OBAVEZNO POPUNITI VRIJEME RJEŠAVANJA ISPITA: OD DO .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaći pribor, tablica osnovnih integrala, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita.

ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

25

IME I PREZIME: LUKA MARDETKO **BROJ INDEKSA:** 55821 - 2008

1. Riješiti integrale:

   (a) $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$,

   (b) $\displaystyle\int \frac{(x^4-2x^3)\,\mathrm{d}x}{(4x^2+3x-1)(x-1)}$.

10

2. Izračunati površinu lika omeđenog parabolama $y^2 = 2x+5$ i $y^2 = -2x+3$.

3. Zadana je funkcija $f(x,y) = 16 - x^2 - y^2$. Pronaći i klasificirati ekstreme. Prikazati funkciju pomoću razinskih krivulja, strelicama označiti smjer rasta funkcije i označiti točke ekstrema 15

4. Riješiti diferencijalnu jednadžbu, a zatim rješenje uvrstiti u jednadžbu i provjeriti da je uistinu zadovoljava:

$$y'' - 4y = \cos x.$$

∅

5. Razviti funkciju $f(x) = \mathrm{e}^{4x-3}$ u Taylorov red po potencijama oko točke $x_0 = 1$. Izračunati barem prva 3 člana. ∅

1. a) $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx \qquad \left\{\begin{array}{l} x=t \\ dx=dt \end{array}\right\}$ $\qquad -\frac{1}{2}+\frac{1}{1} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$

$$= \int_0^2 \frac{dt}{\sqrt{t}} = \int_0^2 t^{-\frac{1}{2}}\,dt = \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\Big|_0^2$$ ✓ 10

$$= 2\cdot\sqrt{t}\,\Big|_0^2 = 2\cdot\sqrt{x}\,\Big|_0^2 = 2\cdot(\sqrt{2}-\sqrt{0})$$

$$= 2\cdot(1{,}41-0) - 2{,}82$$ ✓

b) $\displaystyle\int \frac{(x^4-2x^3)\;dx}{(4x^2+3x-1)(x-1)} = \int \frac{A}{x-1}\,dx + \int \frac{Bx+C}{4x^2+3x-1}\,dx$

VIDI ROKO BURČUL

VIDI DOMAGOJ KNEŽEVIĆ

IME I PREZIME: LUKA MARDETKO   BROJ INDEKSA:

3. $f(x,y) = 16 - x^2 - y^2$

$$\frac{dz}{dx} = -2x \qquad \frac{dz}{dy} = -2y$$

$-2x = 0$ $\quad T(0,0) \quad$ $-2y=0$

$x_0 = 0$ $\qquad\qquad\qquad$ $y_0 = 0$

$$\frac{d^2z}{dx^2} = -2 \qquad \frac{d^2z}{dxdy} = 0 \qquad \frac{d^2z}{dy^2} = -2$$

$r_0 = -2 < 0$

15

$r_0 \cdot t_0 - s_0^2 = -2 \cdot (-2) - (0^2) = 4 > 0$

f-ja ima ekstrem i to max

$z_{max} = 16 - 0^2 - 0^2 = \underline{\underline{16}}$ ✓

RAZINSKE KRIVULJE ?

---

4. $y'' - 4y = \cos x$ ← NEHOMOGENA LINEARNA ODJ 2. REDA

$f(x) = -4 \quad , \quad g(x) = \cos x$

POSTUPAK RJEŠAVANJA ODGOVARA LINEARNIM ODJ 1. REDA

NE MOŽE SE PRIMIJENITI U OVOM ZADATKU

$\int f(x)dx = -4\int dx = -4x$

$-\int f(x)dx = -\int -4dx = 4x$

$e^{\int f(x)dx} = e^{\int -4dx} = e^{-4x}$

$e^{-\int f(x)dx} = e^{-\int -4dx} = e^{4x}$

$$y = e^{4x} \cdot \left[\int e^{-4x} \cdot \cos x \, dx \right]$$

$\left\{ \begin{array}{l} -4x = t \\ -4dx = dt \\ dx = -\frac{dt}{4} \end{array} \right\}$

$u = \cos x \qquad dv = e^{-4x}dx$

$du = \sin x dx \qquad v = -\frac{1}{4}e^{-4x} + C$

$$y = e^{4x} \cdot \left[\cos x \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)e^{-4x} - \int -\frac{1}{4} e^{-4x} \sin x \, dx \right]$$

IME I PREZIME: LUKA MARDETKO BROJ INDEKSA:

4.

$$y = e^{4x}\left[-\frac{1}{4}\cos x e^{-4x} + \frac{1}{4}\int e^{-4x}\sin x \, dx\right]$$

$$y = e^{4x}\left[-\frac{1}{4}\cos x e^{-4x} + \frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)\left(e^{-4x}(-\cos x) + C\right)\right]$$

$$y = e^{4x}\left[-\frac{1}{4}\cos x e^{-4x} - \frac{1}{16}e^{-4x}(-\cos x) + C\right]$$

$$y = e^{4x}\left[-\frac{1}{4}\cos x e^{-4x} + \frac{1}{16}\cos x e^{-4x} + C\right]$$

$$y = -\frac{1}{4}\cos x e^{0} + \frac{1}{16}\cos x e^{0} + Ce^{4x}$$

//

$\emptyset$

5.

$$f(x) = e^{4x-3}, \quad x_0 = 1$$

$$f'(x) = \left(e^{4x-3}\right) \cdot (4x-3)'$$

$\emptyset$

$$f'(x) = e^{4x-3} \cdot 4$$

?

$$f''(x) = e^{4x-3}$$