MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ 25

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: TONI GRBIĆ VRIJEME POČETKA: 17:13

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 17-1-0288-2014

Želim ustmeni kod (zaokružiti): (prof. Uglešića) asistenta Kosora

1. Odrediti kada je $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3}$. 12

2. Za funkciju $g(x) = \arctan(e^x)$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf

3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$ i skicirati graf. 20 graf

4. Zadana je funkcija $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$. Koji su lokalni ekstremi? Koji su globalni ekstremi? Skicirati graf. Pronaći tangentu za $x = 2$ i skicirati je uz graf. 4+4+4+6

5. Gaussovom metodom riješi sustav linearnih jednadžbi: 15+3

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

Provjeri uvrštavanjem!

6. Ispitati i na neki način provjeriti $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1}$. 10+2

Ukupno: 38

(1) $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3}$

(6) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1} = \pm\infty$

⑤

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 2 & 5 & -1 \end{array}\right] \begin{array}{l} \\ \\ \text{III}+\text{I} \\ \text{IV}+2\text{I} \end{array} \sim$$

PAZI

$$\sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 5 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & -3 \end{array}\right] \text{III}-\text{II} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & -3 \end{array}\right] \text{IV}-2\text{III}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 3 \end{array}\right]$$

Provjera uvrštavanjem

$2 \cdot 0 - 2 + 0 - (-1) = -1$

$-1 = -1$ ✓

$2 \cdot 0 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot 0 + 5 \cdot (-1) = 4 - 5 = -1$ ✓

$-3x_4 = 3$

$\boxed{x_4 = -1}$

$3x_1 + 3x_4 = -3$

$3x_1 = -3x_4 - 3$

$\boxed{x_1 = 0}$

$-x_2 - 3x_4 = 1$

$-x_2 = 1 - 3$

$\boxed{x_2 = 2}$

$x_3 - x_2 - x_4 = -1$

$x_3 - 2 + 1 = -1$

$x_3 = -1 + 2 - 1$

$\boxed{x_3 = 0}$

③ $f(x)=\frac{x^2+9}{x-4}$

TONI GRBIĆ

1. DOMENA

$x-4\neq 0$

$x\neq 4$

$Df: \mathbb{R}\setminus\{4\}$, $\langle -\infty, 4\rangle \cup \langle 4, +\infty\rangle$

N.T.

$x^2+9=0$

$x^2=-9 \mid \sqrt{\ }$

NEMA N.T.

V.A. $\lim\limits_{x\to 4} \frac{x^2+9}{x-4} = +\infty$

H.A. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+9}{x-4} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \overset{L'H}{=} \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2x+9}{1} = \frac{\infty}{1} = \infty$ NEMA H.A. ▽

K.A. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{\frac{x^2+9}{x-4}}{\frac{x}{1}} = \frac{x^2+9 \mid :x^2}{x^2-4x \mid :x^2} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{9}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{4x}{x^2}} = \frac{1+0}{1-0} = 1$

$y=kx+l$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-kx$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+9}{x-4} - x \quad \lim$

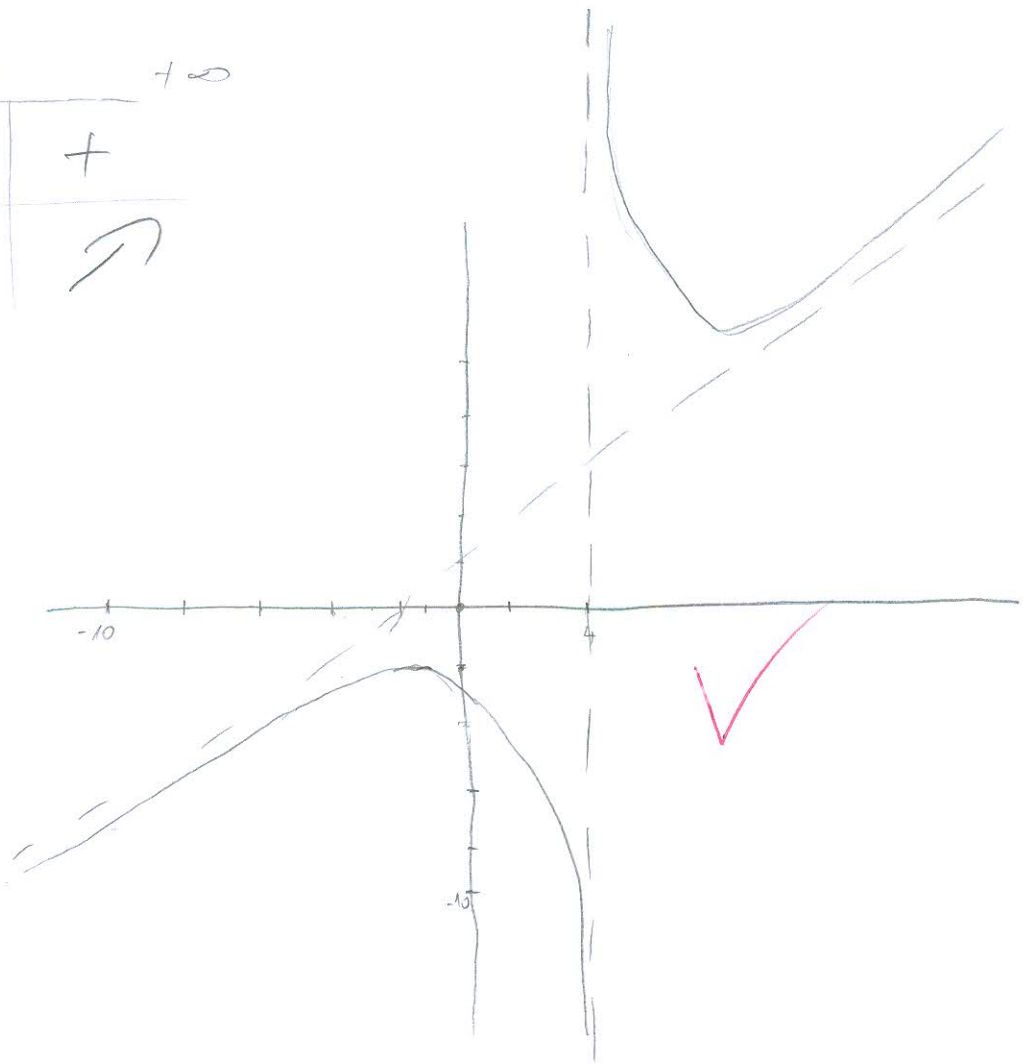
$$f'(x) = \frac{2x\cdot(x-4)-(x^2+9)\cdot 1}{(x-4)^2} = \frac{2x^2-8x-x^2-9}{(x-4)^2} = \frac{x^2-8x-9}{(x-4)^2}$$

N.T.

$$x^2-8x-9=0$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{8^2-4\cdot 1\cdot(-9)}}{2} \quad \begin{matrix} \nearrow x_1 = -1 \\ \searrow x_2 = 9 \end{matrix}$$

∞		-1		4		9		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\nexists$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	



TONI GRBIĆ

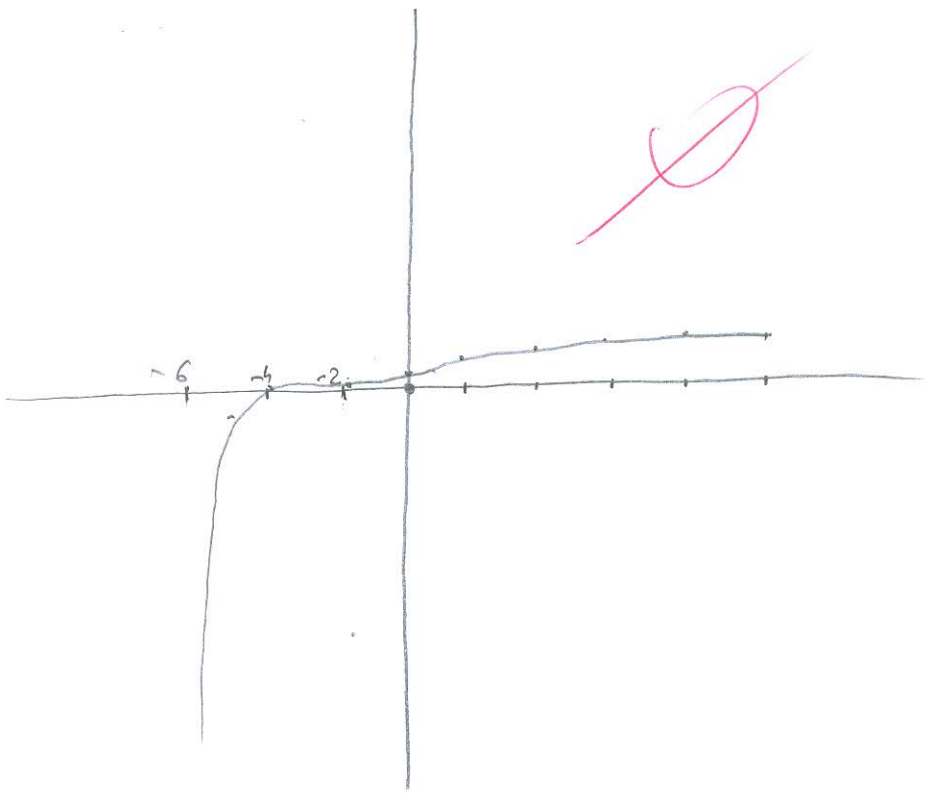
② $g(x) = \arctan(e^x)$

$D_f: \mathbb{R}$

N.T. NEMA

V.A → NEMA jer je $D_f: \mathbb{R}$

$$g(x)' = \frac{1}{1+(e^x)^2} \cdot e^x \cdot 1 = \frac{e^x}{1+(e^x)^2} = \frac{1}{1+e^x}$$



④ $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$

$x^2+x \geq 0$

$D_f: \mathbb{R}$

$f'(x) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{x^2+x}} \cdot (2x+1) = 2 + \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}} = 2 + \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x}}$

$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

$x = 2$

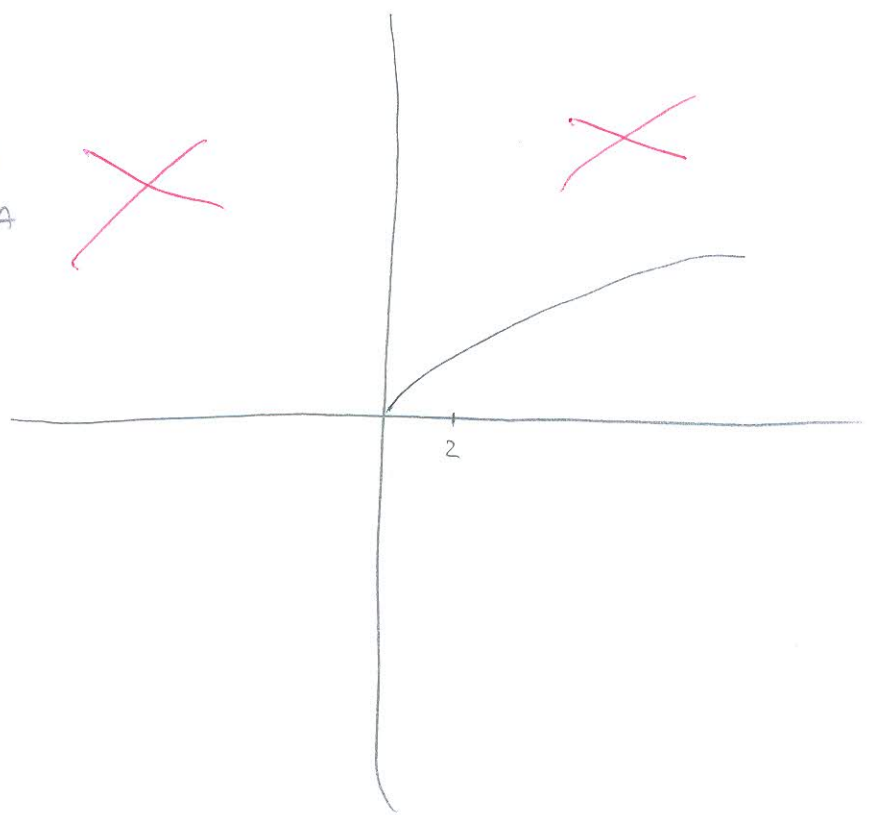
$f(2) = 4+\sqrt{6}$

$f'(x_0) = \frac{4+\sqrt{6}}{2}$

$y - 4+\sqrt{6} = \frac{4+\sqrt{6}}{2}(x-2)$

$y = 3{,}22x$

NEMA LOKALNIH EKSTREMA
NEMA GLOBALNIH EKSTREMA



MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod ⇊ 25

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: JURE ŠUŠIĆ **VRIJEME POČETKA:**

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 17-1-0259-2014

Želim ustmeni kod (zaokružiti): ~~prof. Uglešića~~ asistenta Kosora

1. Odrediti kada je $\dfrac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \dfrac{1}{3}$. 12

2. Za funkciju $g(x) = \arctan(e^x)$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf

3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \dfrac{x^2+9}{x-4}$ i skicirati graf. 20 graf 10

4. Zadana je funkcija $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$. Koji su lokalni ekstremi? Koji su globalni ekstremi? Skicirati graf. Pronaći tangentu za $x = 2$ i skicirati je uz graf. 4+4+4+6

5. Gaussovom metodom riješi sustav linearnih jednadžbi: 15+3

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

Provjeri uvrštavanjem!

6. Ispitati i na neki način provjeriti $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1}$. 10+2

Ukupno: 40

PROVJERA:

$$2\cdot\frac{-4}{7} + 2\cdot\frac{-6}{7} - 7\cdot\frac{-4}{7} + 5\cdot\frac{1}{7} = \frac{-8-12+8+5}{7} = -\frac{7}{7} = -1\checkmark$$

JURE SUSIC

3.) $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$

$x-4 \neq 0$

$x \neq 4 \quad D(f) = R \setminus \{4\}$

$f(x)=0 \quad x^2+9=0$

$x^2 = -9 \mid \sqrt{}$

$x = \pm 3$

$f(0) = \frac{0^2+9}{0-4} = -\frac{9}{4} = -2,25$

$S(0, -2,25)$

$N_{T_1}(-3,0)$

$N_{T_2}(3,0)$

VA...

$\lim_{x \to 4^-} \frac{x^2+9}{x-4} =$

OVA... $x=4$

$y = kx + l$

HA...

$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2+9 \mid :x^2}{x-4 \mid :x^2} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{1 + \frac{9}{x^2}}{\frac{x}{x^2} - \frac{4}{x^2}} = \frac{1}{0} = \infty$

NEMA HA

KA...

$k = \lim_{x \to -\infty} \frac{\frac{x^2+9}{x-4}}{\frac{x}{1}} = \frac{x^2+9}{x^2-4x} \mid :x^2 \quad \lim_{x \to -\infty} \frac{1 + \frac{9}{x^2}}{1 - \frac{4x}{x^2}} = 1$

$l = \lim_{x \to -\infty} (f(x) - k \cdot x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2+9}{x-4} - \frac{x}{1} = \lim_{x \to -\infty} \frac{(x^2+9) - x \mid :x^2}{x-4 \mid :x^2}$

$\lim_{x \to -\infty} \frac{1 + \frac{9}{x^2} - \frac{x}{x^2}}{\frac{x}{x^2} - \frac{4}{x^2}} = \frac{1}{0} = \infty$

$f'(x) = \frac{2x(x-4) - (x^2+9) \cdot 1}{(x-4)^2} = \frac{2x^2 - 8x - x^2 - 9}{(x-4)^2} = \frac{x^2 - 8x - 9}{(x-4)^2}$

$f''(x) = \frac{(2x-8)(x-4)^2 - (x^2-8x-9)2(1)}{(x-4)^4} = \frac{(2x-8)(x-4)^2 - 2x^2 - 16x - 18}{(x-4)^4}$

$= \frac{(2x-8)(x^2-8x+16) - 2x^2 - 16x - 18}{(x-4)^4} = \frac{2x^3 - 16x^2 + 32x - 8x^2 + 16x - 128 - 2x^2 - 16x - 18}{(x-4)^4}$

$$= \frac{2x^3 - 26x^2 + 32x - 146}{(x-4)^4}$$

$f'(x) = 0 \rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 36}}{2} = \frac{8 \pm 10}{2}$$

$x_1 = 9 \quad x_2 = -\frac{2}{2} = -1$

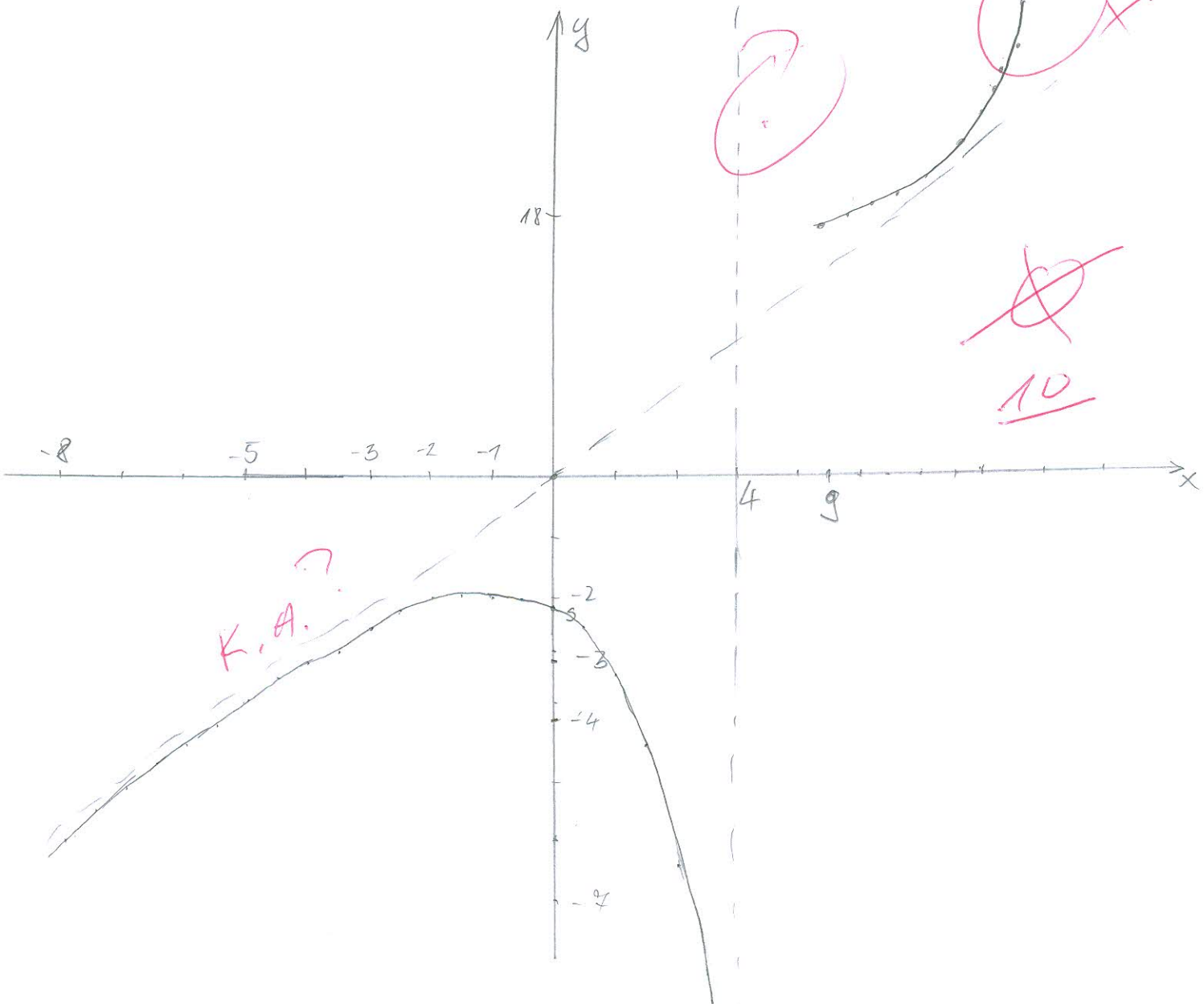
STACIONARNE TOČKE

MIN, MAX.

RAST, PAD ?

$f''(x) = 0 \Rightarrow 2x^3 - 26x^2 + 32x - 146 = 0$

	$-\infty$		-1		9		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	



10

K.A. ?

5.)

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= -1 \\ 2x_1 - x_2 \qquad - 3x_4 &= 1 \\ 3x_1 \qquad - x_3 + x_4 &= -1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 &= -1 \end{aligned}$$

PROV:

$2\cdot\left(-\frac{4}{7}\right) + \frac{6}{7} + \left(-\frac{4}{7}\right) - \frac{1}{7} = -1$ ✓

$2\cdot\left(-\frac{4}{7}\right) + \frac{6}{7} + 0 - 3\cdot\left(\frac{1}{7}\right) = 1$ ✓

$3\cdot\left(-\frac{4}{7}\right) + \frac{4}{7} + \frac{1}{7} = -1$ ✓

$2\cdot\left(-\frac{4}{7}\right) + 2\cdot\left(-\frac{6}{7}\right) - 2\cdot\left(-\frac{4}{7}\right) + 5\cdot\frac{1}{7} = -1$ ✓

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \cdot \frac{1}{2} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \cdot(-2),\ \cdot(-3),\ \cdot(-2)$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -2 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 3 & -3 & 6 & 0 \end{array}\right] \cdot\left(-\frac{1}{2}\right) \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 1 & -1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 3 & -3 & 6 & 0 \end{array}\right] \cdot\left(\frac{1}{2}\right),\ \cdot\left(-\frac{3}{2}\right),\ \cdot(-3)$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{3}{4} & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -\frac{13}{4} & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -\frac{9}{2} & 3 & 3 \end{array}\right] \cdot\left(-\frac{4}{13}\right) \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{3}{4} & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{13} & -\frac{8}{13} \\ 0 & 0 & -\frac{9}{2} & 3 & 3 \end{array}\right] \cdot\left(-\frac{3}{4}\right),\ \cdot\left(-\frac{1}{2}\right),\ \cdot\left(\frac{9}{2}\right)$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{13} & -\frac{7}{13} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{15}{13} & -\frac{9}{13} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{13} & -\frac{8}{13} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{21}{13} & \frac{3}{13} \end{array}\right] \cdot\frac{13}{21} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{13} & -\frac{7}{13} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{15}{13} & -\frac{9}{13} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{13} & -\frac{8}{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{7} \end{array}\right] \cdot\frac{4}{13},\ \cdot\left(-\frac{15}{13}\right),\ \cdot\left(-\frac{3}{13}\right)$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{7} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{4}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{7} \end{array}\right]$$

$$X = \begin{bmatrix} -\frac{4}{7} \\ -\frac{6}{7} \\ -\frac{4}{7} \\ \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

$x_1 = -\frac{4}{7}$

$x_2 = -\frac{6}{7}$ PROVJERA ✓

$x_3 = -\frac{4}{7}$

$x_4 = \frac{1}{7}$

JURE 5

6.) $\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{2-x^2} - x}{x-1} \overset{L'H}{=} \lim_{x \to 1} \frac{\frac{1}{2\sqrt{2-x^2}} \cdot 2x - 1}{1}$

$= \frac{\frac{2x}{2\sqrt{2-x^2}} - 1}{1} = 0$ ✓

PROV:

$1{,}1 \rightarrow \frac{\frac{2 \cdot 1{,}1}{2\sqrt{2 \cdot 1{,}1^2}} - 1}{1} = 0{,}23$

$1{,}01 \rightarrow \frac{\frac{2 \cdot 1{,}01}{2\sqrt{2 \cdot 1{,}01^2}} - 1}{1} = 0{,}02$ ✓

4.) $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$ $\quad x = 2$

$x^2 + x \geq 0$

$x(x+1) \geq 0$

$x \geq 0 \qquad x+1 \geq 0$

$x \geq -1$

$D(f) = [0, +\infty\rangle$

$f(x) = 0 \Rightarrow 2x + \sqrt{x^2+x} = 0$

$2x = -(\sqrt{x^2+x})\,/^2$

$4x^2 = -(x^2+x)$

$4x^2 = -x^2 - x$

$3x^2 + x = 0$

$x(2x^2+1) = 0$

$x = 0 \qquad 2x^2 + 1 = 0$

$\sqrt{x^2+x} = -2x\,/^2$

$x^2 + x = -4x^2$

$-3x^2 + x = 0 \;/\cdot(-1)$

$3x^2 + x = 0$

$x(2x^2+1) = 0$

$x = 0$

JURE

4.) NASTAVAK

JURE SOSIĆ

$t \dots y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0$

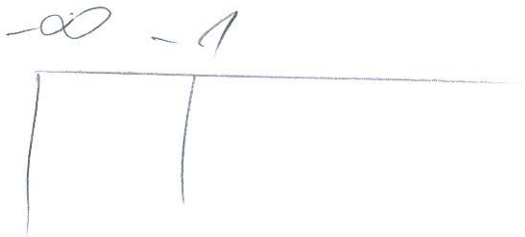
$$f'(x)\ 2 + \frac{1}{2\sqrt{x^2+x}} \cdot 2x+1 = 2 + \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$$

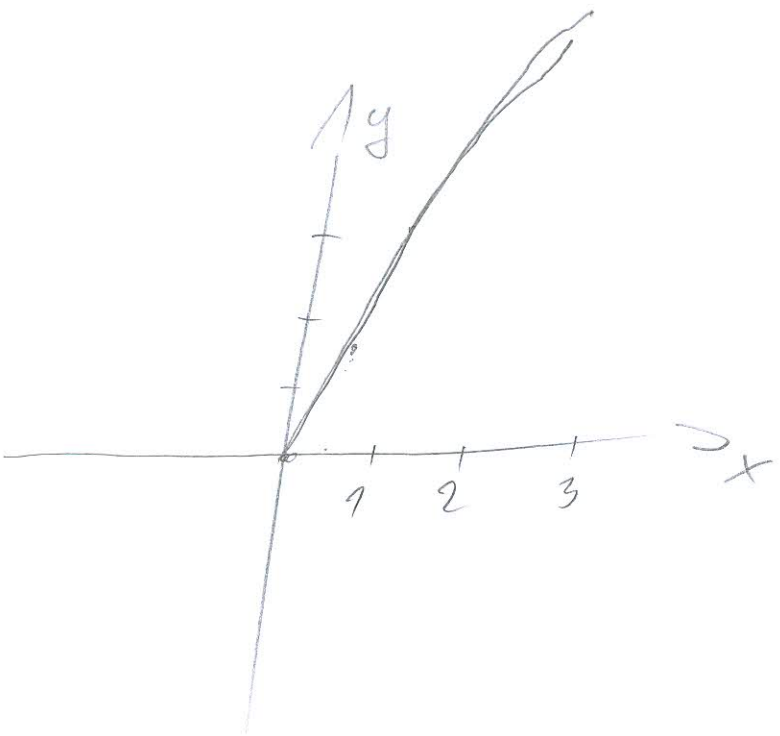
$$= 2 + \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x}}$$

$f'(x) = 0$

$x + 1 = 0$

$x = -1$





∅

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇓⇓ 25

IME I PREZIME: MATKO DONADIĆ **VRIJEME POČETKA:** 17:09

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

Želim ustmeni kod (zaokružiti): prof. Uglešića asistenta Kosora

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kada je $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3}$. — 12
2. Za funkciju $g(x) = \arctan(e^x)$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. — 20 graf
3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$ i skicirati graf. — 20 graf 20
4. Zadana je funkcija $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$. Koji su lokalni ekstremi? Koji su globalni ekstremi? Skicirati graf. Pronaći tangentu za $x = 2$ i skicirati je uz graf. — 4+4+4+6
5. Gaussovom metodom riješi sustav linearnih jednadžbi: — 15+3

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

Provjeri uvrštavanjem!

6. Ispitati i na neki način provjeriti $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1}$. — 10+2

Ukupno: 32

(1) $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3} \quad / \cdot (9-x^2)$

$15+8x+x^2 = \frac{1}{3}(9-x^2)$

$15+8x+x^2 = 3 - \frac{1}{3}x^2$

$x^2 + \frac{1}{3}x^2 + 8x + 15 - 3 = 0$

$\frac{4}{3}x^2 + 8x + 12 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4\cdot\frac{4}{3}\cdot 12}}{\frac{8}{3}} = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{\frac{8}{3}} = -\frac{8}{\frac{8}{3}} = -3$

Domena $f(x) = \frac{15+8x+x^2}{9-x^2} \Rightarrow 9-x^2 \neq 0$

$-x^2 \neq -9$

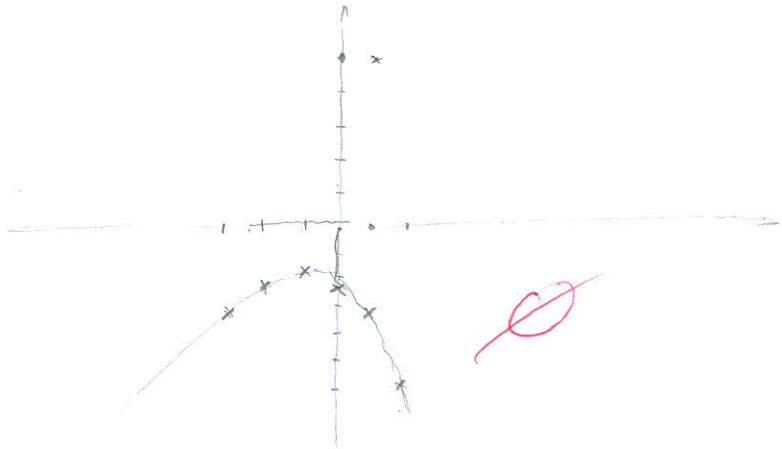
$x^2 \neq 9$

$\boxed{x \neq \pm 3}$ → JEDNADŽBA NEMA RJEŠENJA ✓

$x \in \langle -\infty, -3\rangle \cup \langle -3, 3\rangle \cup \langle 3, +\infty\rangle$

(3)

$$f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$$



DOMENA

$x - 4 \neq 0$

$x \neq 4$

$x \in \langle -\infty, 4 \rangle \cup \langle 4, +\infty \rangle$ ✗

ASIMPTOTE

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+9 \,:x^2}{x-4 \,:x^2} = \frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{9}{x^2}}{\frac{x}{x^2}-\frac{4}{x^2}} = \frac{1}{0-0} = \infty$$ Nema D.H.A.

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2+9 \,:x^2}{-x-4 \,:x^2} = \frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{9}{x^2}}{-\frac{x}{x^2}-\frac{4}{x^2}} = \infty$$ Nema L.H.A.

$$f(0) = \frac{0+9}{0-4} = -\frac{9}{4}$$

$$\lim_{x\to4_+} \frac{x^2+9}{x-4} = \frac{25}{4_+-4} = \frac{25}{0_+} = +\infty$$

$$\lim_{x\to4_-} \frac{x^2+9}{x-4} = \frac{25}{4_--4} = \frac{25}{0_-} = -\infty$$

} V.A. → 4

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2+9}{x-4}}{\frac{x}{1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+9}{x^2-4x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \overset{L.H.}{=} \frac{2x}{2x-4} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \overset{L.H.}{=} \frac{2}{2} = 1 \qquad a = 1$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) - ax = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+9}{x-4x} - \frac{x}{1} = \frac{x^2+9-x(x-4)}{x-4} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+9-x^2+4x}{x-4} = \frac{4x+9}{x-4} \overset{L.H.}{=}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{4}{1} = 4 \qquad y = x+4$$

x	0	1	2	3
y	4	5	6	7

GRAF ✗

L. i D.

KOSA ASIMPTOTA

(6) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1} = \frac{\sqrt{2-1^2}-1}{1-1} = \frac{1-1}{1-1} = \left[\frac{0}{0}\right]$

$\lim_{x\to 1} \frac{(\sqrt{2-x^2}-x)'(x-1) - (x-1)'(\sqrt{2-x^2})}{(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{\left(-\frac{1}{2}(2-x)^{-\frac{1}{2}}\cdot 2x - 1\right)(x-1) - 1(\sqrt{2-x^2})}{(x-1)^2} = \infty$ ✗

(4) $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$

$D \Rightarrow \quad x^2+x > 0$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4\cdot 1\cdot 0}}{2} \nearrow x_1 = 0$

$\searrow x_2 = -1$

$x \in \langle -\infty, -1] \cup [0, +\infty \rangle$

ASIMPTOTE

$\lim_{x\to\infty} 2x + \sqrt{x^2+x} = \infty$ Nema D.H.A.

$\lim_{x\to-\infty} 2x + \sqrt{x^2+x} = \left\{\begin{matrix} x\to -x \\ \infty \to +\infty \end{matrix}\right\} = [-\infty + \infty] = -2x + \sqrt{x^2-x} \cdot \frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{2x+\sqrt{x^2-x}}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{-4x^2 + x^2 - x}{2x+\sqrt{x^2-x}} \begin{matrix} :x^2 \\ :x^2 \end{matrix} = \lim_{x\to\infty} \frac{-3x^2+x}{2x+\sqrt{x^2-x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{-3\frac{x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2}}{2\frac{x}{x^2} + \sqrt{\frac{x^2}{x^4} - \frac{x}{x^4}}} =$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{-1+0}{2\cdot 0 + 0} = \infty$ Nema L.H.A.

$f'(x) = 2x + (x^2+x)^{\frac{1}{2}} = 2 + \frac{1}{2}(x^2+x)^{-\frac{1}{2}}(x+1) = 2 + \frac{x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$

TANGENTA $y = f(x) - f'(x_0)(x-x_0)$ ✗

$y = 2\cdot 2 + \sqrt{2^2+2} - 2 + \frac{2+1}{2\sqrt{2^2+2}}(x-2)$ ✗

$y = 5{,}12(x-2) =$ ✗

MATKO DONADIĆ

③ NASTAVAK

$$f'(x) = \left(\frac{x^2+9}{x-4}\right)' = \frac{(x^2+9)'(x-4) - (x^2+9)(x-4)'}{(x-4)^2} = \frac{2x(x-4) - (x^2+9)\cdot 1}{(x-4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 8x - x^2 - 9}{(x-4)^2} = \frac{x^2 - 8x - 9}{(x-4)^2}$$

D: $x - 4 \neq 0$

$x \neq 4$

$x^2 - 8x - 9 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 + 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{8 \pm 10}{2} \quad \nearrow 9 \quad \searrow -1$$

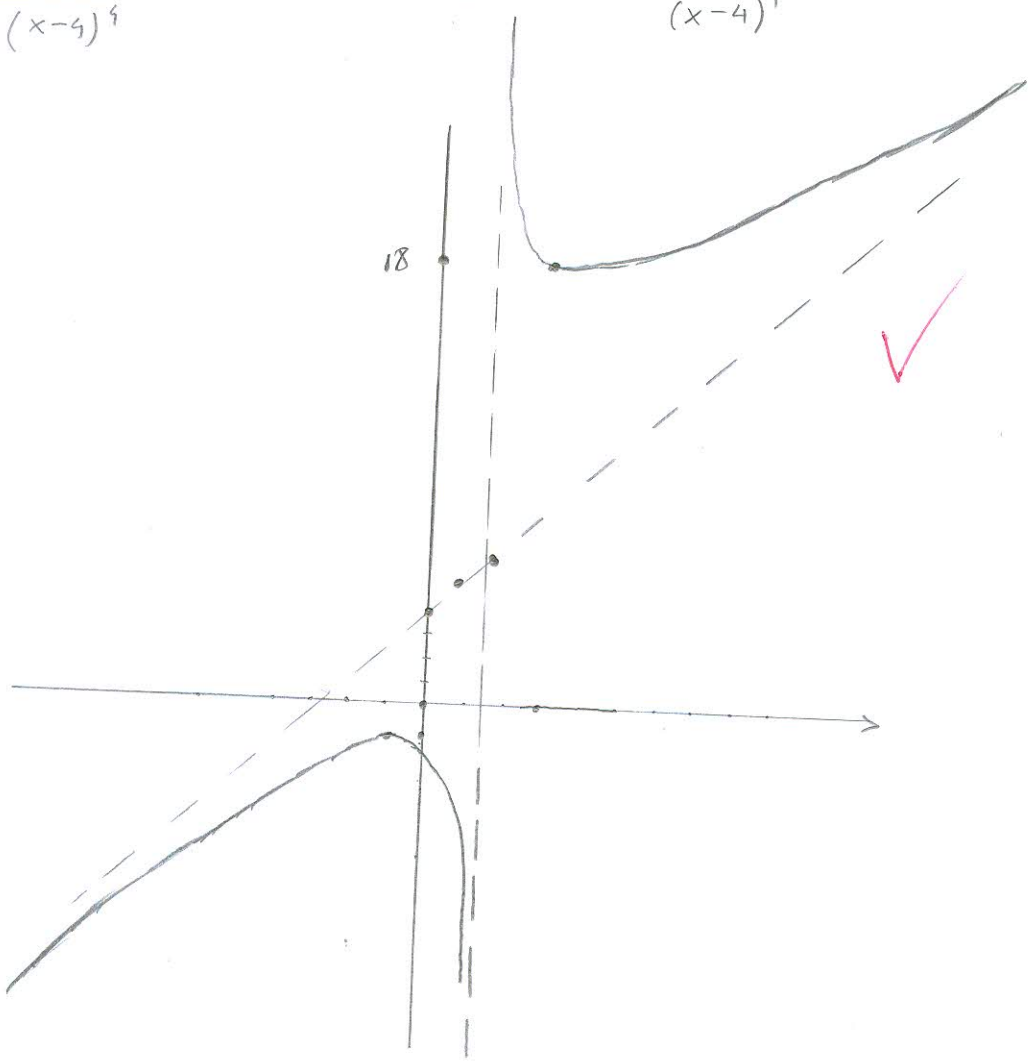
	$-\infty$	-2	-1	2	4	8	9	10	∞
$f'(x)$		+		−	∄	−		+	
$f(x)$		↗		↘	∄	↘		↗	

LOK. MIN. $(9, 18)$

LOK. MAX. $(-1, -2)$

$$f''(x) = \frac{(x^2-8x-9)'(x-4)^2 - (x^2-8x-9)((x-4)^2)'}{(x-4)^4} = \frac{(2x-8)(x^2-8x+16) - (x^2-8x-9)(\overbrace{2x-8}^{2(x-4)}\cdot 1)}{(x-4)^4}$$

$f''(x) =$



MATKO DONADIĆ

(5)

$$\left|\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right| \cdot \frac{1}{2} = \left|\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right| \begin{array}{l} \\ -2R_1 \\ -3R_1 \\ -2R_1 \end{array}$$

$$= \left|\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 3 & -3 & 6 & 0 \end{array}\right| \quad \left|\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & 6 & 0 \end{array}\right| \cdot \frac{2}{3} =$$

$$= \left|\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{5}{3} & \frac{5}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & 6 & 0 \end{array}\right| = \emptyset$$

MATKO DONADIĆ

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇓⇓ 25

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: MARKO MARASOVIĆ VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 0269084262 17-1-0242-2014

Želim ustmeni kod (zaokružiti): prof. Uglešića asistenta Kosora

1. Odrediti kada je $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3}$. 12

2. Za funkciju $g(x) = \arctan(e^x)$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf

3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$ i skicirati graf. 20 graf

4. Zadana je funkcija $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$. Koji su lokalni ekstremi? Koji su globalni ekstremi? Skicirati graf. Pronaći tangentu za $x = 2$ i skicirati je uz graf. 4+4+4+6

5. Gaussovom metodom riješi sustav linearnih jednadžbi: 15+3

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= -1 \\ 2x_1 - x_2 \quad\quad - 3x_4 &= 1 \\ 3x_1 \quad\quad - x_3 + x_4 &= -1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 &= -1 \end{aligned}$$

Provjeri uvrštavanjem!

6. Ispitati i na neki način provjeriti $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1}$. 10+2

Ukupno: 0

(5)

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \cdot\frac{1}{2} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \cdot(-2)\,|\,\cdot(-3)\,|\,\cdot f21 \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 3 & 1 & 6 & 0 \end{bmatrix} \cdot\frac{1}{2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 3 & 1 & 6 & 0 \end{bmatrix} \cdot\left(\frac{1}{2}\right)\,|\,\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\,|\,\cdot(-3) \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & \frac{17}{2} & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 6 & -3 \end{bmatrix} \cdot\frac{1}{2} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{17}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -2 & 6 & -3 \end{bmatrix} \cdot(-4)\,|\,\cdot(2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{11}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{17}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{5}{2} & -2 \end{bmatrix} \cdot\left(-\frac{2}{5}\right) \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{11}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{17}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \cdot\left(-\frac{17}{4}\right)\,|\,\left(\frac{1}{4}\right)\,|\,\left(\frac{11}{4}\right) \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{53}{4} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{7}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{83}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$x_1 = \frac{53}{4}$

$x_2 = -\frac{7}{4}$

$x_3 = -\frac{83}{4}$

$x_4 = 5$

$\left(2 \cdot \frac{53}{4}\right) - \frac{7}{4} + \frac{-83}{4} - 5 = -1$ ✓✓

$\left(2 \cdot \frac{53}{4}\right) - \frac{7}{4} - \left(3 \cdot \left(-\frac{83}{4}\right)\right) = 1$

$\left(3 \cdot \frac{53}{4}\right) - \left(-\frac{83}{4}\right) + 5 = -1$

$\left(\frac{53}{4} \cdot 2\right) + \left(2 \cdot \frac{7}{4}\right) - \left(2 \cdot -\frac{83}{4}\right) + (5 \cdot 5) = -1$ $\quad \frac{53}{2} + \frac{7}{2} + \frac{83}{2} + 25 = \frac{\cancel{136}}{2} \neq -1$

LIST 1/2

(4) $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+2}$

$2x \geq 0$

$x^2 + 2 \geq 0$

$x^2 \geq 2$

$x \geq \sqrt{2}$

$Df = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

$f(x) = 0 \rightarrow 2x + \sqrt{x^2+2} = 0$

$-2x = \sqrt{x^2+2} \quad /^2$

$4 = x^2 + 2$

$-x^2 = 2 - 4$

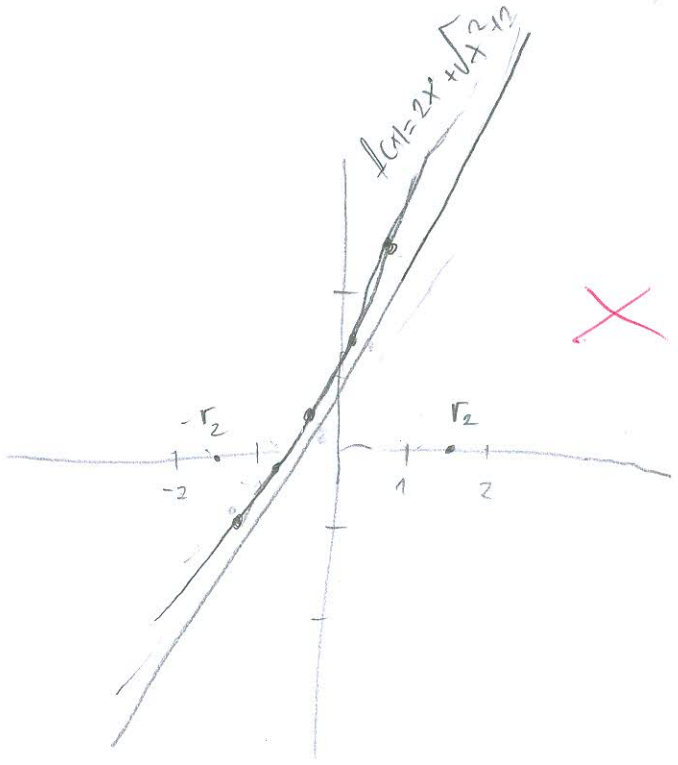
$x^2 = 2\sqrt{}$

$x = \pm\sqrt{2}$

$N_1 T(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

$\lim_{x \to \sqrt{2}^+} |2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2| = 1$ NIJE VA

Nema ni HA ni KA!!



MARKO MARASOVIĆ
17-1-0242-2014

③ $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$

DOMENA

$x-4 \neq 0$

$x \neq 4$

$x \neq \pm 2$

$D(f): R = \{-2, 2\}$

NUL TOČKE

$\frac{x^2+9}{x-4} = 0$

$x^2+9 = 0$

$x^2 = -9$

NEMA NUL TOČAKA!!!

V. A

$\lim_{x \to -2} \frac{4+9}{-2-4} = \frac{13}{-6} = -2,16$

$\lim_{x \to 2} \frac{4+9}{2-4} = \frac{13}{-2} = -6,5$

H. A

DHA

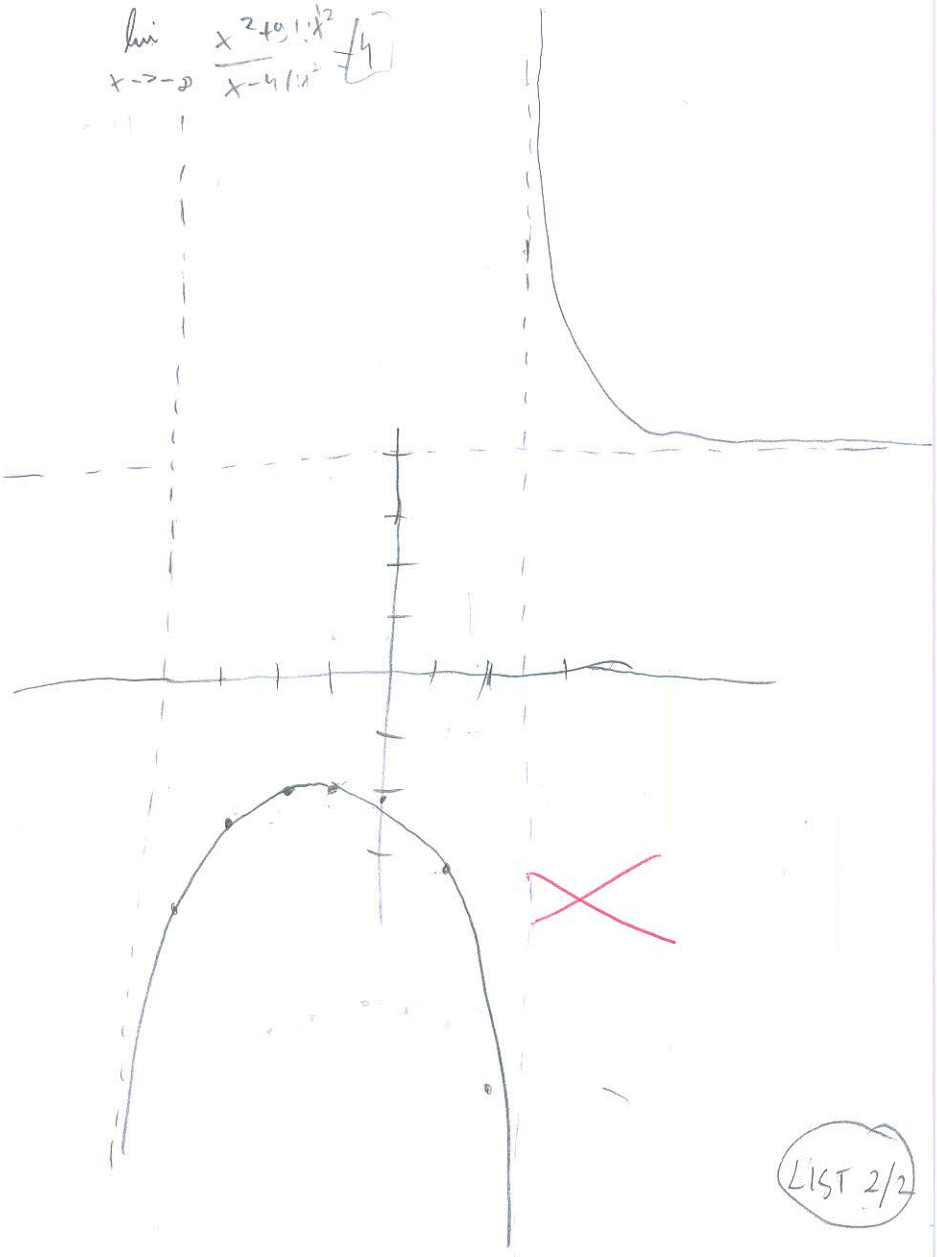
$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2+9 / x^2}{x-4 / x^2} = \frac{1+3}{1-2} = \frac{4}{1} = 4$

$y = 4 = HA$

$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2+9 / x^2}{x-4 / x^2} \neq 4$

$f'(x) = \frac{2x(x-4) - (x^2+9)2x}{2}$

$f'(x) = \frac{2x(2x-4-4^2-9)}{x-4}$



MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇓⇓ 25

IME I PREZIME: Lucija Ivandić **VRIJEME POČETKA:** 17:15

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 17-2-0109-2017

Želim ustmeni kod (zaokružiti): prof. Uglešića asistenta Kosora

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kada je $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3}$. 12

2. Za funkciju $g(x) = \arctan(e^x)$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf

3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$ i skicirati graf. 20 graf

4. Zadana je funkcija $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$. Koji su lokalni ekstremi? Koji su globalni ekstremi? Skicirati graf. Pronaći tangentu za $x = 2$ i skicirati je uz graf. 4+4+4+6

5. Gaussovom metodom riješi sustav linearnih jednadžbi: 15+3

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

Provjeri uvrštavanjem!

6. Ispitati i na neki način provjeriti $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1}$. 10+2

Ukupno: 0

(3) $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$

DOMENA

$x-4 \neq 0$

$x \neq 4$

NUL TOČKE

$T_1 = \frac{0+9}{0-4} = -\frac{9}{4}$

① $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{2}$ $\quad 9-x^2 \neq 0$

$45+24x+3x^2 = 9-x^2$

$4x^2+24x+36 = 9-x^2$ (NEMA RJEŠENJA!)

$x^2+6x+9 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36-36}}{2}$ ✗

$x_{1,2} = -3$

⑥ $\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1} = \left[\frac{0}{0}\right]$ L'H

$= \lim_{x \to 1} \frac{\frac{1}{2\sqrt{2-x^2}} \cdot (-2x)}{1} = -2$ ✗

PROVJERA:

$f(x) =$ $\quad :2)$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod↓↓ 25

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: Josip Erceković **VRIJEME POČETKA:** 17:05

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 17-2-0387-2014

Želim ustmeni kod (zaokružiti): (prof. Uglešića) asistenta Kosora

1. Odrediti kada je $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3}$. 12

2. Za funkciju $g(x) = \arctan(e^x)$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf

3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$ i skicirati graf. 20 graf

4. Zadana je funkcija $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$. Koji su lokalni ekstremi? Koji su globalni ekstremi? Skicirati graf. Pronaći tangentu za $x = 2$ i skicirati je uz graf. 4+4+4+6

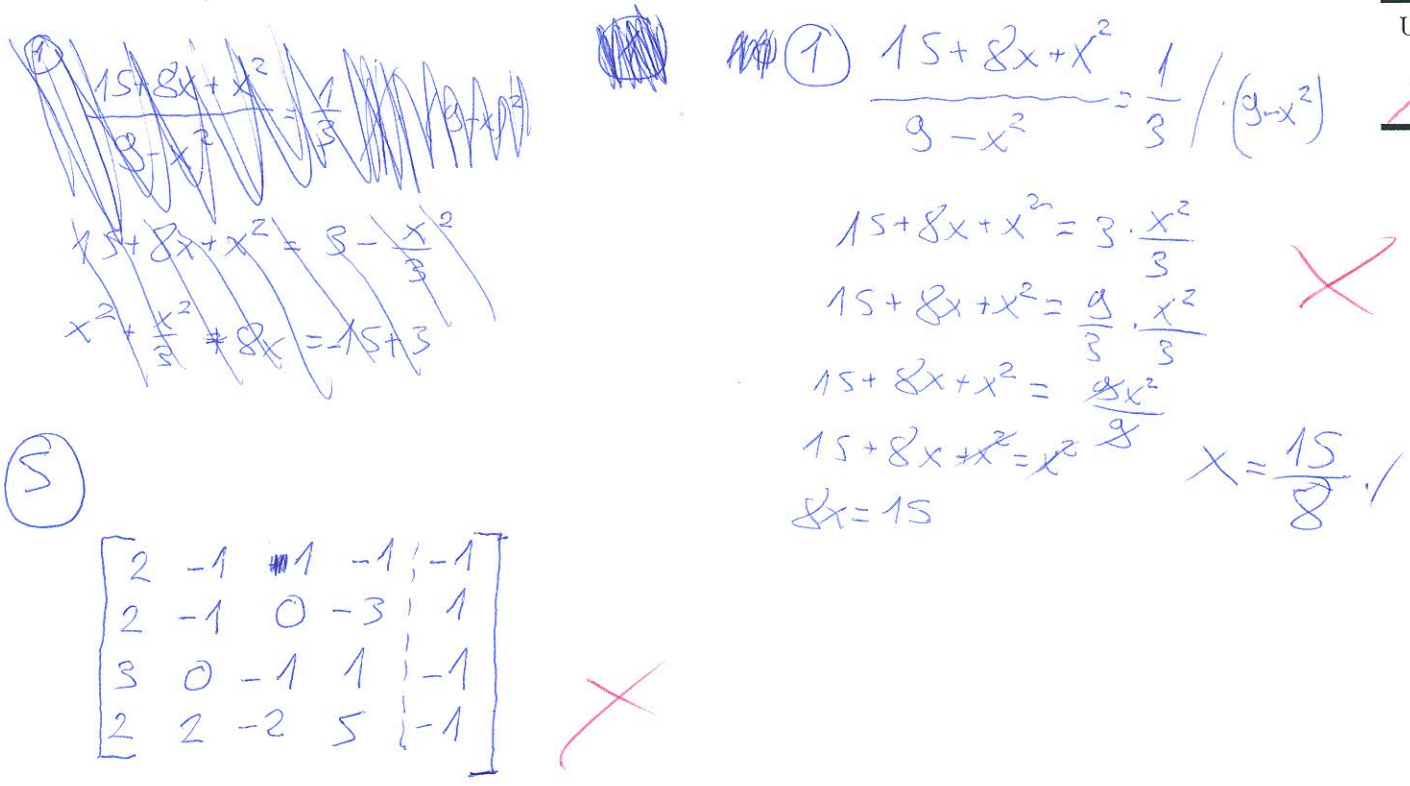
5. Gaussovom metodom riješi sustav linearnih jednadžbi: 15+3

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

Provjeri uvrštavanjem!

6. Ispitati i na neki način provjeriti $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1}$. 10+2

Ukupno: 0



$$\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3} \quad / \cdot 9$$

$$15+8x = 3$$

$$8x = -12$$

$$x = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$$

Josip Engotić

$$\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3} \quad / \cdot (9-x^2)$$

$$15+8x+x^2 = 3 \cdot \frac{x^2}{3}$$

$$15+8x+x^2 = \frac{9}{3} \cdot \frac{x^2}{3}$$

$$15+8x+x^2 = \frac{3x^2}{3}$$

$$15+8x+x^2 = x^2$$

$$8x = 15$$

$$x = \frac{15}{8}$$

(5)

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \quad / \cdot (-2) = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -2 & 2 & 2 \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{array}\right]$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇓⇓ 25

IME I PREZIME: VLADIO KOTLAR **VRIJEME POČETKA:** 12:10

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

Želim ustmeni kod (zaokružiti): prof. Uglešića asistenta Kosora

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kada je $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3}$. 12

2. Za funkciju $g(x) = \arctan(e^x)$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf

3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$ i skicirati graf. 20 graf

4. Zadana je funkcija $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$. Koji su lokalni ekstremi? Koji su globalni ekstremi? Skicirati graf. Pronaći tangentu za $x = 2$ i skicirati je uz graf. 4+4+4+6

5. Gaussovom metodom riješi sustav linearnih jednadžbi: 15+3

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

Provjeri uvrštavanjem!

6. Ispitati i na neki način provjeriti $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1}$. 10+2

Ukupno: 6

(6) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1} = \frac{\sqrt{2-1^2}-1}{1-1} = \frac{0}{0} = \infty$ - SUSTAV IMA BESKONAČNO MNOGO RJEŠENJA ✗

(1) $\frac{15+8x-x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3}$

$9-x^2 \neq 0$

$x^2 < 1$

$x < 3$

$b = \sqrt{b^2-4ac}$ / a^2

$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{8^2-4\cdot 15\cdot 1}}{8^2} = \frac{8 \pm \sqrt{64-60}}{64}$

$= \frac{8 \pm 2}{64}$

$x_1 = \frac{5}{32} = 0.15625$

$x_2 = \frac{3}{32} = 0.09375$

1.8047246409

0

$f(x) = \frac{x^2+9}{y-4}$

⑥ DOMINIO

$y - 4 \neq 0$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ 25

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: MATE PAZAC **VRIJEME POČETKA:**

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): A-1-0179-2013

Želim ustmeni kod (zaokružiti): prof. Uglešića asistenta Kosora

1. Odrediti kada je $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3}$. 12

2. Za funkciju $g(x) = \arctan(e^x)$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf

3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$ i skicirati graf. 20 graf

4. Zadana je funkcija $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$. Koji su lokalni ekstremi? Koji su globalni ekstremi? Skicirati graf. Pronaći tangentu za $x = 2$ i skicirati je uz graf. 4+4+4+6

5. Gaussovom metodom riješi sustav linearnih jednadžbi: 15+3

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

Provjeri uvrštavanjem!

6. Ispitati i na neki način provjeriti $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1}$. 10+2

Ukupno:

3. $\frac{x^2-9}{x-4}$

DOMENA $D_f = \mathbb{R} \setminus \{4\}$

$x-4 \neq 0$

$x \neq -4$

GRAF?

ASIMPTOTE

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2 \cdot 9 \,/\, x}{x-4 \,/\, x} = \frac{0}{1} = 0$ NEMA D.K.A.

(4) $2x + \sqrt{x^2 + x}$

DOMENA

$x^2 + x \geq 0$

$x(x+1) \geq 0$

$x \geq 0$

$x \geq -1$

$Df: \langle -\infty, -1] \cup [0, +\infty \rangle$

GRAF ?

EKSTREMI ?

$f(x) = 2x + \sqrt{x^2 + x}$

$f'(x) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{x^2+x}} + 2x + 1$

$f'(x) = 0$

$x^2 + x = 0 /$

(6) $\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{2 - x^2} - x}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{2-1} - 1}{0} = \lim_{x \to 1} \frac{0}{0} = 0$ X

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod↓↓ 25

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: Aren Mišković **VRIJEME POČETKA:**

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 17-2-0057-2010

Želim ustmeni kod (zaokružiti): prof. Uglešića asistenta Kosora

1. Odrediti kada je $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3}$. 12

2. Za funkciju $g(x) = \arctan(e^x)$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf

3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$ i skicirati graf. 20 graf

4. Zadana je funkcija $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$. Koji su lokalni ekstremi? Koji su globalni ekstremi? Skicirati graf. Pronaći tangentu za $x = 2$ i skicirati je uz graf. 4+4+4+6

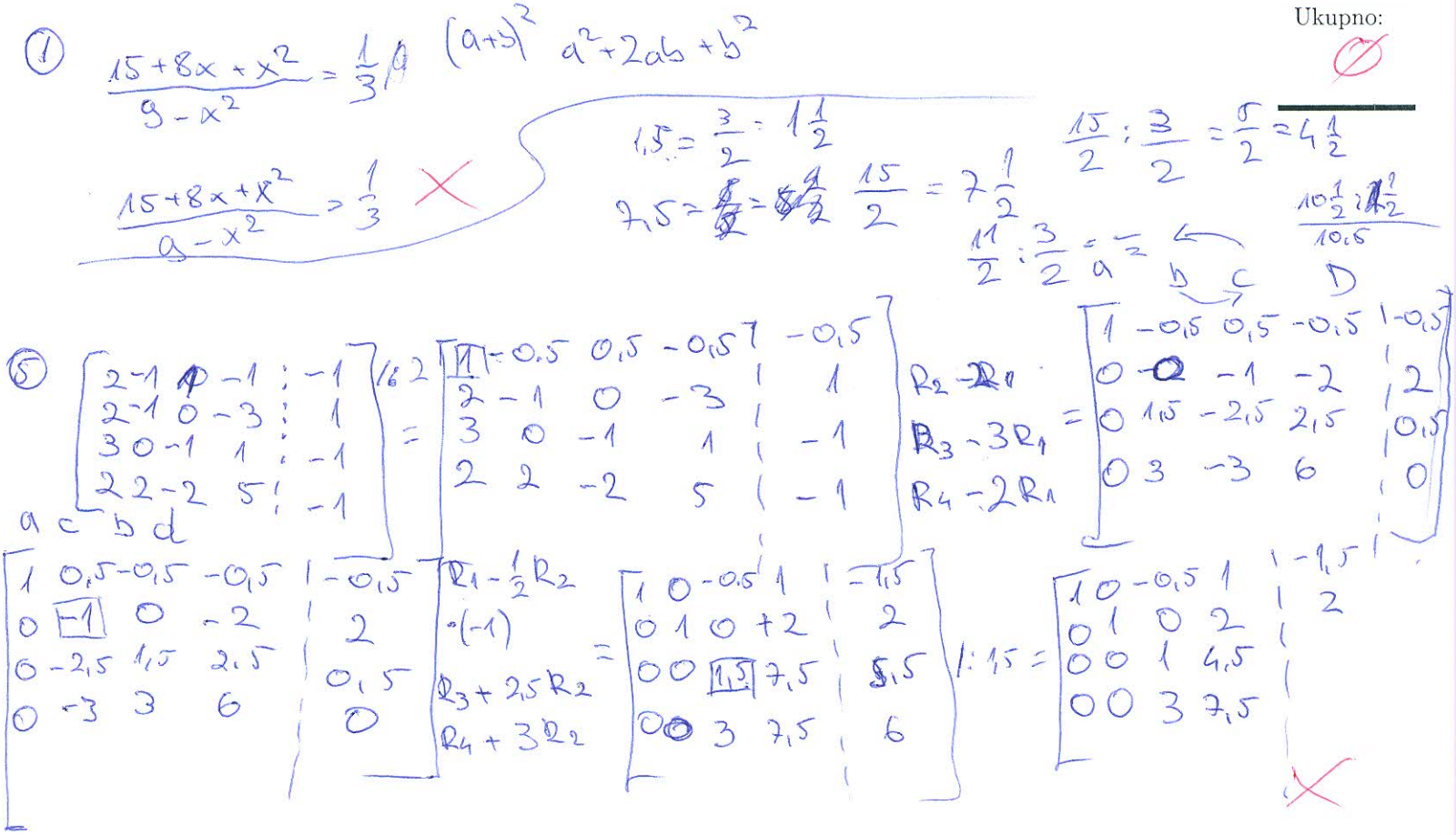
5. Gaussovom metodom riješi sustav linearnih jednadžbi: 15+3

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

Provjeri uvrštavanjem!

6. Ispitati i na neki način provjeriti $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1}$. 10+2

Ukupno:



MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ 25

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: MARIJA KULUŠIĆ VRIJEME POČETKA: 17:13

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 17-1-0050-2011

Želim ustmeni kod (zaokružiti): (prof. Uglešića) asistenta Kosora

1. Odrediti kada je $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3}$. 12

2. Za funkciju $g(x) = \arctan(e^x)$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf

3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$ i skicirati graf. 20 graf

4. Zadana je funkcija $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$. Koji su lokalni ekstremi? Koji su globalni ekstremi? Skicirati graf. Pronaći tangentu za $x = 2$ i skicirati je uz graf. 4+4+4+6

5. Gaussovom metodom riješi sustav linearnih jednadžbi: 15+3

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

Provjeri uvrštavanjem!

6. Ispitati i na neki način provjeriti $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1}$. 10+2

Ukupno: 0

5.

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇓⇓ 25

IME I PREZIME: FILIP MEDIĆ VRIJEME POČETKA: 17:09

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

Želim ustmeni kod (zaokružiti): prof. Uglešića asistenta Kosora

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kada je $\dfrac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \dfrac{1}{3}$. 12

2. Za funkciju $g(x) = \arctan(e^x)$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf

3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \dfrac{x^2+9}{x-4}$ i skicirati graf. 20 graf

4. Zadana je funkcija $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$. Koji su lokalni ekstremi? Koji su globalni ekstremi? Skicirati graf. Pronaći tangentu za $x = 2$ i skicirati je uz graf. 4+4+4+6

5. Gaussovom metodom riješi sustav linearnih jednadžbi: 15+3

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

Provjeri uvrštavanjem!

6. Ispitati i na neki način provjeriti $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2-x^2}-x}{x-1}$. 10+2

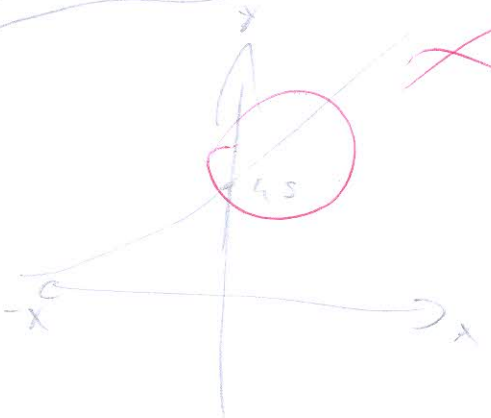
Ukupno: 0

FILIP MEDIĆ 0346002923

① $\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} = \frac{1}{3}$

$\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} - \frac{1}{3} = 0$

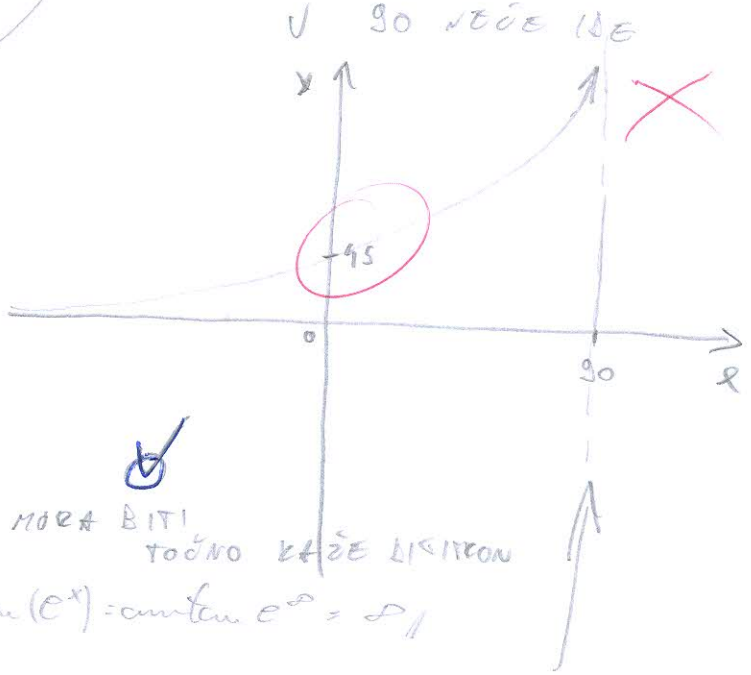
$\left(\frac{15+8x+x^2}{9-x^2} - \frac{15+8x+x^2}{9-x^2}\right)$



D.K.A.

$k_1 = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{(x)} = \frac{\operatorname{arctan}(e^x)}{x}$

=



MORA BITI TOČNO KAŽE LIMITON

② $g(x) = \operatorname{arctan}(e^x)$

$\lim_{x\to\infty} \operatorname{arctan}(e^x) = \operatorname{arctan} e^\infty = \frac{\pi}{2}$ //

$\lim_{x\to-\infty} |x\to -x| = \lim_{x\to\infty} \operatorname{arctan}(e^{-x}) = 0$ // L.H.A. //

$D = \mathbb{R}$

$= \langle -\infty, +\infty \rangle$ //

$g(x) = \operatorname{arctan}(e^x)$ f°g

$g'(x) = ?$

$g'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

$f = \operatorname{arctan} x$

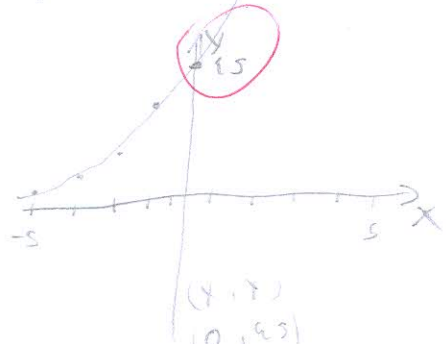
$f' = \frac{1}{1+x^2}$

$= \frac{1}{1+(e^x)^2} \cdot e^x$

$g = e^x$

$g' = e^x$

$= \frac{e^x}{1+(e^x)^2} = \frac{1}{1+e^x}$ //



	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
	+	+			$f'(x)$
	↗	↗			$f(x)$
	−	−			$f''(x)$
	↘	↘	//		$f(x)$

$\operatorname{arctan}(e^x) = 0$

$f'(x) = \frac{1}{1+e^x} \cdot x$

$g(0) = \operatorname{arctan}(e^0)$

$= \frac{\pi}{4}$ //

$g(x) = 0 \Rightarrow$ //

$f = 1$

$f' = 0$

$g = 1+e^x$

$g' = e^x$

$\operatorname{arctan}(e^x) = 0$

$f'(x) = \frac{0\cdot(1+e^x) - 1\cdot e^x}{(1+e^x)^2}$

$= \frac{-e^x}{(1+e^x)^2}$ //

DEF $D(e^x) = \mathbb{R}^+$ //

: 2

FILIP MEDIĆ 0346002923 03. 09. 2015.

③ $f(x) = \frac{x^2+9}{x-4}$ $x-4 \neq 0$ $x = 4$

$D(f(x)) = \mathbb{R} \setminus \{4\}$

$= (-\infty, 4) \cup (4, +\infty)$

$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2+9}{x-4} / x^2 = \lim_{x \to \infty} \frac{1+\frac{9}{x^2}}{\frac{x}{x^2} - \frac{4}{x^2}} = \frac{1}{-\infty} \Rightarrow$ ∄ NEMA *

$\lim_{x \to -\infty} |x \to -x| = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2+9}{-x-4} / x^2 = \frac{1+\frac{9}{\infty}}{-\frac{1}{\infty} + \frac{4}{\infty}} = \frac{1}{-\infty+\infty} \Rightarrow$ ∄ NEMA *

$\lim_{x \to 4^-} \frac{x^2+9}{x-4} = \lim_{x \to 4^-} \frac{3^2+9}{3^--4} = \frac{+}{-} = -$

$\lim_{x \to 4^+} \frac{+}{4^+-4} = \frac{+}{+} = +$

$k_1 = \frac{f(x)}{(x)} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{x^2+9}{x-4}}{\frac{x}{1}} = \frac{x^2+9}{x^2-4x} / x^2 = \frac{1+\frac{9}{x^2}}{1-\frac{4}{x}} = 1$

$l_1 = \lim_{x \to \infty} (f(x) - k_1 x) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2+9}{x-4} - x$

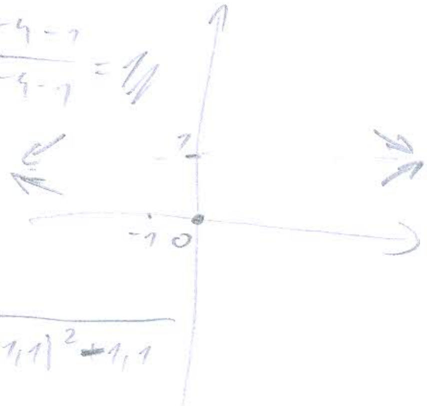
FILIP MEDIĆ 0346002923 03. 09. 2015.

(4) $f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x} \Rightarrow D(f) = \langle -\infty, -1] \cup \langle -1, 0] \cup \langle 0, +\infty \rangle$

$\lim_{x\to\infty} \frac{2x-\sqrt{x^2+x}}{2x-\sqrt{x^2+x}} \cdot 2x+\sqrt{x^2+x} = \frac{4x^2-x^2+x}{4x^2-x^2+x} \Big| \frac{x^2}{x^2} = \frac{4-1}{4-1} = \frac{3}{3} = 1$

$\lim_{x\to-\infty} |x\to -x| = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x-\sqrt{x^2-x}}{} \cdot \frac{+2x-\sqrt{x^2-x}}{+2x-\sqrt{x^2-x}} =$

$l = \lim_{x\to\infty} \frac{-4x^2-x^2-x}{-4x^2-x^2-x} \Big| \frac{x^2}{x^2} = \lim_{x\to\infty} = \frac{-4-1}{-4-1} = 1$



$x^2+x \geq 0$

$x^2+x = 0$

$a=1$
$b=1$
$c=0$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$= \frac{-1 \pm \sqrt{1-4\cdot 0}}{2}$

$= \frac{-1\pm\sqrt{1}}{1}$

$x_1 = \frac{-1+1}{2} = \frac{0}{2} = 0$

$x_2 = \frac{-1-1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

$\lim_{x\to -1^-} 2x+\sqrt{x^2+x} = 2(-1,1) + \sqrt{(-1,1)^2 - 1,1}$

$= -2,2 + \sqrt{1,21 - 1,1} \to 0,11$

$= -2,2 + 0,33 = (-)$

NIŠTA

$\lim_{x\to -1^+} =$

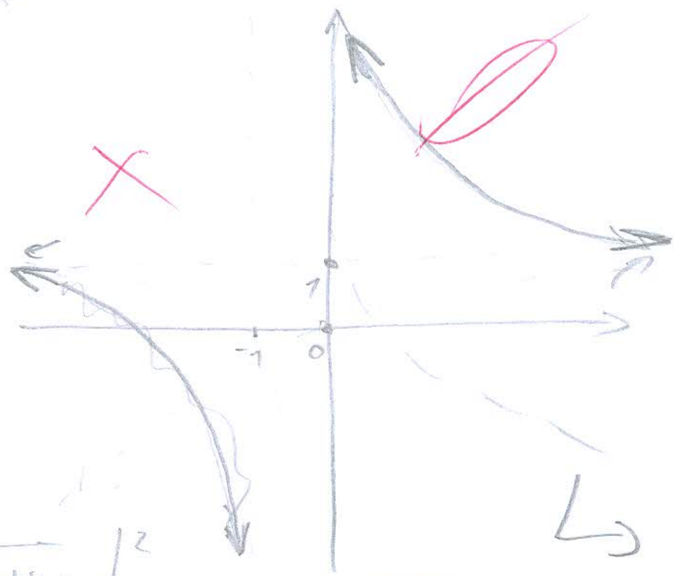
$= -1,8 + \sqrt{(0,9)^2 - 0,9} = -1,8 + \sqrt{0,81 - 0,9}$

$= -1,8 + \sqrt{-0,09}$

~~$f(0) = 2\cdot 0 + \sqrt{0^2+0}$~~

~~$= 0 + \sqrt{0}$~~

$f(x) = 0$



$\lim_{x\to 0^-} = -0,2 + \sqrt{0,01 - 0,1} = -$ U KORIJENU X

$\emptyset$

$\lim_{x\to 0^+} = 0,2 + \sqrt{0,01 + 0,1} = (+)$

$2x + \sqrt{x^2+x} = 0 \,\Big|^2$

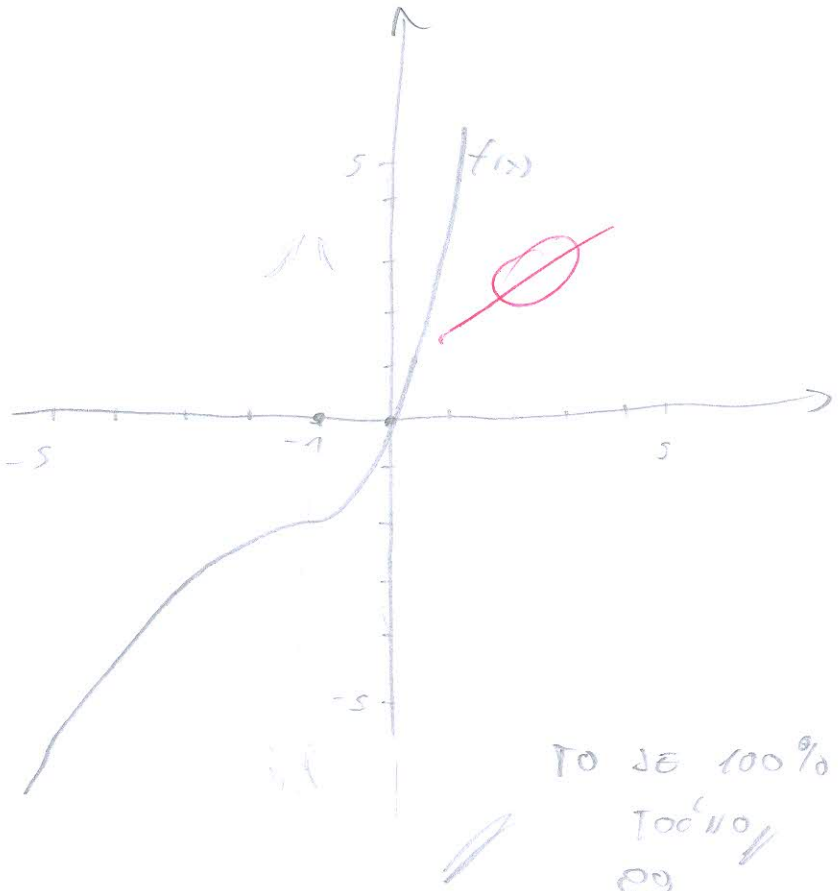
$4x^2 + x^2 + x = 0$

$a=5 \quad b=1 \quad c=0$

$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4(5)\cdot 0}}{2} = \frac{0}{2} = 0 = x_1$

$-1 = x_2$

$-\infty$	-2	$0,5$	$+\infty$
x	-1	0	
+	+	+	$f'(x)$
↗	↗	↗	$f(x)$
+	+	+	$f''(x)$
∪	∪	∪	$f(x)$



ΤΟ ΔΕ 100% ΤΟΣΟ

$f(x) = 2x + \sqrt{x^2+x}$

$f'(x) = 2 + \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$

$f' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2+x}} \cdot 2x+1 = f'(x)$

$g = x^2+x$

$g' = 2x+1$

$0,229 \cdot (-3)$

$f'' = \dots$

0

$y(x) = f(x_0) - f'(x_0) \cdot (x - x_0)$ $\quad x = 2$

$f(x) = 2 \cdot 2 + \sqrt{4+2}$

$= 4 + \sqrt{6}$

$= 4,45$

$f'(x) = 2 + \frac{4+1}{2\sqrt{6}}$

$f'(x) =$

FILIP MEDIĆ 0346002923 02.03.2015.

⑤

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{bmatrix} /2 \sim \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

0