OBAVEZNO POPUNITI VRIJEME RJEŠAVANJA ISPITA: OD DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

0000

Broj ↓ bodova

**IME I PREZIME:** IVAN KASTELA **BROJ INDEKSA:** 57363

1. Riješiti jednadžbu: $\overline{1-i} = z^4 - (-i)^{113}$. 20 0

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Izračunati matrični umnožak $A\,A^{-1}$. 20 0

3. Ispitati tok funkcije: $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$. 40 0

4. Ispitati domenu, periodičnost, parnost i pronaći prvu i drugu derivaciju funkcije: $g(x) = \cos^2(3x)$. 20 0

2) $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$D = -3 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$D = -3\left[(0 \cdot 2) + (1 \cdot 1)\right]$

$D = -3 \cdot 1$

$D = -3$ ✓

VIDI KORILIĆ MIKULANDRA

$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ X

$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \leftarrow \quad \leftarrow (\cdot(-2)) \quad \leftarrow (\cdot(-3))$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right] \leftarrow \quad \leftarrow (\cdot(-1))$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad \times \left(-\frac{1}{3}\right)$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \end{array}\right]$

$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$

IME I PREZIME: IVAN KAŠTELA BROJ INDEKSA: 57363

$A \cdot A^{-1}$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (0\cdot 1)+(0\cdot 2)+(1\cdot\frac{1}{3}) & (0\cdot 0)+(0\cdot 0)+(1\cdot 0) & (1\cdot 0)+(1\cdot 0)+(1\cdot -\frac{1}{3}) \\ (0\cdot 1)+(1\cdot -2)+(2\cdot\frac{1}{3}) & (0\cdot 0)+(1\cdot 0)+(2\cdot 0) & (0\cdot 0)+(1\cdot 0)+(2\cdot -\frac{1}{3}) \\ (-3\cdot 1)+(1\cdot -2)+(3\cdot\frac{1}{3}) & (-3\cdot 0)+(1\cdot 0)+(3\cdot 0) & (-3\cdot 0)+(1\cdot 0)+(3\cdot -\frac{1}{3}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & -2 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} \\ -3 & 2 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & \frac{4}{3} \\ -3 & 2 & -\frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

0

NEDOZVOLJENO SKRAĆIVANJE

TREBA ZNATI DA $A A^{-1} = I$. AKO REZULTAT NIJE JEDINIČNA MATRICA ZNAČI DA JE DOŠLO DO GREŠKE U RAČUNU, ŠTO TREBA PRONAĆI I ISPRAVITI

IME I PREZIME: IVAN KAŠTELA

BROJ INDEKSA: 57363

1) $\overline{1-i} = z^4 - (-i)^{113}$

$\overline{1-i} = 1+i$

$113 : 4 = 28$

33

32

$1-i = z^4 + (-i)^{28\cdot 4+1}$

$1-i = z^4 - i$

$z^4 = -1+i-i$

$z^4 = -1 \quad / \sqrt[4]{}$

$z = \sqrt[4]{-1}$

$z_{1,2,3,4} = 1$

$|z| = \sqrt{x^2+x^2}$

$= \sqrt{1^2+0^2}$

$|z| = \sqrt{1}$

$|z| = 1$

$\operatorname{tg} f = \frac{y}{x} = \frac{0}{1} = \frac{\sin}{\cos}$

$\operatorname{tg} f = 0^\circ \quad \boxed{f_1 = 0^\circ}$

$f_2 = 180^\circ$

0

$n=4 \quad k=0$

$z_1 = |z| \left(\cos \frac{f+2k\pi}{n} \cdot i \sin \frac{f+2k\pi}{n}\right)$

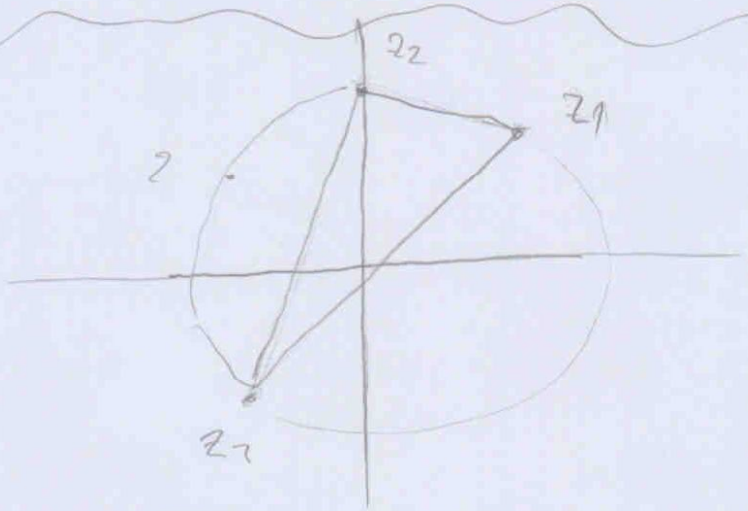
$z_1 = \sqrt{1} \left(\cos 10^\circ \frac{0^\circ + 0\cdot 180}{4} \cdot i \sin 0 \frac{0^\circ + 0\cdot 180}{4}\right) = 45^\circ$

$n=4 \quad k=1$

$z_2 = \sqrt{1} \left(\cos 0^\circ \frac{0+2\cdot 180}{4} \cdot i \sin 0 \frac{0^\circ + 2\cdot 180}{4}\right) = 90^\circ$

$n=4 \quad k=2$

$z_3 = \sqrt{1} \left(\cos 0^\circ \frac{0^\circ + 3\cdot 180}{4} \cdot i \sin \frac{3\cdot 180}{4}\right) = 135^\circ$




$z^4 = 1$ ima točno 4 rješenja

IVAN KAŠTELA

IME I PREZIME: BROJ INDEKSA: 57363

3) ISPITATI TOK FUNKCIJE

$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

① $x^2 - 1 = 0$

$(x-1)(x+1) = 0$

$x_1 = 1 \quad x_2 = -1$

| | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-1$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $x+1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| | | | $+$ | | | $-$ | |

$D_f \in R = [-1, 1]$ ×

2)

$f(-x) = \sqrt{(-x)^2 - 1}$

$f(-x) = \sqrt{x^2 - 1}$ ?

$-f(x) = -\sqrt{x^2 - 1}$

$-f(x) = -\sqrt{x^2} - \sqrt{1}$

NIJE PARNA NI NEPARNA ×

$f(x) \neq f(-x)$

$f(x) \neq -f(x)$

3) NEMA NAZIVNIKA NEMA VERTIKALNIH ASIPTOTA

HIK

$y = k \cdot l \cdot x$

$k = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} = \lim_{x \to +\infty} \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2}} = \lim_{x \to +\infty} \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} = 1$

$k = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} = \frac{\sqrt{\infty^2 - 1}}{\infty} = \frac{\infty}{\infty}$ ? NEODREĐENI OBLIK

$k = \lim_{x \to \infty} \frac{4x^3 - 4x}{1} = \frac{4\infty^3 - 4\infty}{1} = \frac{\infty}{1}$ ?

NEMA HORIZ I KOSIH ASIMPTA

$l = \lim_{x \to \infty} [f(x) - k \cdot x]$

$k = \lim_{x \to \infty} = 12x^2 - 4$

$k = \lim_{x \to \infty} = 12\infty^2 - 4$

$= \infty - 4$

$k = \lim_{x \to \infty} = 24x$

$= \infty$

$k = 24$

NUL TOČKE

$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

$x^2 - 1 \leq 0$

$(x-1)(x+1) \leq 0$

$x_1 = 1 \quad x_2 = -1$ ✓

$f'(x) = (x^2-1)^{\frac{1}{2}}$ ×

$f'(x) = 2(x^2-1)(1)$

$f'(x) = 2x^2 - 2$

$f'(x=1) = 2 \cdot 1^2 - 2$

$= 0$

$f'(x=-1) = 1 \cdot (-1)^2 - 2$

$= 0$

IVAN KASTELA

IME I PREZIME: INFLEKSIJA BROJ INDEKSA: 57363

3) $f''(x) = 0$

$f''(x) = \sqrt{x^2-1} = (x^2-1)^2 = 2(x^2-1)\,2x$ X

$= 4x(x^2-1)$

$= 4x^3-4x$

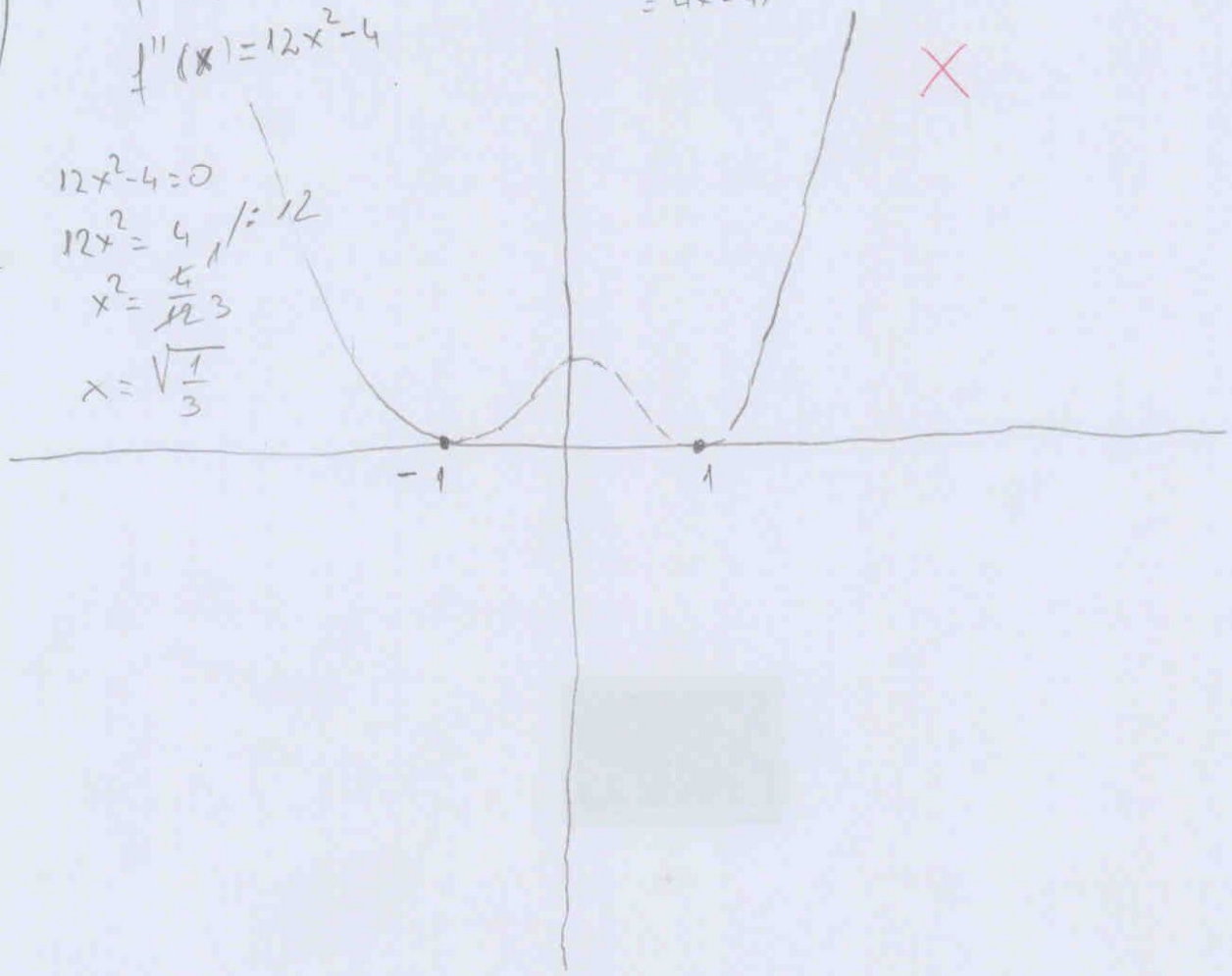
$f''(x) = 12x^2-4$ X

$12x^2-4=0$

$12x^2 = 4 \quad /:12$

$x^2 = \frac{4}{12}3$

$x = \sqrt{\frac{1}{3}}$




0

4) $g(x) = \cos^2(3x)$

$g'(x) = 2\cos\sin \cdot 3$ X

$g''(x) = -2\sin\cos$

$g(-x) = \cos^2(-3x)$

0

$g'(x) = 2\cdot\cos(3x)\cdot(-\sin(3x))\cdot 3$

$= (-6)\cdot\cos(3x)\cdot\sin(3x)$

$g''(x) = (-6)\left[-\sin(3x)\cdot 3\cdot\sin(3x) + \cos(3x)\cdot\cos(3x)\cdot 3\right]$

$= -18\left[-\sin^2(3x)+\cos^2(3x)\right]$