

OBAVEZNO POPUNITI VRIJEME RJEŠAVANJA ISPITA: OD

DO

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaci pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljšavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

0000

5

IME I PREZIME: NINO MIKULANDRA

BROJ INDEKSA: 57645

Broj ↓
bodova

1. Riješiti jednađbu: $\overline{1-i} = z^4 - (-i)^{113}$.

2. Odrediti inverz i determinantu matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Izračunati matrični umnožak AA^{-1} .

3. Ispitati tok funkcije: $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$.

4. Ispitati domenu, periodičnost, parnost i pronaći prvu i drugu derivaciju funkcije: $g(x) = \cos^2(3x)$.

20

40

20

3) Ispitati tok funkcije:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

VIDI KURILIĆ
KAŠTELA

1) DOMENA:

$$x^2 - 1 \geq 0$$

$$(x-1)(x+1) \geq 0$$

$$x-1=0$$

$$x+1=0$$

$$x=1$$

$$x=-1$$

$$x \in \langle -\infty, -1 \rangle \cup [1, +\infty) \checkmark$$

$$D = \langle -\infty, 1 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle$$

$$D = \langle -\infty, -1 \rangle \cup [1, +\infty)$$

2) PARNOST:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

$$f(-x) = \sqrt{(-x)^2 - 1} = \sqrt{x^2 - 1}$$

$$f(-x) = f(x) \Rightarrow \text{funkcija je parna!} \checkmark$$

3) PERIODIČNOST;

→ nije periodična (jer nema sin, cos, tg i ctg). ✓

4) HORIZONTALNE ASIMPTOTE:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 1} = \infty \quad \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 1} = \infty \quad \checkmark$$

KOSE ASIMPTOTE ?

5) VERTIKALNE ASIMPTOTE;

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{(-1)^2 - 1} = 0 \quad \checkmark \quad \underline{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{1^2 - 1} = 0 \quad \checkmark$$

6) NULTOČKE;

$$f(x) = 0$$

$$\sqrt{x^2 - 1} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2 - 1} \neq 0 \quad \text{nema nultočaka!} \quad \times$$

7) DERIVACIJE;

$$f'(x) = \sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{2x} \quad \times$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \\ f'(x) &= \frac{1}{2}(x^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x \\ &= \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \end{aligned}$$

2) Odredi inverz i determinantu matrice;

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = (-1) \cdot 1 \cdot (-3) = 3$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-2)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-3)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} = -\frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-3) = \frac{1}{2} \det A ?$$

$$A' = \begin{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

$$A' = \begin{vmatrix} +1 & -6 & +3 \\ 3 & +3 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\tilde{A} = [A']^T$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} = \frac{1}{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}} = \frac{2}{1} = 2 \quad \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & \\ 6 & 3 & 0 & \\ 3 & 0 & 0 & \end{array} \right| \times$$

$A \cdot A^{-1}$

$A^{-1} = \frac{1}{\det A} A'$

$$A = \left| \begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 1 & & & \\ 0 & 1 & 2 & & & \\ -3 & 1 & 3 & & & \end{array} \right| \times A^{-1} = \left| \begin{array}{ccc|ccc} & & & 1 & 3 & -1 \\ & & & 6 & 3 & 0 \\ & & & 3 & 0 & 0 \end{array} \right|$$

$$A \cdot A^{-1} = \left| \begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 3 & & & \\ 0 & 3 & 0 & & & \\ 3 & 0 & 0 & & & \end{array} \right|$$

RAČUNANJE INVERZA UZ POMOĆ ADJUNKTE:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = +1$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -1 \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} = -6$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} = +3 \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = +3 \quad A_{23} = 0 \quad A_{33} = 0$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \tilde{A} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & +1 & -1 \\ -6 & +3 & 0 \\ +3 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$