

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, tablica osnovnih integrala, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posledicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

35

IME I PREZIME: Lovro Soric

BROJ INDEKSA: 57638

1. Riješiti integrale:

(a) $\int_1^2 2x \cos(3x^2 + 4) dx,$

(b) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + x - 3}}$

2. Izračunati površinu lika između parabole $y = x^2 - x - 3$ i pravca $y = x$.

20

3. Zadano je $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 + 1)$. Grafički prikazati $f(x, y)$ pomoću razinskih krivulja i strelicom označiti smjer rasta funkcije. Istražiti ekstreme funkcije $f(x, y)$.

15

4. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' - 4y' + 4y = x^2$.

5. Diskretizirati funkciju $f(x) = e^{x^2}$ na intervalu $x \in [0, 1]$ i nekom metodom numeričke integracije (trapezna ili Simpsonova formula) približno odrediti $\int_0^1 f(x) dx$.

2) $y = x^2 - x - 3$ $y = x$



$$x^2 - x - 3 = x$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -1$$

20

$$P = \int_{-1}^3 (x - x^2 + x + 3) dx = \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x + 3) dx$$

$$= -\frac{x^3}{3} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 3x \Big|_{-1}^3 = -9 + 9 + 9 \cdot \frac{1}{3} - 1 + 3$$

$$= \frac{32}{3} - 1 - (-\frac{1}{3} + 1 + 3)$$

$$= \frac{32}{3} - 1 - \frac{4}{3} = \frac{32}{3} - \frac{7}{3} = \frac{25}{3}$$

VIDI LUKIN

3.

$$f(x,y) = \ln(x^2 + y^2 + 1)$$

$$f_x = \frac{2x}{x^2 + y^2 + 1}$$

$$f_y = \frac{2y}{x^2 + y^2 + 1}$$

$$f_x = 0 \rightarrow 2x = 0$$

$$x = 0 \quad \checkmark$$

$$f_y = 0 \rightarrow 2y = 0$$

$$y = 0 \quad \checkmark$$

$$f_{xx} = \frac{2(x^2 + y^2 + 1) - 2x \cdot 2x}{(x^2 + y^2 + 1)^2} = \frac{2x^2 + 2y^2 + 2 - 4x^2}{(x^2 + y^2 + 1)^2} = \frac{-2x^2 + 2y^2 + 2}{(x^2 + y^2 + 1)^2}$$

$$f_{xy} = \frac{-2y \cdot 2x}{(x^2 + y^2 + 1)^2} = \frac{-4xy}{(x^2 + y^2 + 1)^2} = B$$

$$f_{yy} = \frac{2(x^2 + y^2 + 1) - 2y \cdot 2y}{(x^2 + y^2 + 1)^2} = \frac{2x^2 - 2y^2 + 2}{(x^2 + y^2 + 1)^2} = C$$

$$T(0,0)$$

$$A = 2, B = 0, C = 2$$

$$\Delta = AC - B^2 = 4$$

$T(0,0)$ JE LOKALNI
MINIMUM FUNKCIJE \checkmark

$$= \frac{2x^2 + 2y^2 + 2 - 4x^2}{(x^2 + y^2 + 1)^2} = \frac{-2x^2 + 2y^2 + 2}{(x^2 + y^2 + 1)^2}$$

$$f_{xx}(0,0) = 2$$

$$f_{xy}(0,0) = 0$$

$$f_{yy}^{(0,0)} = 2$$

GRAFIČKI PRIKAZATI $f(x,y)$ RAZINSKIM KRIVULJAMA

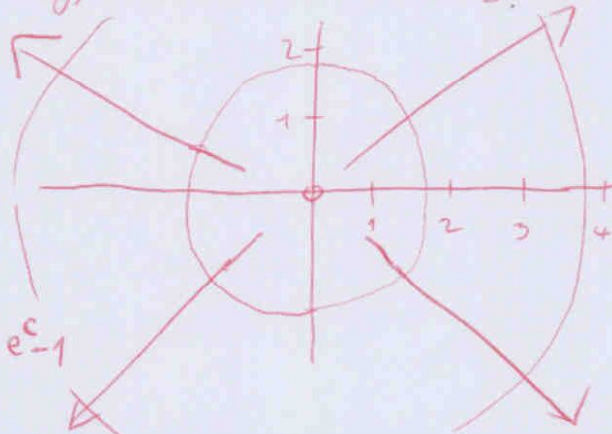
$$f(x,y) = c$$

$$\Leftrightarrow \ln(x^2 + y^2 + 1) = c$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 = e^c$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = e^c - 1$$

KRUŽNICA RADIJUSA $e^c - 1$
OKO $T_0(0,0)$



$$c = 0 \rightarrow K(T_0, 0)$$

$$c = 1 \rightarrow K(T_0, e-1)$$

$$K(T_0, 1.71)$$

$$c = 2 \rightarrow K(T_0, e^2 - 1)$$

~~30~~

15