

MATEMATIKA 1: Trajanje 100 minuta. Zabranjen je razgovor sa drugim studentima. Na klupama je dozvoljen samo pisaci pribor, kalkulator, indeks ili iksica i prazni papiri koji nose ime studenta. Sav ostali pribor, formule, uređaji, bilješke i nepotpisane prazne papire zabranjeno je koristiti i trebaju ostati u torbi ili pohranjeni kod nastavnika (elektronički uređaji trebaju biti isključeni) tokom cijelog trajanja ispita. Studenti koji primijete zabranjene predmete dužni su ih prijaviti nastavniku. Nije dozvoljeno međusobno posuđivanje pribora tijekom trajanja ispita. Povreda ovih pravila može za posljedicu imati udaljavanje s ispita. ZADATKE RIJEŠAVATE JEDNOSTRANO NA PAPIRE KOJE DOBIJETE OD NASTAVNIKA.

xoxo

IME I PREZIME: MAYA ŠOGORIĆ

BROJ INDEKSA: 58078

Broj ↓
bodova

1. Ako su z_1 i z_2 rješenja kvadratne jednadžbe $z^2 + 9 = 0$, izračunati:

20

(a) $\overline{\left(\frac{z_1 - z_2}{z_2 - z_1}\right)}$;

(b) $\overline{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)}$.

2. Izračunati determinantu:

20

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 5 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

3. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije $f(x) = \frac{e^x}{x}$. Da li postoji kakav lokalni ekstrem i gdje?

40

4. Zadano je $h(x) = \ln(x^3 + 3)$. Izračunaj $h''(x)$.

20

4. $h(x) = \ln(x^3 + 3)$

1) DOMEHA FUNKCIJE
 $f(x) = \frac{e^x}{x}$
 $D = [-\infty, e^x) \cup (x, +\infty]$

2) DERIVAT/NEPROMJENOST FUNKCIJE
 $f(x) = \frac{e^x}{x}, f'(x) = \frac{e^x}{x^2}$
 $f''(x) = \frac{e^x}{x^3}, f''(-1) = \frac{-e^{-1}}{(-1)^3} = \frac{e^{-1}}{1} = \frac{1}{e}$

3) DOMEHA FUNKCIJE
 $f(x) = \frac{e^x}{x}$
 $f'(x) = \frac{e^x}{x^2}$
 $f''(x) = \frac{e^x}{x^3}$

4) DOMEHA TRIGONOM. ZAPISA
 $f(x) = \frac{e^x}{x}$

5) DOMEHA FUNKCIJE
 $f(x) = \frac{e^x}{x}$
 $f'(x) = \frac{e^x}{x^2}$
 $f''(x) = \frac{e^x}{x^3}$

1) NUL TOČKA
 $f(x) = \frac{e^x}{x}, e^x = 0$
 $x = 0$

2) ASIMPTOTE
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{e^x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x} \cdot \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot e^x}{x^2}$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot e^x}{x^2} = \frac{x}{x^2} \cdot \frac{e^x}{x} = \frac{e^x}{x}$

6. DOMEHA FUNKCIJE
 $f(x) = \frac{e^x}{x} = f(x) = \frac{(e^x)' \cdot x - e^x \cdot (x)'}{(x \cdot e^x)^2}$

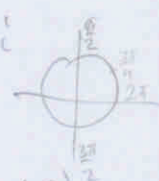
$f'(x) = \frac{e^x \cdot x - e^x \cdot 1}{(x \cdot e^x)^2} = \frac{x - 1}{x^2 \cdot e^{2x}}$
 $f''(x) = \left(\frac{x - 1}{x^2 \cdot e^{2x}}\right)'$
 $f''(x) = \frac{x^2 \cdot (x \cdot e^x)' - (x \cdot e^x)^2}{(x \cdot e^x)^4}$

$h(x) = \ln(x^3 + 3)$
 $h'(x) = \frac{1}{x^3 + 3} \cdot 3x^2 = \frac{3x^2}{x^3 + 3}$
 $h''(x) = \left(\frac{3x^2}{x^3 + 3}\right)' = \frac{6x \cdot (x^3 + 3) - 3x^2 \cdot 3x^2}{(x^3 + 3)^2} = \frac{6x^4 + 18x - 9x^4}{(x^3 + 3)^2} = \frac{-3x^4 + 18x}{(x^3 + 3)^2}$

a) $\left(\frac{z_1 - z_2}{z_2 - z_1}\right) = \frac{(6 - 6i) - (6i - 2)}{(6i - 2) - (6 - 6i)} = \frac{6 - 6i - 6i + 2}{6i - 2 - 6 + 6i} = \frac{8 - 12i}{12i - 8} = \frac{8 - 12i}{-(8 - 12i)} = -1$

b) $\left(\frac{z_2}{z_1}\right) = \frac{6i}{6} = i$

1. $z^2 + 9 = 0$
 $z_{1,2} = \frac{\pm 0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{\pm \sqrt{-36}}{2} = \pm \frac{6i}{2} = \pm 3i$
 $z_1 = 3i, z_2 = -3i$



$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{12^2 + (-8)^2} = \sqrt{144 + 64} = \sqrt{208}$
 $\tan \varphi = \frac{y}{x} = \frac{-8}{12} = -\frac{2}{3}$
 $\varphi = \arctan\left(-\frac{2}{3}\right)$

$z = r(\sin \varphi + i \cos \varphi)$
 $z = \sqrt{208} \left(\sin\left(\arctan\left(-\frac{2}{3}\right)\right) + i \cos\left(\arctan\left(-\frac{2}{3}\right)\right)\right)$

$r = |x + iy| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{36 + 36} = \sqrt{72}$

$\tan \varphi = \frac{y}{x} = \frac{6}{6} = 1$
 $\varphi = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$

$z = r(\sin \varphi + i \cos \varphi) = \sqrt{72} \left(\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$

VIDI IVAN NAZAREVIĆ
 ŠIME TRALIĆ