

MATEMATIKA 1: Ispit traje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, kalkulator i indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljšavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE NA OVAJ PAPIR.

oooo  
Broj ↓  
bodova

BROJ INDEKSA: 58078

1. Izračunati limese:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 25x - 3} - x)$   
 (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x)}{x^2 + 2x}$

2. Izračunati volumen paralelepipeda razapetog dužinama  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  i  $\overline{AD}$  ako su zadane točke  $A(2, -1, -2)$ ,  $B(1, 2, 1)$ ,  $C(2, 3, 1)$  i  $D(5, 0, -6)$ .

3. Ispitati tok funkcije:  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ . Da li postoje lokalni ekstremi?

4. Odrediti domenu i drugu derivaciju funkcije:  $f(x) = \frac{\ln(2x+1)}{x}$ .

$(x^2+1)' = x^2' + 1'$   
 $= 2x$   
 $(x^2+1)^2' = 2(x^2+1) \cdot (x^2+1)'$   
 $= 2 \cdot (2x)$

3.  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

6)  $f(x)' = \left(\frac{x}{x^2+1}\right)' = \frac{x' \cdot (x^2+1) - x \cdot [(x^2+1)']}{(x^2+1)^2}$

1)  $D = \mathbb{R}$  ✓  
 2)  $f(1) = \frac{1}{1^2+1} = \frac{1}{2}$   
 $f(-1) = \frac{1}{(-1)^2+1} = \frac{1}{2}$

$f(x)' = \frac{1 \cdot (x^2+1) - x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-2x}{(x^2+1)^2}$

7) Lokalni ekstremi?

8)  $f''(x) = \frac{-1}{(x^2+1)^2} = \frac{(-1) \cdot (x^2+1)^2 - (-1) \cdot [(x^2+1)^2]'}{((x^2+1)^2)^2}$   
 $(2x+1)' = 2$

4)  $\frac{x}{x^2+1}$ ,  $x_1 = 0$  ✓  
 $x_2 = 1$  ✗

$f''(x) = \frac{0 + 1 \cdot 4x}{(x^2+1)^4}$

5) Vertikalne nema jer je  $D = \mathbb{R}$  ✓

4.  $f(x) = \frac{\ln(2x+1)}{x}$   
 $f'(x) = \frac{(\ln)' \cdot (2x+1) + \ln(2x+1)'}{x^2}$

Horiz.  $f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-\infty}{(-\infty)^2+1}\right) = \frac{-\infty}{+\infty+1} = 0$

$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot (2x+1) + \ln - 2}{x^2} = \frac{2 + \frac{1}{x} + 2\ln}{x}$

Kosa asimptota;  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$

$f''(x) = \frac{(2 + \frac{1}{x} + 2\ln)' \cdot x - (2 + \frac{1}{x} + 2\ln) \cdot x'}{x^4}$

$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{\infty+0} = \frac{1}{\infty} = 0$

$f''(x) = \frac{(0 + 1 + \frac{1}{x^2}) \cdot x - (2 + \frac{1}{x} + 2\ln) \cdot 1}{x^2} = \frac{1 + \frac{1}{x} \cdot x - 2 + \frac{1}{x} + 2\ln}{x^2}$

$f(x) - k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x^2+1} - 0\right)$

$f''(x) = \frac{1+1-2+\frac{1}{x}+2\ln}{x^2} = \frac{2-2+\frac{1}{x}+2\ln}{x^2} = \frac{\frac{1}{x}+2\ln}{x^2}$

$f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty} = 0$

1.a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+25x-3} - x) = ((x^2+25x-3)^{\frac{1}{2}} - x)$

Desna kosa asimptota  $f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty} = 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x} + \frac{25x}{x} - \frac{3}{x}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} ((1+25-0)^{\frac{1}{2}} - 0)$

$\lim_{x \rightarrow \infty} 26^{\frac{1}{2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{26}$