

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

A9

IME I PREZIME: **MARIO IVANAC**

BROJ INDEKSA: **17-1-0096-20M**

ZAOKRUŽITI AKO ŽELITE:

ustmeni kod prof. Uglešića

1. Izračunati i obavezno provjeriti $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{6+x} - 3}{x-3} \right)$.

~~6+2~~

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum n(\sqrt{n+8} - \sqrt{n-8})$.

7

3. Na osnovi ispitivanja tijeka funkcije skicirati graf: $f(x) = \frac{x+8}{x^2-2x-3}$.

20 (graf)

4. Zapisati treću parcijalnu sumu razvoja funkcije $g(x) = e^{8x}$ u Taylorov red po potencijama od x . Taylorov red oko točke $x_0 = 0$ naziva se još i Maclaurinov red.

15

5. Odrediti domenu i asimptote funkcije $h(x) = \frac{8x+8}{x+\sqrt{x^2-x}}$.

~~6+14~~ 10

6. Posebno izračunati rang, a posebno determinantu matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -8 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 8 & 0 & 18 \end{bmatrix}$.

~~8+7~~

7. Na sljedećem primjeru pokazati kako se nejednadžba može riješiti grafički, a kako analitički: $x-8 \leq \sqrt{x}$.
Provjeravaj gdje god možeš uvrštavanjem!

6+6+3

Ukupno:

~~20~~ 14

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{6+x} - 3}{x-3} \right) &= \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{6+3} - 3}{3-3} \right) = \frac{\sqrt{9} - 3}{0} = \frac{3-3}{0} = \frac{0}{0} \\ &\stackrel{L'H}{=} \frac{(\sqrt{6+x} - 3)' \cdot (x-3) - (\sqrt{6+x} - 3) \cdot (x-3)'}{(x-3)'} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{2\sqrt{6+x}} \cdot (x-3) - (\sqrt{6+x} - 3) \cdot 1}{1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{x-3}{2\sqrt{6+x}} - (\sqrt{6+x} - 3)}{1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{3-3}{2\sqrt{6+3}} - (\sqrt{6+3} - 3)}{1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{0 - 0}{1} = 0 \end{aligned}$$

VIDI
BASIC

PROVJERA UVRŠTAVANJEM

$f(4)$
 $f(3.1)$
 $f(3.01)$

DA LI SE
PRIBLIŽAVA
LIMESU

?

$$5) \quad h(x) = \frac{8x+8}{x+\sqrt{x^2-x}}$$

Domena

$$x^2 - x > 0$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(1-x) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad 1-x = 0$$

$$-x = -1$$

$$x_2 = 1$$

$$Df: (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) \quad \underline{4}$$

MAZIVNIK NE SMIJE BITI NULA!!!

V.A.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{8x+8}{x+\sqrt{x^2-x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{8 \cdot 1 + 8}{1 + \sqrt{1^2-1}} = \frac{16^-}{1} = 16^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{8x+8}{x+\sqrt{x^2-x}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{8 \cdot 1 + 8}{1 + \sqrt{1^2-1}} = \frac{16^+}{1} = 16^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{8x+8}{x+\sqrt{x^2-x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{8 \cdot 0^+ + 8}{0^+ + \sqrt{0^2-0}} = \frac{8^+}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{8x+8}{x+\sqrt{x^2-x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{8 \cdot 0^- + 8}{0^- + \sqrt{0^2-0}} = \frac{8^-}{0} = +\infty$$

V.A. je $x=0$ ✓

H.A.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x+8}{x+\sqrt{x^2-x}} \stackrel{||:x}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{8x}{x} + \frac{8}{x}}{\frac{x}{x} + \sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8 + 0}{1 + 1} = \frac{8}{2} = 4$$

D.H.A = 4 ✓

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x+8}{x+\sqrt{x^2-x}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \rightarrow -x \\ -\infty \rightarrow +\infty \end{array} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8 \cdot (-x) + 8}{-x + \sqrt{(-x)^2 - (-x)}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-8x+8}{-x + \sqrt{x^2+x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-8x+8}{-x + \sqrt{x^2+x}} \stackrel{||:x}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{-8x}{x} + \frac{8}{x}}{\frac{-x}{x} + \sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{x}{x}}} = \frac{-8 + 0}{-1 + 0} = \frac{-8}{-1} = 8$$

L.H.A = 8

Nema K.A. ✗

IME I PRÉZIME: MARIO IVANAC

BROJ INDEKSA:

6)

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -8 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 8 & 0 & 18 \end{bmatrix} = (-2) \cdot \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 8 & 0 & 18 & 0 \end{bmatrix} + (-8) \cdot \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 18 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= 2 \cdot (2 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0) - 8 \cdot (0 + 0 + 0 - 18 - 0 - 0)$$

$$= 2 \cdot 0 - 8 \cdot (-18)$$

$$= 0 + 144$$

$$= 144$$

$$\det. = 144$$

3)

$$f(x) = \frac{x+8}{x^2-2x-3}$$

$$x+8=0$$

$$x=-8$$

$$x^2-2x-3 \neq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad x_2 = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$D_f: (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$$

Parnost: neparnost

$$f(x) = f(-x)$$

$$f(-x) = \frac{-x-8}{(-x)^2-2(-x)-3} = \frac{-x-8}{x^2+2x-3}$$

Funkcija je neparna

V.A

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+8}{x^2-2x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3+8}{3^2-2 \cdot 3-3} = \frac{11}{0} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+8}{x^2-2x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3+8}{3^2-2 \cdot 3-3} = \frac{11}{0} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x+8}{x^2-2x-3} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-1+8}{(-1)^2-2(-1)-3} = \frac{7}{0} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+8}{x^2-2x-3} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-1+8}{(-1)^2-2(-1)-3} = \frac{7}{0} = -\infty$$

H.A.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+8}{x^2-2x-3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{x}{x^2} + \frac{8}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{2x}{x^2} - \frac{3}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+8}{x^2-2x-3} \Rightarrow \begin{bmatrix} x-3-x \\ -\infty \pm \infty \end{bmatrix}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x+8}{(-x)^2-2(-x)-3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x+8}{x^2+2x-3} = \frac{0}{\infty} = 0$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{-x}{x^2} + \frac{8}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{2x}{x^2} - \frac{3}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

Nema K.A.

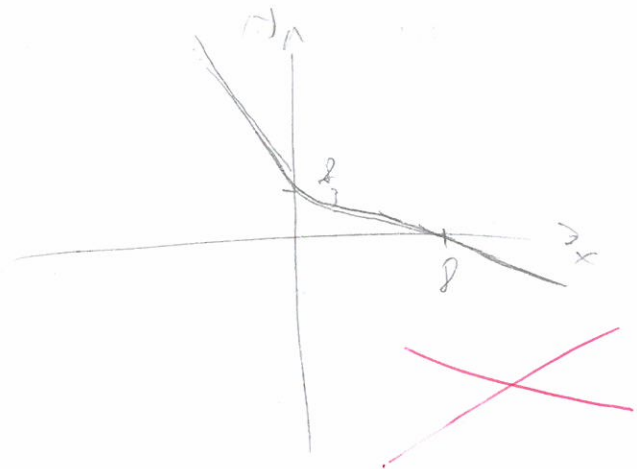


Nastavak 3. Zadatak

Derivacija

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{x+8}{x^2-2x-3} = \frac{(x+8)' \cdot (x^2-2x-3) - (x+8) \cdot (x^2-2x-3)'}{(x^2-2x-3)^2} \\ &= \frac{1 \cdot (x^2-2x-3) - (x+8) \cdot (2x-2)}{(x^2-2x-3)^2} \\ &= \frac{x^2-2x-3 - 2x^2-16x+2x-16}{(x^2-2x-3)^2} \\ &= \frac{-x^2-16x-19}{(x^2-2x-3)^2} \end{aligned}$$

$$f(0) = \frac{0+8}{0^2-2 \cdot 0-3} = \frac{0+8}{0-0-3} = \frac{8}{-3}$$



MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** ●obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

A9

IME I PREZIME: **ANTON RAŠIĆ**

BROJ INDEKSA: **17-2-0084-2011**

ZAKRUŽITI AKO ŽELITE: ustmeni kod prof. Uglešića

1. Izračunati i obavezno provjeriti $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{6+x} - 3}{x-3} \right)$. 6+2
2. Ispitati konvergenciju reda $\sum n(\sqrt{n+8} - \sqrt{n-8})$. 7
3. Na osnovi ispitivanja tijeka funkcije skicirati graf: $f(x) = \frac{x+8}{x^2-2x-3}$. 20 (graf)
4. Zapisati treću parcijalnu sumu razvoja funkcije $g(x) = e^{8x}$ u Taylorov red po potencijama od x . Taylorov red oko točke $x_0 = 0$ naziva se još i Maclaurinov red. 15
5. Odrediti domenu i asimptote funkcije $h(x) = \frac{8x+8}{x+\sqrt{x^2-x}}$. 6+14
6. Posebno izračunati rang, a posebno determinantu matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -8 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 8 & 0 & 18 \end{bmatrix}$. 8+7
7. Na sljedećem primjeru pokazati kako se nejednadžba može riješiti grafički, a kako analitički: $x - 8 \leq \sqrt{x}$.
Provjeravaj gdje god možeš uvrštavanjem! 6+6+3

Ukupno:
6

① $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{6+x} - 3}{x-3} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{6+x} - 3}{x-3} \right)$

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3 + \sqrt{6+x}}{-3+x} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{2\sqrt{6+x}} = \frac{1}{2} \left(\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{6+x}} \right)$

$= \frac{1}{2 \left(\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{6+x} \right)} = \frac{1}{2\sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} (6+x)}} = \frac{1}{6} \checkmark$

PROVJERA

$$\textcircled{5} \frac{2x+8}{x+\sqrt{x^2-x}}$$

$$x+\sqrt{x^2-x} \geq 0$$

$$\textcircled{3} \frac{x+8}{x^2-2x+3}$$

$x \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$

$x \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$

$x \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$

IME I PREZIME: Anton Raišić

BROJ INDEKSA: 17-2-0084-2011

$$\textcircled{7} \quad x-8 \leq \sqrt{x}$$

$$\textcircled{6} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -8 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 8 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: FLAVIO ABATINOVIC

BROJ INDEKSA: 17-2-0162-2012

49

ZAKRUŽITI AKO ŽELITE: ustmeni kod prof. Uglešića

1. Izračunati i obavezno provjeriti $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{6+x}-3}{x-3} \right)$.

~~6+2~~

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum n(\sqrt{n+8}-\sqrt{n-8})$.

7

3. Na osnovi ispitivanja tijeka funkcije skicirati graf: $f(x) = \frac{x+8}{x^2-2x-3}$.

~~20 (graf)~~

4. Zapisati treću parcijalnu sumu razvoja funkcije $g(x) = e^{8x}$ u Taylorov red po potencijama od x . Taylorov red oko točke $x_0 = 0$ naziva se još i Maclaurinov red.

15

5. Odrediti domenu i asimptote funkcije $h(x) = \frac{8x+8}{x+\sqrt{x^2-x}}$.

~~6+14~~

6. Posebno izračunati rang, a posebno determinantu matrice $A = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ -8 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 8 & 0 & 18 \end{bmatrix}$.

~~8+7~~

7. Na sljedećem primjeru pokazati kako se nejednadžba može riješiti grafički, a kako analitički: $x-8 \leq \sqrt{x}$.
Provjeravaj gdje god možeš uvrštavanjem!

6+6+3

1. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{6+x}-3}{x-3} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sqrt{\frac{6^2}{3} + \frac{3^1}{3}} - \frac{3^1}{3}}{\frac{3^1}{3} - \frac{3^1}{3}} \right) = \frac{\sqrt{3} - 1}{0} = \frac{0,73}{0} = +\infty$

Ukupno:

3. $f(x) = \frac{x+8}{x^2-2x-3}$

DOMENA: $x^2-2x-3 \neq 0$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 3\}$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2}$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{matrix} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{matrix}$

$x_1 = \frac{6}{2} = 3$

$x_2 = \frac{-2}{2} = -1$

ASIMPTOTE: V.A. nema jer je polinoma nazivnika veći od brojnika.

$$\text{H.A. } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+8}{x^2-2x-3} \stackrel{\cdot \frac{1}{x^2}}{=} \frac{\frac{x}{x^2} + \frac{8}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{2x}{x^2} - \frac{3}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

$\frac{x}{x^2} = \frac{1}{x} = 0$ $\frac{8}{x^2} = 0$
 $\frac{x^2}{x^2} = 1$ $\frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x} = 0$ $\frac{3}{x^2} = 0$

$$\text{H.A.} = 0$$

NULTOČKE:

$$\frac{x+8}{x^2+2x-3}$$

$$N(-8, 0)$$

$$\begin{aligned} x+8 &= 0 \\ x &= -8 \end{aligned}$$

$$y=0 \rightarrow \text{uvrštavanje } \frac{0}{97} = 0$$

EKSTREMI

$$f(x) = \frac{x+8}{x^2+2x-3} = \frac{n \cdot b' - b \cdot n'}{(n)^2}$$

$$f'(x) = \frac{9 \cdot (x^2+2x-3) - (x+8) \cdot 2x+2}{(x^2+2x-3)^2} = \frac{9(x^2+2x-3) - 3x+10}{(x^2+2x-3)^2} =$$

$$= \frac{9x^2+18x-27-3x+10}{(x^2+2x-3)^2} = \frac{9x^2+15x-17}{x^4+2x^2-9}$$

IME I PREZIME: FLAVIO ABATINOVIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0162-2012

EKSTREMI

$$\frac{9x^2 + 15x - 17}{x^4 + 2x^2 - 9}$$

$$9x^2 + 15x - 17 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-15 \pm 3\sqrt{93}}{18}$$

$$x_1 = \frac{-15 - 3\sqrt{93}}{18} = -\frac{5 + \sqrt{93}}{6} = x_1 \approx 2,44$$

$$x_2 = \frac{-15 + 3\sqrt{93}}{18} = \frac{-5 + \sqrt{93}}{6} = x_2 \approx 0,77$$

$$x_{1,2} = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 612}}{18}$$

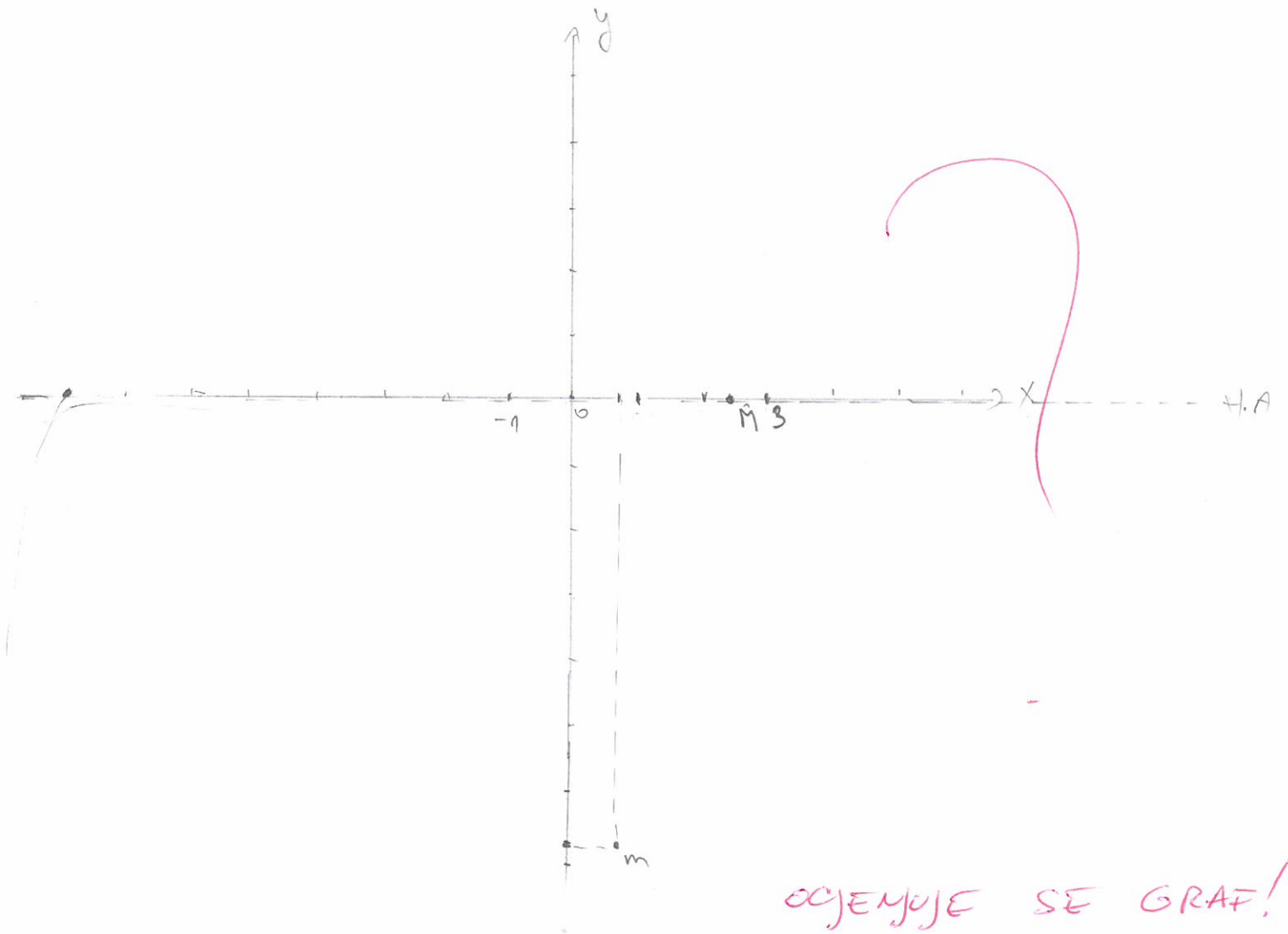
$$x_{1,2} = \frac{-15 \pm \sqrt{837}}{18}$$

$$E_1(2,44, -0,80) \quad y_1 = \frac{9 \cdot \left(-\frac{5 + \sqrt{93}}{6}\right) + 15 \cdot \left(-\frac{5 + \sqrt{93}}{6}\right) - 17}{\left(-\frac{5 + \sqrt{93}}{6}\right)^4 + 2 \cdot \left(-\frac{5 + \sqrt{93}}{6}\right)^2 - 9} = y_1 \approx 0$$

$$E_2(0,77, -6,80) \quad y_2 = \frac{9 \cdot \left(\frac{-5 + \sqrt{93}}{6}\right) + 15 \cdot \left(\frac{-5 + \sqrt{93}}{6}\right) - 17}{\left(\frac{-5 + \sqrt{93}}{6}\right)^4 + 2 \cdot \left(\frac{-5 + \sqrt{93}}{6}\right)^2 - 9} = y_2 \approx -6,80$$

LAST I PAD

| | | | | | |
|---------|-----------|------|------|-----|-----------|
| | $-\infty$ | -8 | -1 | 3 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | + | + | + | + | |
| $f'(x)$ | ↗ | ↗ | ↗ | ↗ | |



OCJENJUJE SE GRAF!

IME I PREZIME: FLAVIO ABATINOVIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0162-2012

$$5. h(x) = \frac{8x+8}{x+\sqrt{x^2-x}}$$

$$x + \sqrt{x^2-x} \neq 0$$

$$x^2 - x \geq 0$$

$$x(1 + \sqrt{x-1}) \neq 0$$

$$x(x$$

$$x \neq 0$$

$$1 + \sqrt{x-1} \neq 0$$

$$\sqrt{x-1} \neq -1/\sqrt{}$$

$$x-1 \neq \pm 1$$

$$x \neq \pm 1 + 1$$

$$x \neq \pm 2$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$$

X

V.A nema jer je broj polinoma u nazivniku veći nego u brojniku.

$$\text{H.A. } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{8x+8}{x+\sqrt{x^2-x}} = \frac{\frac{8x}{x} + \frac{8}{x}}{\frac{x}{x} + \sqrt{\frac{x^2}{x} - \frac{x}{x}}} = \frac{8}{1} = 8$$

$$\text{H.A.} = 8$$

X

6.

$$A = \begin{bmatrix} \cancel{0} & \cancel{8} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ -8 & 0 & 0 & 1 \\ -0 & 8 & 0 & 18 \end{bmatrix} = -8 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -8 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix} + ?$$