cdot (1+x^3) - 2x^2 \cdot 2x^2}{1+x^3}$$

$$h''(x) = \frac{4x+4x^4-4x^4}{1+x^3} = \frac{4x}{1+x^3} \cdot \frac{1-x^3}{1-x^3}$$

$$h''(x) = \frac{4x-4x^4}{1-x^3+x^3-x^6}$$

$$h''(x) = \frac{4x \cdot (1-x^3)}{1-x^6} = \frac{4x}{1-x^3}$$ //

1. $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$

$\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}+2i} = 3i$ ✗

$\frac{x}{x+y+2i} = 3i \quad | \cdot (x+y+2i)$

$x = 3xi + 3yi + 6i^2$

$x = 3xi + 3yi - 6$

$x = 3i(x+y) - 6 \quad | : x+y$

$\frac{x}{x+y} = 3i - \frac{6}{x+y}$

$\frac{x}{x+y} + \frac{6}{x+y} = 3i$

$\frac{x+6}{x+y} = 3i$

**MATEMATIKA 1**: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇓⇓ G3

**IME I PREZIME:** Marko Milocović **BROJ INDEKSA:** 17-2-0146-2011

**ZAOKRUŽITI AKO ŽELITE:** ustmeni kod prof. Uglešića

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve $z$ koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja. 12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: ~~10+5~~

$$\begin{aligned} 4A - 3B + 4C + 3D &= 3 \\ -3A + 4B - 3C - 4D &= 4 \\ -A - B + C + 3D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 4x$. ~~5+15~~

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$. 15(graf)

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^3)$. ~~2+4+6+8~~

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$. Koji su globalni ekstremi? 15

Ukupno: 2

2.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 4 & -3 & 4 & 3 & 3 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 4 & -1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ 4 & -3 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \cdot(-1)$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ 4 & -3 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \cdot(3)\ \cdot(-4)\ \cdot(-4) \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & 7 & -6 & -13 & 4 \\ 0 & -7 & 8 & 15 & 3 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -4 \end{array}\right] \cdot\frac{1}{7}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -6/7 & -13/7 & 4/7 \\ 0 & -7 & 8 & 15 & 3 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -4 \end{array}\right] \cdot(-1)\ \cdot(7) \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1/7 & -8/7 & -4/7 \\ 0 & 1 & -6/7 & -13/7 & 4/7 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -4 \end{array}\right] \cdot\frac{1}{2} \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1/7 & -8/7 & -4/7 \\ 0 & 1 & -6/7 & -13/7 & 4/7 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 7/2 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -4 \end{array}\right] \cdot(-8)$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 & 3/7 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 10/7 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 7/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \end{array}\right] ?$$

③ $g(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 4$

$D_f = \langle -\infty, -2] \cup [-2, +\infty \rangle$ ✗

$x^2 + 4x + 4 \geq 0$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 0}{2}$

$x_{1,2} = -2$ //

?

⑤ $h(x) = \arctan(x^3)$

$h'(x) = \frac{1}{1 + (x^3)^2} = \frac{1}{1 + x^6}$ ✗

$h''(x) = -\frac{1}{(1 + x^6)^2}$

Dotaz

$h(x) = \arctan(x^3)$ $D = R$ ✓

**MATEMATIKA 1**: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod ⇓⇓ G3

**IME I PREZIME:** Ivan Vukašina **BROJ INDEKSA:** 172082-R

**ZAOKRUŽITI AKO ŽELITE:** ustmeni kod prof. Uglešića

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve $z$ koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja. 12+3
2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{aligned} 4A - 3B + 4C + 3D &= 3 \\ -3A + 4B - 3C - 4D &= 4 \\ -A - B + C + 3D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 4x$. 5+15
4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$. 15(graf)
5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^3)$. 2+4+6+8
6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$. Koji su globalni ekstremi? 15

Ukupno: 15

(2)

$$\begin{aligned} 4A - 3B + 4C + 3D &= 3 \\ -3A + 4B - 3C - 4D &= 4 \\ -A - B + C + 3D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 4 & -3 & 4 & 3 & 3 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ -4 & -3 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ 4 & -3 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & 7 & -6 & -13 & 4 \\ 0 & -7 & 8 & 15 & 3 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & 7 & -6 & -13 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & -1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & 7 & -6 & -13 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8 \end{array}\right]$$

Nema rješenja ✓

(3)

$$g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$$

$$x^2+4x+4 \geq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-4\cdot 1\cdot 4}}{2} \qquad x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

?

**MATEMATIKA 1**: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇓⇓ g3

**IME I PREZIME:** Franko Babarić **BROJ INDEKSA:** 0269070613

**ZAOKRUŽITI AKO ŽELITE:** ustmeni kod prof. Uglešića

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve $z$ koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja. 12+3
2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{aligned} 4A - 3B + 4C + 3D &= 3 \\ -3A + 4B - 3C - 4D &= 4 \\ -A - B + C + 3D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 4x$. 5+15
4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$. 15(graf)
5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^3)$. 2+4+6+8
6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$. Koji su globalni ekstremi? 15

Ukupno: 17

2.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 4 & -3 & 4 & 3 & 3 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \begin{array}{l} \text{I} + \text{II} \\ \sim \\ \\ \\ \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 7 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \begin{array}{l} \text{II} + 3\,\text{I} \\ \text{III} + \text{I} \\ \text{IV} - 4\,\text{I} \\ \\ \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & 7 & 0 & -7 & 28 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \end{array}\right]$$

Matrica nema rješenja ✓

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & -3 & 4 & 3 & 3 \end{array}\right] \begin{array}{l} +3\,\text{I} \\ +\text{I} \\ \\ -4\,\text{I} \end{array} \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 7 & 0 & -7 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & -7 & 0 & 7 & 2 \end{array}\right]$$

3. $\sqrt{x^2+4x+4} - 4x$ $\quad (x^2+4x+4)^{-2} - 4x$ $\quad x \neq -2$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2}$

$x_{1,2} = -\frac{4}{2}$ $\quad x = -2$

$= \sqrt{4-8+4} + 8$

$= \sqrt{0} + 8$

$= 8$

$D: \mathbb{R}$ ✓

**MATEMATIKA 1**: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod ⇊ G3

**IME I PREZIME:** PETAR JELAVIĆ MITROVIĆ **BROJ INDEKSA:** 17-2-0245-2012

**ZAOKRUŽITI AKO ŽELITE:** (ustmeni kod prof. Uglešića)

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve $z$ koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja. 12+3
2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{aligned} 4A - 3B + 4C + 3D &= 3 \\ -3A + 4B - 3C - 4D &= 4 \\ -A - B + C + 3D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15
4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$. 15(graf)
5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^3)$. 2+4+6+8
6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$. Koji su globalni ekstremi? 15

Ukupno: 67

4) $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$ $D = x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

$x^2 - 4 \neq 0$ $y = 0 \Rightarrow x + 3 = 0$ $T(-3, 0)$ NT

$x^2 \neq 4$ $x = -3$

$x \neq \pm 2$ $y' = \frac{1 \cdot (x^2-4) - (x+3) \cdot 2x}{(x^2-4)^2} = \frac{x^2 - 4 - 2x^2 - 6x}{(x^2-4)^2}$

$y' = \frac{-x^2 - 6x - 4}{(x^2-4)^2}$ $y' = 0 \Rightarrow -x^2 - 6x - 4 = 0$

$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 16}}{-2} = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{-2}$

$x_1 = -5.24$ $x_2 = -0.76$

$y_{min} = \frac{-5.24 + 3}{(-5.24)^2 - 4} = -0.1$ $T_{min}(-5.24, -0.1)$

$(x = -5.24)$

$y_{max} = \frac{-0.76 + 3}{(-0.76)^2 - 4} = -0.65$ $T_{max}(-0.76, -0.65)$

$(x = -0.76)$

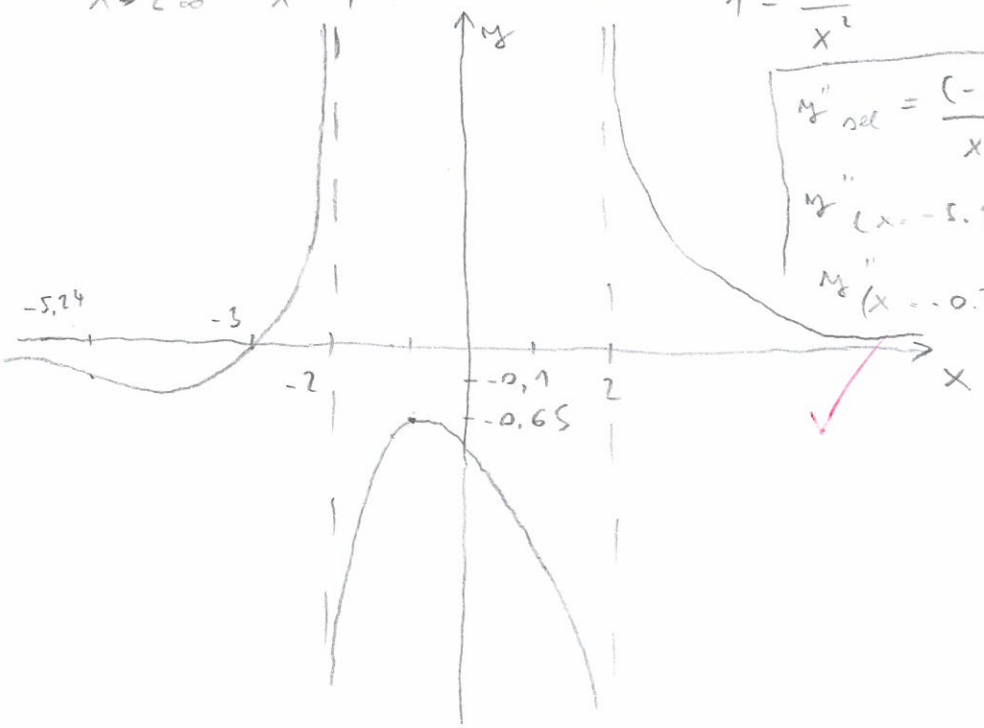
VA $x_1 = -2$ $x_2 = 2$

HA $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x+3}{x^2-4} \,|:x^2 = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$

$y''_{sol} = \frac{(-x^2 - 6x - 4)'}{(x^2-4)^2} = \frac{-2x - 6}{(x^2-4)^2}$

$y''(x = -5.24) = \frac{+}{+} > 0$ min $\checkmark$ $x = -5.24$

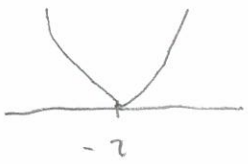
$y''(x = -0.76) = \frac{-}{+} < 0$ max $\checkmark$ $x = -0.76$



(3) $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$

$x^2+4x+4 \geq 0$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2} = -2$




$D = x \in R$ ✓

V. A – nema

HA $y = \lim_{x \to \pm\infty} (\sqrt{x^2+4x+4} - 4x) \cdot \frac{\sqrt{x^2+4x+4} + 4x}{\sqrt{x^2+4x+4} + 4x}$

$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2+4x+4-16x^2}{\sqrt{x^2+4x+4} + 4x} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-15x^2+4x+4}{\sqrt{x^2+4x+4} + 4x} \; | : x$

$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-15 + \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}}{\sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x^3} + \frac{4}{x^4}} + \frac{4}{x}} = \frac{-15}{0} = \infty$

$k = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x} \; | : x = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}} - 4}{1} = \frac{-3}{1} = -3$

$l = \lim_{x \to \pm\infty} (\sqrt{x^2+4x+4} - 4x + 3x) = \lim_{x \to \pm\infty} (\sqrt{x^2+4x+4} - x) \cdot \frac{\sqrt{x^2+4x+4} + x}{\sqrt{x^2+4x+4} + x}$

$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{\cancel{x^2}+4x+4-\cancel{x^2}}{\sqrt{x^2+4x+4} + x} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{4x+4}{\sqrt{x^2+4x+4} + x} \; | : x$

$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{4+\frac{4}{x}}{\sqrt{1+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}}+1} = \frac{4}{1+1} = 2$

$y = -3x + 2$ KOSA ASIMPTOTA

KOJA ?

---

(1.) $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$ $\quad z = x + iy$ $\quad |z| = \sqrt{x^2+y^2}$

$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x+iy+2i} = 3i \; | \cdot x + i(y+2)$

$\sqrt{x^2+y^2} = 3ix + 3i^2(y+2)$

$\sqrt{x^2+y^2} = -3(y+2) + 3xi$

PRVO ERA $= \sqrt{(-\frac{3}{2})^2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}i} = \frac{3}{i} = \frac{i}{i} = \frac{3i}{1} = 3i$

$\frac{\sqrt{(-3)^2}}{-3i+2i} = \frac{3}{-i} \cdot \frac{i}{i} = \frac{3i}{1} = 3i$

$-3(y+2) = \sqrt{x^2+y^2}$

$3x = 0 \Rightarrow x = 0$

$-3y-6 = \sqrt{y^2}$

$-3y-6 = y$

$-4y = 6 \; | : (-4)$

$y_1 = -3/2$

$z_1 = -\frac{3}{2}i$ ✓

$-3y-6 = -y$

$-2y = 6 \; | : (-2)$

$y_2 = -3$

$z_2 = -3i$

JE RJEŠENJE

**Ime i prezime:** PETAR JELAVIĆ MITROVIĆ **Broj indeksa:** 17-2-0245-2017

(2)

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 4 & -3 & 4 & 3 & 3 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \sim$$

(-1)

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ 4 & -3 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] \begin{array}{l} \\ (3) \\ \\ \\ (-4) \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & 7 & -6 & -13 & 4 \\ 0 & -7 & 8 & 15 & 3 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -4 \end{array}\right] \begin{array}{l} \\ (1) \\ \\ \end{array} \sim$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & 7 & -6 & -13 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & -4 \end{array}\right] \begin{array}{l} \\ \\ \\ (-4) \end{array} \sim$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & -3 & 0 \\ 0 & 7 & -6 & -13 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \end{array}\right]$$

$r(A) = 3$

$r(A_p) = 4$

SUSTAV NEMA RJEŠENJA ✓

(5.) $h(x) = \arctan(x^3)$

$D = x \in \mathbb{R}$ ✓

$$h'(x) = \frac{1}{1+(x^3)^2} \cdot (x^3)' = \frac{1}{1+x^6} \cdot 3x^2$$ ✓

$$h'(x) = \frac{3x^2}{1+x^6}$$

$$h''(x) = \frac{6x \cdot (1+x^6) - 3x^2 \cdot 6x^5}{(1+x^6)^2} = \frac{6x + 6x^7 - 18x^7}{(1+x^6)^2}$$ ✓

$$h''(x) = \frac{-12x^7 + 6x}{(1+x^6)^2} = \frac{6x(-2x^6+1)}{(1+x^6)^2}$$

(6.) $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$

$4+x \geq 0$ $\qquad$ $4-x \geq 0$

$x \geq -4$ $\qquad$ $-x \geq -4 \;/\cdot(-1)$

$x \leq 4$

$D = x \in [-4, 4]$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{4+x}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}} \cdot (-1) = \frac{\sqrt{4-x} - \sqrt{4+x}}{2\sqrt{4+x} \cdot \sqrt{4-x}}$$

$f'(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{4-x} - \sqrt{4+x} = 0$

$\sqrt{4-x} = \sqrt{4+x} \;)^2$

$4 - x = 4 + x$

$-2x = 0$

$x = 0$

GLOBALNI EKSTREMI?

**MATEMATIKA 1**: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇓⇓ G3

**IME I PREZIME:** Tibor Rak **BROJ INDEKSA:** 17-1-0060-2011

**ZAOKRUŽITI AKO ŽELITE:** ustmeni kod prof. Uglešića

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve $z$ koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja. 12+3
2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{aligned} 4A - 3B + 4C + 3D &= 3 \\ -3A + 4B - 3C - 4D &= 4 \\ -A - B + C + 3D &= 0 \\ 4A + 4B + 4C - 4D &= -4 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15
4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$. 15(graf)
5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^3)$. 2+4+6+8
6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}$. Koji su globalni ekstremi? 15

Ukupno: 25

5. $h(x) = \arctan(x^3)$

$$h'(x) = \frac{1}{1+(x^3)^2} \cdot (x^3)' = \frac{3x^2}{1+x^6}$$ ✓

$$h''(x) = \frac{6x \cdot (1+x^6) - 3x^2 \cdot (1+x^6)'}{(1+x^6)^2} = \frac{6x \cdot (1+x^6) - 3x^2 \cdot 6x^5}{(1+x^6)^2}$$ ✓

$$= \frac{6x + 6x^7 - 3x^2 \cdot 6x^5}{(1+x^6)^2}$$

DOMENA: $D(f) = \mathbb{R}$ ✓

3. $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$

$x^2 + 4x + 4 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2}$

$x_{1,2} = \pm 2$

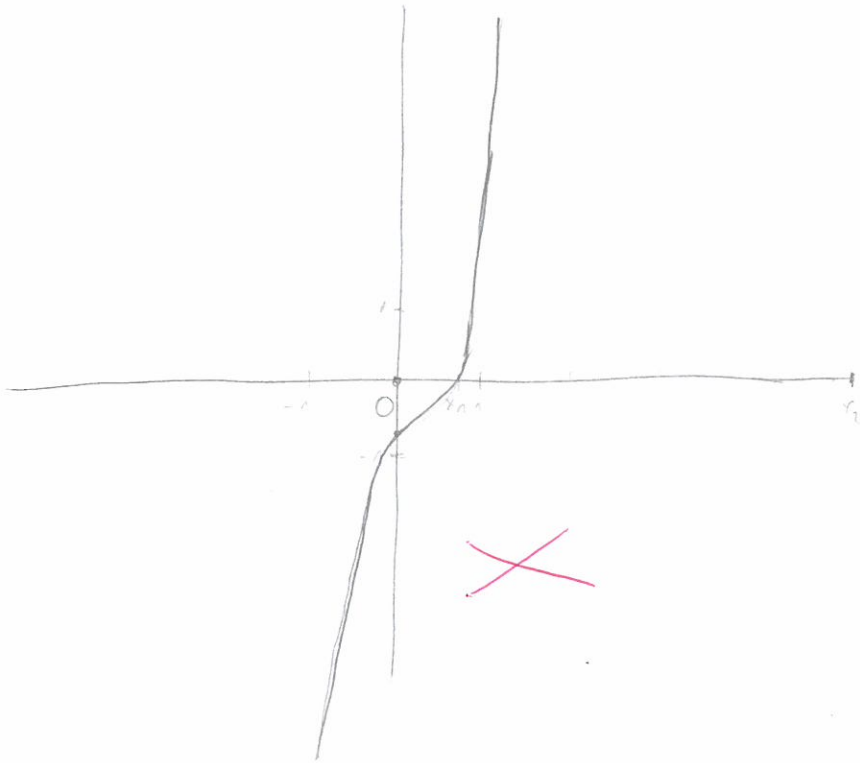
$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ ✗

(4.) $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$

1. $x^2 - 4 \neq 0$ $\quad D(f) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ ✗

$x^2 = 4 \mid \sqrt{}$

$x = 2$



2. $y = 0$

$f(x) = \frac{0+3}{0-4} = -\frac{3}{4}$ ✗

3. V.A.:

$\lim_{x \to 2^+} \frac{2+3}{2^2-4} = \frac{5}{0} = +\infty$

$\lim_{x \to 2^-} \frac{2+3}{2^2-4} = \frac{5}{0} = -\infty$

H.A.

$\lim_{x \to \infty} \frac{x+3 \mid :x^2}{x^2-4 \mid :x^2} = \frac{\frac{x}{x^2} + \frac{3}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$

4. $f(x) = \frac{(x+3)'(x^2-4) - (x+3)(x^2-4)'}{(x^2-4)^2}$

$= \frac{x^2-4-(x+3)\,2x}{(x^2-4)^2} = \frac{x^2-4-2x^2+6x}{(x^2-4)^2} = \frac{-x^2+6x-4}{(x^2-4)^2}$

$-x^2+6x-4=0$

$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36-16}}{-2}$

$x_1 = \frac{-6+2\sqrt{5}}{-2} \approx 0{,}76$

$x_2 = \frac{-6-2\sqrt{5}}{-2} \approx 5{,}23$

2. $\left[\begin{array}{cccc|c} 4 & -3 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] R1+R2 \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 7 \\ -3 & 4 & -3 & -4 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & -4 & -4 \end{array}\right] R2+3R1 \; R3+R1 \; R4-4R1 \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & 7 & 0 & -7 & 25 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \end{array}\right] R2 \cdot \frac{1}{7}$

$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{25}{7} \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \end{array}\right] R1-R2 \sim \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

NEMA RJEŠENJA! ✓

1. $\frac{|z|}{z+2i} = 3i \;\Big|\cdot z+2i$

$|z| = 3i(z+2i)$

$\sqrt{x^2+y^2} = 3i \cdot (x+yi+2i) \;\Big|(\;)^2$

$x^2+y^2 = -9 \cdot (x+yi+2i)^2$

$x+y =$ ---- ?

Ime i prezime:

Broj indeksa: