

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pišaći pribor, tablica osnovnih integrala, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljevanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

10

IME I PREZIME: BARAC YUBICA

BROJ INDEKSA: 57713

1. Riješiti integrale:

(a) $\int_1^2 2x \cos(3x^2 + 4) dx$, 10

(b) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + x - 3}}$

2. Izračunati površinu lika između parabole $y = x^2 - x - 3$ i pravca $y = x$.

3. Zadano je $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 + 1)$. Grafički prikazati $f(x, y)$ pomoću razinskih krivulja i strelicom označiti smjer rasta funkcije. Istražiti ekstreme funkcije $f(x, y)$.

4. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' - 4y' + 4y = x^2$.

5. Diskretizirati funkciju $f(x) = e^{x^2}$ na intervalu $x \in [0, 1]$ i nekom metodom numeričke integracije (trapezna ili Simpsonova formula) približno odrediti $\int_0^1 f(x) dx$.

1. a) $\int_1^2 2x \cos(3x^2 + 4) dx$

$$\begin{cases} 3x^2 + 4 = u \quad | \quad d \\ 6x dx = du \quad | : 3 \\ \rightarrow 2x dx = \frac{du}{3} \end{cases}$$

$\int \cos(u) \cdot \frac{du}{3} =$

$\frac{1}{3} \int \cos(u) \cdot du$

$\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-\sin(u)}{(u)'} \right) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-\sin(u)}{1} \right) = \frac{1}{3} \cdot (-\sin u)$
 $= \frac{1}{3} \cdot (-\sin(3x^2 + 4)) \Big|_1^2$ ✓

$= \frac{1}{3} \cdot (-\sin(3 \cdot 2^2 + 4)) - \left(\frac{1}{3} \cdot (-\sin(3 \cdot 1^2 + 4)) \right) =$ 10

$= \frac{1}{3} \cdot (-\sin 16) - \frac{1}{3} \cdot (-\sin 7) =$

$= \frac{1}{3} \cdot (-0.27) - \frac{1}{3} \cdot (-0.12) =$

$= -0.09 + 0.04$

$= -0.05$ ✓

IME I PREZIME:

BARIĆ YUBICA

BROJ INDEKSA:

57713

2. $y = x^2 - x - 3$
 $y = x$

① parabola

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x_1 = 2.30$$

$$x_2 = -1.3$$

$$P_1 = \int_0^3 x \, dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^3 = \left(\frac{3^2}{2}\right) - \left(\frac{0^2}{2}\right) = \frac{9}{2} - 0 = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$P_2 = \int_2^3 (x^2 - x - 3) \, dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x\right]_2^3 = \left(\frac{3^3}{3} - \frac{3^2}{2} - 3 \cdot 3\right) - \left(\frac{2^3}{3} - \frac{2^2}{2} - 3 \cdot 2\right) =$$

$$P_3 = P_1 - P_2$$

$$P_3 = 4.5 - (-9.8)$$

$$= 4.5 + 9.8$$

$$= 14.3$$

$$P_4 = \int_{-1}^2 (x^2 - x - 3) \, dx =$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x\right]_{-1}^2 =$$

$$= \left(\frac{2^3}{3} - \frac{2^2}{2} - 3 \cdot 2\right) - \left(\frac{(-1)^3}{3} - \frac{(-1)^2}{2} - 3 \cdot (-1)\right) =$$

$$= (2.66 - 2 - 6) - (0.33 - 0.5 + 3) =$$

$$= -5.34 - 2.83$$

$$= -8.17$$

② pravac
 $y = x$
 $\frac{0}{1} \Big| \frac{0}{1}$

③ specijste pravca i parabole

$$x^2 - x - 3 - x = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

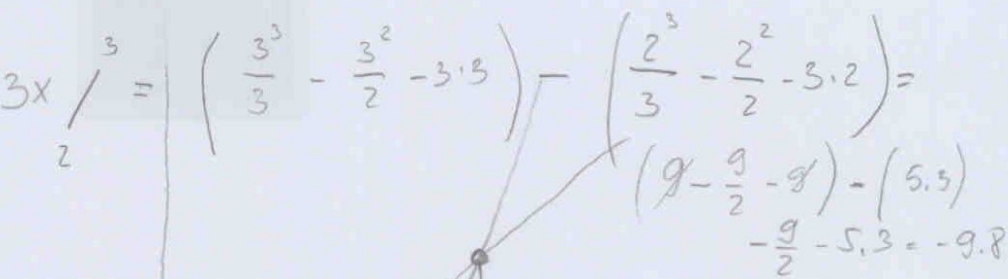
$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} =$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = -\frac{2}{2} = -1 \quad \checkmark$$



$$P_{uk} = P_4 + P_3 \quad \times$$

$$P_{uk} = -8.17 + 14.3$$

$$P_{uk} = 6.13 \quad \times$$

$$P = \int_{-1}^3 [x - (x^2 - x - 3)] \, dx = \dots$$

VIDI SORIC

IME I PREZIME:

57713

BROJ INDEKSA:

3. $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2 + 1)$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{x^2+1} \cdot (x^2+1)' = \frac{1}{x^2+1} \cdot 2x = \frac{2x}{x^2+1} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{y^2+1} \cdot (y^2+1)' = \frac{1}{y^2+1} \cdot 2y = \frac{2y}{y^2+1} = 0$$

$$\frac{2x}{x^2+1} = 0 \quad | \cdot (x^2+1)$$

$$\frac{2y}{y^2+1} = 0 \quad | \cdot (y^2+1)$$

$$2x = 0 \quad | :2$$

$$2y = 0 \quad | :2$$

$$\boxed{x=0}$$

$$T(0,0)$$

$$\boxed{y=0}$$

$$A = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2x}{x^2+1} \right) = \frac{(2x)' \cdot (x^2+1) - 2x \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \frac{2(x^2+1) - 4x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{2x^2+2-4x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2}$$

$$B = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2y}{y^2+1} \right) = 0$$

$$A = 1$$

$$B = 0$$

$$C = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{2y}{y^2+1} \right) = \frac{-2y^2+2}{(y^2+1)^2}$$

$$C = 1$$

$$D = AC - B^2$$

$$D = 1 - 0$$

$$D = 1$$

LD ekstrem

$A > 0 \rightarrow$ minimum

RAZINSKE KRIVULJE?

VIDI SORIĆ

$$T(0,0,1)$$