

OBAVEZNO POPUNITI VRIJEME RJEŠAVANJA ISPITA: OD 11.05, DO

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pišaći pribor, tablica osnovnih integrala, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita.

50

ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

IME I PREZIME: Luka Huljev

BROJ INDEKSA: 58079

1. Riješiti integrale:

(a) $\int \sin x \cos^3 x dx,$

10

(b) $\int \frac{x dx}{(x-1)(x^2+x+1)}$

10

2. Izračunati površinu lika omeđenog parabolom $y = x^2 + 2x - 2$ i pravcem $y = 3 - 3x$.

20

3. Istražiti lokalne ekstreme funkcije $f(x, y) = x^2 - y^3 + 3xy$.

10

4. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $(x-1)y - x^2y' = 0$.

5. Podijeliti interval integracije na 6 podintervala, pa nekom metodom numeričke integracije (Simpsonova ili

trapezna formula) izračunati približnu vrijednost integrala $\int_0^1 \sin(x^2) dx$.

1. a) $\int \sin x \cos^3 x dx$

$\cos x = t$
 $-\sin x dx = dt$
 $\sin x dx = -dt$
 $dx = \frac{-dt}{\sin x}$

$= \int \sin x \cdot t^3 \left(\frac{-dt}{\sin x} \right)$

$= -\int t^3 dt$

$= -\frac{t^4}{4} + C = -\frac{\cos^4 x}{4} + C$

10

2. $y = x^2 + 2x - 2$
 $y = 3 - 3x$

$a = 1$

$x^2 + 2x - 2 = 0$

$a = 1$

$b = 2$

$c = -2$

$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2}$

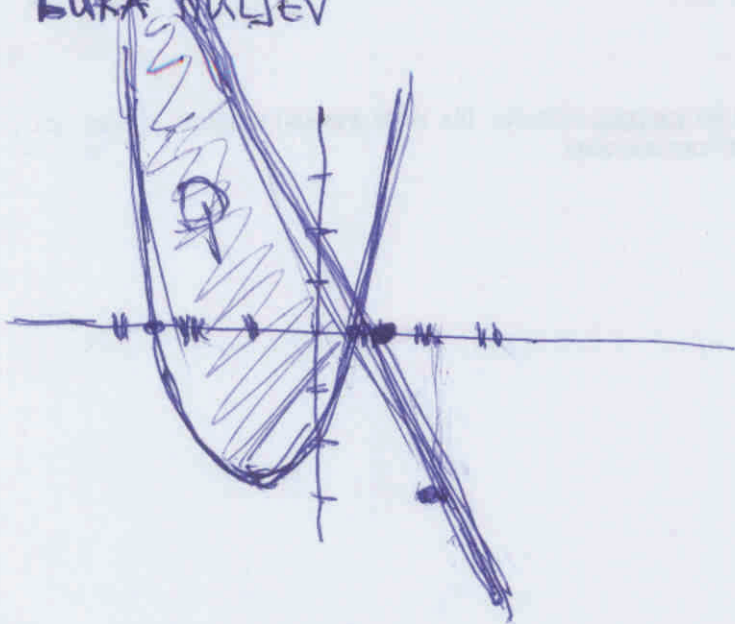
$x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$

$x_1 = \frac{-2 + 3.46}{2} = 0,73$

$x_2 = -2,73$

x	1	2
y	0	-3





granice: $x^2 + 2x - 2 = 3 - 3x$

$$x^2 + 2x - 2 - 3 + 3x = 0$$

$$x^2 + 5x - 5 = 0$$

$$a=1 \quad b=5 \quad c=-5$$

$$x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 20}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 6.71}{2} \quad x_2 = \frac{-5 - 6.71}{2}$$

$$x_1 = 0.855 \quad x_2 = -5.855 \quad \checkmark$$

0.855

$$P = \int_{-5.855}^{0.855} [(3 - 3x) - (x^2 + 2x - 2)] dx$$

20

$$= \int_{-5.855}^{0.855} [3 - 3x - x^2 - 2x + 2] dx$$

$$= \int_{-5.855}^{0.855} (-x^2 - 5x + 5) dx \quad \checkmark$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3} - 5\frac{x^2}{2} + 5x \right) \Big|_{-5.855}^{0.855}$$

$$= \left(-\frac{0.855^3}{3} - 5\frac{0.855^2}{2} + 5 \cdot 0.855 \right) - \left(\frac{5.855^3}{3} + 5\frac{5.855^2}{2} - 5 \cdot 5.855 \right)$$

wnozenie

② $f(x,y) = x^2 - y^2 + 3xy$ ZUKA NULJEV

$\delta x = 2x + 3y$ ✓
 $\delta y = -3y^2 + 3x$ ✓

~~$2x + 3y = 0$
 $-3y^2 + 3x = 0$~~ ?

$x_1 = -\frac{3}{2} \cdot 0 = 0$
 $x_2 = -\frac{3}{2} \left(-\frac{3}{2}\right) = +\frac{9}{4}$

$-3y^2 + 3 \cdot \left(-\frac{3}{2}y\right) = 0$ ✓
 $-3y^2 - \frac{9}{2}y = 0 \quad | : 2$
 $-6y^2 - \frac{9}{2}y = 0$

A (0,0) ✓
 B ($\frac{3}{2}, \frac{9}{4}$) ✗ B ($\frac{9}{4}, -\frac{3}{2}$)

$g(-6y - \frac{9}{2}) = 0$
 $y_1 = 0$ $y_2 = \frac{3}{2}$ ✗ $y_2 = -\frac{3}{2}$ ¹⁰

$f_{xx} = 2$ $f_{xx} = 2$
 $f_{yy} = 3$ $f_{yy} = 3$
 $f_{xy} = -6y$ $f_{xy} = -6 \cdot 0 = 0$

$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 9$ neima ekstremu ✓

U TOČKI B ($\frac{9}{4}, -\frac{3}{2}$): $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -6y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 9 > 0$ ekstrem zbog $2 > 0 \Rightarrow$ MIN

$f_{xx} = 2$
 $f_{xy} = 3$
 $f_{yy} = -6 \cdot \frac{9}{4} = -\frac{27}{2} = -13,5$

$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -13,5 \end{vmatrix} = -27 - 9$
neima ekstremu

① b) $= \int \frac{x dx}{(x-1)(x^2+x+1)}$

$\frac{x}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1}$

$x = A(x^2+x+1) + (Bx+C)(x-1)$
 $x = Ax^2 + Ax + A + Bx^2 - Bx + Cx - C$

$A+B=0$ $B=-A$

$A-B+C=1$

$A-C=0$ $C=A$

$A+A+A=1$ $B=-\frac{1}{3}$ $C=\frac{1}{3}$ ✓
 $3A=1$ $A=\frac{1}{3}$

$\int \frac{x}{(x-1)(x^2+x+1)}$

$= \int \frac{\frac{1}{3}}{x-1} dx + \int \frac{-\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}}{x^2+x+1} dx$ ✓
 $= \frac{1}{3} \ln|x-1| - \frac{1}{3} \int \frac{x-1}{x^2+x+1} dx$

$\frac{1}{3} \ln|x-1|$