

MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

D6

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: Šime Pedišić

VRIJEME POČETKA: 17:15

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

01.07.2015

0269029931

1. Pronaći koliko iznosi:

(a) površina između krivulja $x = y^2$ i $y = 2x - 4$,

(b) određeni integral $\int_0^\pi x \sin x dx$?

2. Odredi partikularno rješenje koje zadovoljava navedenu ODJ i uvjete: $y'' - 5y' + 4y = 0$, uz $y(0) = 5$ i $y'(0) = 8$. Na kraju provjeri rješenje.

3. Izračunati $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$. Ovaj zadatak vrijedi 20 bodova. U slučaju da ne znaš pronaći točno rješenje, možeš dobiti 15 bodova ukoliko numeričkom metodom izračunaš aproksimaciju s relativnom greškom 10% ili manje.

4. Grafički prikazati funkciju $f(x, y) = \ln(x + y)$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije.

5. Odrediti $\int_0^\pi \left(-\frac{1}{4} \sin^2 t + \frac{\sqrt{3}}{4} \cos t \right) dt$.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$a^x (\alpha > 0)$	$a^x \ln a$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

$$3. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 - 4x + 5} \right| + C$$

$$= \ln \left| x + \sqrt{x^2 - 4x + 5} \right| + C$$

=

$$1. \int_0^{\pi} x \sin x dx = x \sin x + C \quad \times$$

$$2. y'' - 5y' + 4y = 0$$

$$y=5, \quad y'=8$$

Answer

$$y'' - 5 \cdot 8 + 4 \cdot 5 = 0$$

$$y'' - 40 + 20 = 0$$

$$y'' - 20 = 0$$

$$y'' = 20$$

$$y'' - 5y' + 4y = 0$$

$$20 - 40 + 4y = 0$$

$$-20 + 4y = 0$$

$$-20 = -4y / 4$$

$$5 = y$$

MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

C4

IME I PREZIME: **IVAN PADOVAN**

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): **17-2-0300-2013**

1. Odredi ekstremane funkcije $f(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$.

2. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' - y = e^x + 1$.

3. Izračunati:

(a) određeni integral $\int_0^{\pi} \sin^5 x \, dx$.

(b) površinu lika omeđenog krivuljama $y = 2t - t^2$ i $y = t$.

4. Numeričkom integracijom odrediti vrijednost $\int_{-1}^1 \cos(x^2) \, dx$. (bodovanje: 20 za rel. grešku $\leq 1\%$, 15 za rel. grešku $\approx 3\%$, 8 za rel. grešku $\approx 6\%$)

5. Izračunaj $\int_0^2 \frac{x+2}{3x^2-2x-5} \, dx$

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$\alpha^x (\alpha > 0)$	$\alpha^x \ln \alpha$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	



MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

B3

IME I PREZIME: MATEO KUČIĆ

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

1702-006-2017

1. Izračunati:

(a) određeni integral $\int_0^{\pi} \sin^5 x \, dx$.

(b) površinu lika omeđenog krivuljama $y = 2t - t^2$ i $y = t$.

2. Numeričkom integracijom odrediti vrijednost $\int_{-1}^1 \cos(x^2) \, dx$. (bodovanje: 20 za rel. grešku $\leq 1\%$, 15 za rel. grešku $\lesssim 3\%$, 8 za rel. grešku $\lesssim 6\%$)

3. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' - y = e^x + 1$.

4. Izračunaj $\int_0^2 \frac{x+2}{3x^2-2x-5} \, dx$

5. Odredi ekstreme funkcije $f(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$a^x (a > 0)$	$a^x \ln a$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln (x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

$\int \sin^5 x \, dx = -\cos^5 x + 4 \cos^3 x - 3 \cos x + C$

1.12

$3x^2 - 2x - 5$

MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: **LOVRE KRESOVIĆ**

VRIJEME POČETKA: **17:00**

A1

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

56640-2008 / 0269027501

1. Pronaći:

(a) koliko iznosi $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{4r^2}{9}} r dr$,

(b) partikularno rješenje koje zadovoljava ODJ $y'' - 4y' = 0$, uz uvjete $y(1) = 0$ i $y'(1) = 0$. Na kraju provjeri rješenje.

2. Izračunajte površinu lika omeđenog grafovima funkcija $f(x) = x^3$ i $g(x) = 4x$.

3. Odrediti domenu, kodomenu i razinske krivulje za funkciju $f(x, y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right)$. Ima li f globalne ekstreme? Ima li f lokalne ekstreme?

4. Nađi partikularno rješenje jednadžbe $y' = \frac{y}{x} - 1$ koje zadovoljava uvjet $y(1) = 1$.

5. Izračunati $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$. Ovaj zadatak vrijedi 20 bodova. U slučaju da ne znaš pronaći točno rješenje, možeš dobiti 15 bodova ukoliko numeričkom metodom izračunaš aproksimaciju s relativnom greškom 10% ili manje.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$\alpha^x (\alpha > 0)$	$\alpha^x \ln \alpha$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

1. $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{4r^2}{9}} r dr$

IME I PREZIME: ČORAK BASIOLI

VRIJEME POČETKA:

A3

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17-1-0031-2010

- Grafički prikazati funkciju $f(x, y) = \ln(x + y)$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije.
- Odrediti $\int_0^{\pi} \left(-\frac{1}{4} \sin^2 t + \frac{\sqrt{3}}{4} \cos t \right) dt$.
- Pronaći koliko iznosi:
 - površina između krivulja $x = y^2$ i $y = 2x - 4$,
 - određeni integral $\int_0^{\pi} x \sin x dx$?
- Odredi partikularno rješenje koje zadovoljava navedenu ODJ i uvjete: $y'' - 5y' + 4y = 0$, uz $y(0) = 5$ i $y'(0) = 8$. Na kraju provjeri rješenje.
- Izračunati $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$. Ovaj zadatak vrijedi 20 bodova. U slučaju da ne znaš pronaći točno rješenje, možeš dobiti 15 bodova ukoliko numeričkom metodom izračunaš aproksimaciju s relativnom greškom 10% ili manje.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$a^x (\alpha > 0)$	$a^x \ln a$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

3) b

$$\int_0^{\pi} x \sin x dx$$

$$\int_0^{\pi} 1 \cdot x^{1-1} - \cos x + C$$

$$\int_0^{\pi} 1 - \cos x + C$$

stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

A1

IME I PREZIME: **FILIP BARAKA**

VRIJEME POČETKA: **17:23**

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): **17-2-0260-2013**

1. Pronaći:

(a) koliko iznosi $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{4r^2}{9}} r dr$,

(b) partikularno rješenje koje zadovoljava ODJ $y'' - 4y' = 0$, uz uvjete $y(1) = 0$ i $y'(1) = 0$. Na kraju provjeri rješenje.

2. Izračunajte površinu lika omeđenog grafovima funkcija $f(x) = x^3$ i $g(x) = 4x$.

3. Odrediti domenu, kodomenu i razinske krivulje za funkciju $f(x, y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right)$. Ima li f globalne ekstreme? Ima li f lokalne ekstreme?

4. Nađi partikularno rješenje jednadžbe $y' = \frac{y}{x} - 1$ koje zadovoljava uvjet $y(1) = 1$.

5. Izračunati $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$. Ovaj zadatak vrijedi 20 bodova. U slučaju da ne znaš pronaći točno rješenje, možeš dobiti 15 bodova ukoliko numeričkom metodom izračunaš aproksimaciju s relativnom greškom 10% ili manje.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$a^x (\alpha > 0)$	$a^x \ln a$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

(Handwritten mark)

MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

C5

IME I PREZIME: *Mateja Pečarić*

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): *17-0032/2010*

- Riješiti $y'' - y' = -x + 1$ i odredimo posebno rješenje koje udovoljava početnom uvjetu $x = 0, y = 0, y' = 0$. Provjeri rješenje.
- Riješiti: $y' + 2y = x - 3$.
- U koordinatnoj ravnini skicirati domenu funkcije $f(x, y) = \arcsin(\frac{x+y}{2})$ i nekoliko razinskih krivulja. Strelicama označiti smjer rasta funkcije.
- Riješiti integrale:

(a) $\int_{-2}^0 3x\sqrt{1-3x} dx,$

(b) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos^2 x}.$

- Nekom od metoda numeričke integracije odrediti vrijednost integrala $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\arctan x}{x} dx$. Bodovanje za relativnu grešku: $\leq 3\%$ 20 bodova, $\leq 7\%$ 15 bodova, $\leq 12\%$ 10 bodova, $\leq 20\%$ 5 bodova.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$\alpha^x (\alpha > 0)$	$\alpha^x \ln \alpha$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

4.b) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos^2 x} =$

$\int \cos^2 x = \int \cos x \cdot \cos x dx \left\{ \begin{array}{l} \cos x = t \\ -\sin x dx = dt \\ dx = -\sin x dt \end{array} \right.$

~~$\int t dt$~~



$$1. y'' - y' = -x + 1$$

$$y^2 - y = -x + 1$$

$$y(y-1) = -x + 1$$

$$y = -x + 1$$

$$1 = -x + 1$$

$$y - 1 = 0$$

$$x = 0$$

$$y = +1$$



$$2. y' + 2y = x - 3$$

$$\frac{dx}{dy} + 2y = x + 3 \quad / \cdot dy$$

$$dx + 2y dy = x dy + 3 dy$$

$$2y dy - 3 dy = x dy - dx \quad / dy$$

$$\int 2y dy - \int 3 dy = \int x dx - \int dx$$

~~$$2y - 3 = *$$~~

$$2 \frac{y^2}{2} - 3y = \frac{x^2}{2} - x$$



MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

D6

IME I PREZIME: **MATE RADAŠ**

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17-2-0183-2012

1. Pronaći koliko iznosi:

(a) površina između krivulja $x = y^2$ i $y = 2x - 4$,

(b) određeni integral $\int_0^\pi x \sin x \, dx$?

2. Odredi partikularno rješenje koje zadovoljava navedenu ODJ i uvjete: $y'' - 5y' + 4y = 0$, uz $y(0) = 5$ i $y'(0) = 8$. Na kraju provjeri rješenje.

3. Izračunati $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$. Ovaj zadatak vrijedi 20 bodova. U slučaju da ne znaš pronaći točno rješenje, možeš dobiti 15 bodova ukoliko numeričkom metodom izračunaš aproksimaciju s relativnom greškom 10% ili manje.

4. Grafički prikazati funkciju $f(x, y) = \ln(x + y)$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije.

5. Odrediti $\int_0^\pi \left(-\frac{1}{4} \sin^2 t + \frac{\sqrt{3}}{4} \cos t \right) dt$.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$\alpha^x (\alpha > 0)$	$\alpha^x \ln \alpha$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	



MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

C4

IME I PREZIME: *Roko Šimurina*

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17-1-0029-2010

1. Odredi ekstreme funkcije $f(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$.

2. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' - y = e^x + 1$.

3. Izračunati:

(a) određeni integral $\int_0^{\pi} \sin^5 x \, dx$.

(b) površinu lika omeđenog krivuljama $y = 2t - t^2$ i $y = t$.

4. Numeričkom integracijom odrediti vrijednost $\int_{-1}^1 \cos(x^2) \, dx$. (bodovanje: 20 za rel. grešku $\leq 1\%$, 15 za rel. grešku $\approx 3\%$, 8 za rel. grešku $\approx 6\%$)

5. Izračunaj $\int_0^2 \frac{x+2}{3x^2-2x-5} \, dx$

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$\alpha^x (\alpha > 0)$	$\alpha^x \ln \alpha$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

~~Ukupno:~~

MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: **DWE SURAC'**

VRIJEME POČETKA: **17:15**

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17-1-0118-2012

C5

- Riješiti $y'' - y' = -x + 1$ i odredimo posebno rješenje koje udovoljava početnom uvjetu $x = 0, y = 0, y' = 0$. Provjeri rješenje.
- Riješiti: $y' + 2y = x - 3$.
- U koordinatnoj ravnini skicirati domenu funkcije $f(x, y) = \arcsin(\frac{x+y}{2})$ i nekoliko razinskih krivulja. Strelicama označiti smjer rasta funkcije.
- Riješiti integrale:

(a) $\int_{-2}^0 3x\sqrt{1-3x} dx,$

(b) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos^2 x}.$

- Nekom od metoda numeričke integracije odrediti vrijednost integrala $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\arctan x}{x} dx$. Bodovanje za relativnu grešku: $\leq 3\%$ 20 bodova, $\leq 7\%$ 15 bodova, $\leq 12\%$ 10 bodova, $\leq 20\%$ 5 bodova.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$a^x (\alpha > 0)$	$a^x \ln a$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

$$3. f(x, y) = \arcsin\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

$$Df = \mathbb{R}$$

$$x=1$$

$$y=1$$

$$z=2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2$$

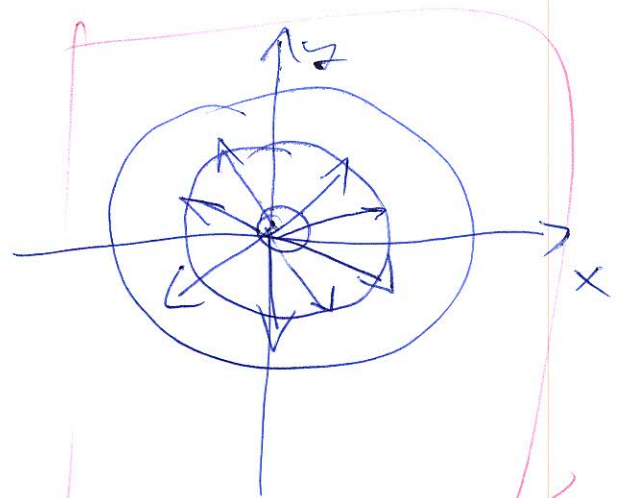
$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y$$

$$x=0$$

$$y=0$$

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = 2 \quad \frac{d^2 f}{dx dy} = 0 \quad \frac{d^2 f}{dy^2} = 2$$



$$Df = \mathbb{R} = \emptyset$$

$$T \dots z-2 = 2(x-1) + 2(y-1)$$

$$2x + 2y - z - 2 = 0$$

Точка $(0, 0)$ минимум.

stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod ↓↓

B1

IME I PREZIME: *Marko MIZOLOVIĆ*

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17-2-0146-2011

- Izračunajte površinu lika omeđenog grafovima funkcija $f(x) = x^3$ i $g(x) = 4x$.
- Odrediti domenu, kodomenu i razinske krivulje za funkciju $f(x, y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right)$. Ima li f globalne ekstreme? Ima li f lokalne ekstreme?
- Pronaći:
 - koliko iznosi $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{4r^2}{9}} r dr$,
 - partikularno rješenje koje zadovoljava ODJ $y'' - 4y' = 0$, uz uvjete $y(1) = 0$ i $y'(1) = 0$. Na kraju provjeri rješenje.
- Izračunati $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$. Ovaj zadatak vrijedi 20 bodova. U slučaju da ne znaš pronaći točno rješenje, možeš dobiti 15 bodova ukoliko numeričkom metodom izračunaš aproksimaciju s relativnom greškom 10% ili manje.
- Nađi partikularno rješenje jednadžbe $y' = \frac{y}{x} - 1$ koje zadovoljava uvjet $y(1) = 1$.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$\alpha^x (\alpha > 0)$	$\alpha^x \ln \alpha$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

④ $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}} = \int_0^4 \frac{1+\sqrt{x}}{1+x^2} dx = \int_0^4 \frac{1+\sqrt{x}}{1+x} dx$

$= \ln|1+\sqrt{x}| \Big|_0^4 = \ln|1+\sqrt{4}| - (\ln|1+\sqrt{0}|)$

$= 1,09 \approx \omega$

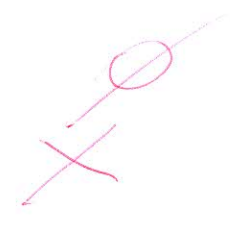
③ b) $y'' - 4y' = 0$ $y(1) = 0$ $y'(1) = 0$

$r^2 - 4r + 0 = 0$

$r_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 0}}{2} = \frac{4 \pm 4}{2}$

$r_1 = \frac{8}{2} = 4$

$r_2 = \frac{0}{2} = 0$



MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

C4

IME I PREZIME: **DINO BADIČIKA**

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

1. Odredi ekstreme funkcije $f(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$.

2. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' - y = e^x + 1$.

3. Izračunati:

(a) određeni integral $\int_0^{\pi} \sin^5 x \, dx$.

(b) površinu lika omeđenog krivuljama $y = 2t - t^2$ i $y = t$.

4. Numeričkom integracijom odrediti vrijednost $\int_{-1}^1 \cos(x^2) \, dx$. (bodovanje: 20 za rel. grešku $\leq 1\%$, 15 za rel. grešku $\leq 3\%$, 8 za rel. grešku $\leq 6\%$)

5. Izračunaj $\int_0^2 \frac{x+2}{3x^2-2x-5} \, dx$

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$a^x (\alpha > 0)$	$\alpha^x \ln \alpha$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x \, dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x \, dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2} + C$
$\int e^x \, dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} \, dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x \, dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} \, dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

2. $y'' - y = e^x + 1$

$h_1 = 0$
 $h_2 = -1$

$y_H = C_1 + C_2 e^x$

$f_1(x) = e^x$

$h = 0 \quad m = 1$

~~...~~

$r^2 - 2 = 0$

$r(r-1) = 0$



MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

A2

IME I PREZIME: Paulo Kević

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17-2-0331-2013

0263082140

1. Riješiti integrale:

(a) $\int_{-2}^0 3x\sqrt{1-3x} dx,$

(b) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos^2 x}.$

2. Nekom od metoda numeričke integracije odrediti vrijednost integrala $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\arctan x}{x} dx.$ Bodovanje za relativnu grešku: $\leq 3\%$ 20 bodova, $\leq 7\%$ 15 bodova, $\leq 12\%$ 10 bodova, $\leq 20\%$ 5 bodova.

3. Riješiti $y'' - y' = -x + 1$ i odredimo posebno rješenje koje udovoljava početnom uvjetu $x = 0, y = 0, y' = 0.$ Provjeri rješenje.

4. Riješiti: $y' + 2y = x - 3.$

5. U koordinatnoj ravnini skicirati domenu funkcije $f(x, y) = \arcsin\left(\frac{x+y}{2}\right)$ i nekoliko razinskih krivulja. Strelicama označiti smjer rasta funkcije.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$\alpha^x (\alpha > 0)$	$\alpha^x \ln \alpha$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

1.

$$a) \int_{-2}^0 3x \sqrt{1-3x} dx = \int 3x dx \cdot \int 1-3x dx =$$

$$= \frac{3x^2}{2} - \frac{3x^2}{2} \neq 0 \quad \times$$

$$\frac{3 \cdot 0}{2} - \frac{3 \cdot 0}{2} - \frac{3 \cdot 4}{2} - \frac{3 \cdot 4}{2}$$

$$0 - 0 \quad \text{///}$$

b)

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + c$$

$$\tan \pi - \tan 0 = 0.0549 \quad \times$$

MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

A1

IME I PREZIME: DINO MARKOV

VRIJEME POČETKA: 17:20

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 17-2-0272-2013

1. Pronaći:

(a) koliko iznosi $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{4r^2}{9}} r dr$,

(b) partikularno rješenje koje zadovoljava ODJ $y'' - 4y' = 0$, uz uvjete $y(1) = 0$ i $y'(1) = 0$. Na kraju provjeri rješenje.

2. Izračunajte površinu lika omeđenog grafovima funkcija $f(x) = x^3$ i $g(x) = 4x$.

3. Odrediti domenu, kodomenu i razinske krivulje za funkciju $f(x, y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right)$. Ima li f globalne ekstreme? Ima li f lokalne ekstreme?

4. Nađi partikularno rješenje jednadžbe $y' = \frac{y}{x} - 1$ koje zadovoljava uvjet $y(1) = 1$.

5. Izračunati $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$. Ovaj zadatak vrijedi 20 bodova. U slučaju da ne znaš pronaći točno rješenje, možeš dobiti 15 bodova ukoliko numeričkom metodom izračunaš aproksimaciju s relativnom greškom 10% ili manje.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$\alpha^x (\alpha > 0)$	$\alpha^x \ln \alpha$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

① b) ODJ $y'' - 4y' = 0$
uvjeti $y(1) = 0, y'(1) = 0$

$(4x) = C_1 (-\ln(\cos x)) + C_2 \cos(ax)$

18

MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o

stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

A1

IME I PREZIME: *TINO VOČKOVIC*

VRIJEME POČETKA:

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

1. Pronaći:

(a) koliko iznosi $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{4r^2}{9}} r dr$,

(b) partikularno rješenje koje zadovoljava ODJ $y'' - 4y' = 0$, uz uvjete $y(1) = 0$ i $y'(1) = 0$. Na kraju provjeri rješenje.

2. Izračunajte površinu lika omeđenog grafovima funkcija $f(x) = x^3$ i $g(x) = 4x$.

3. Odrediti domenu, kodomenu i razinske krivulje za funkciju $f(x, y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right)$. Ima li f globalne ekstreme? Ima li f lokalne ekstreme?

4. Nađi partikularno rješenje jednadžbe $y' = \frac{y}{x} - 1$ koje zadovoljava uvjet $y(1) = 1$.

5. Izračunati $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$. Ovaj zadatak vrijedi 20 bodova. U slučaju da ne znaš pronaći točno rješenje, možeš dobiti 15 bodova ukoliko numeričkom metodom izračunaš aproksimaciju s relativnom greškom 10% ili manje.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
x^α ($\alpha \neq 0$)	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x$ ($\alpha > 0$)	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
a^x ($a > 0$)	$a^x \ln a$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

[Red signature]

MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

A3

IME I PREZIME: Kristian Sorić

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 17-1-0204-2013

1. Grafički prikazati funkciju $f(x, y) = \ln(x + y)$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije.

2. Odrediti $\int_0^{\pi} \left(-\frac{1}{4} \sin^2 t + \frac{\sqrt{3}}{4} \cos t \right) dt$.

3. Pronaći koliko iznosi:

(a) površina između krivulja $x = y^2$ i $y = 2x - 4$,

(b) određeni integral $\int_0^{\pi} x \sin x dx$?

4. Odredi partikularno rješenje koje zadovoljava navedenu ODJ i uvjete: $y'' - 5y' + 4y = 0$, uz $y(0) = 5$ i $y'(0) = 8$. Na kraju provjeri rješenje.

5. Izračunati $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$. Ovaj zadatak vrijedi 20 bodova. U slučaju da ne znaš pronaći točno rješenje, možeš dobiti 15 bodova ukoliko numeričkom metodom izračunaš aproksimaciju s relativnom greškom 10% ili manje.

(Handwritten marks: circles and a heart)

Ukupno:

(Handwritten mark: a circle)

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$\alpha^x (\alpha > 0)$	$\alpha^x \ln \alpha$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

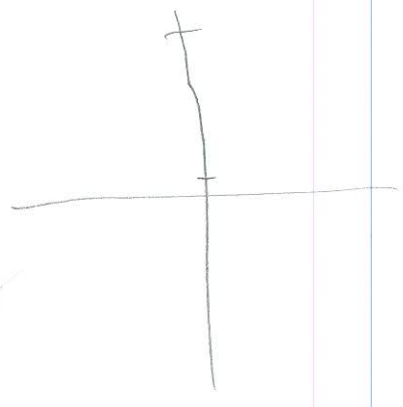
$$4. \quad y'' - 5y' + 4y = 0$$

$$y(0) = 5$$

$$y^2 - 5y + 4y = 0$$

$$y'(0) = 8$$

$$y_1 = 4 \quad y_2 = 1$$

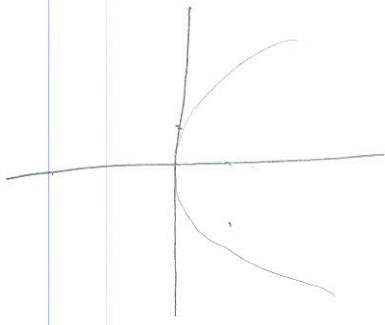


$$2. \quad \int_0^{\pi} \left(-\frac{1}{4} \sin^2 t + \frac{\sqrt{3}}{4} \cos t \right) dt =$$

$$\int \left(-\frac{1}{4} \sin^2 t + \frac{\sqrt{3}}{4} \cos t \right) dt = \frac{1}{4} \int \left(-\sin^2 t + \sqrt{3} \cos t \right) dt =$$



3.



$$x = y^2$$

$$y = 2x - 4$$

$$\sqrt{x} = 2x - 4 \quad | \cdot 2$$

$$x = 4x^2 - 16$$

$$4x^2 - x - 16 = 0$$

$$y^2 = 2 + \frac{y}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2y^2 = 4 + y$$

$$2y^2 - y - 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = 2x - 4 \quad | : 2$$

$$\frac{y}{2} = x - 2$$

$$x = 2 + \frac{y}{2}$$

$$5) \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} =$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} = \left\{ \right.$$

$$3. b) \int_0^{\pi} x \sin x \, dx =$$

$$\int x \sin x \, dx = \begin{cases} u = x, & du = dx, \\ dv = \sin x, & v = -\cos x \end{cases}$$

$$= -x \cos x - \int \sin x \, dx =$$

$$+ x \cos x + \cos x + C$$

$$= x \cos^2 x + C$$

$$\left[x \cos^2 x \right]_0^{\pi}$$

$$\pi \cos^2 \pi - 0 \cos^2 0$$

$$= 3,14159$$