

stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

A2

IME I PREZIME: *STANKO STANIĆ*

VRIJEME POČETKA: *17:45*

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): *17-1-0165-2013*

1. Riješiti integrale:

(a) $\int_{-2}^0 3x\sqrt{1-3x} dx,$

(b) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos^2 x}.$

2. Nekom od metoda numeričke integracije odrediti vrijednost integrala $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\arctan x}{x} dx.$ Bodovanje za relativnu grešku: $\leq 3\%$ 20 bodova, $\leq 7\%$ 15 bodova, $\leq 12\%$ 10 bodova, $\leq 20\%$ 5 bodova.

3. Riješiti $y'' - y' = -x + 1$ i odredimo posebno rješenje koje udovoljava početnom uvjetu $x = 0, y = 0, y' = 0.$ Provjeri rješenje.

4. Riješiti: $y' + 2y = x - 3.$

5. U koordinatnoj ravni skicirati domenu funkcije $f(x, y) = \arcsin\left(\frac{x+y}{2}\right)$ i nekoliko razinskih krivulja. Strelicama označiti smjer rasta funkcije.

Ukupno:

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$\alpha^x (\alpha > 0)$	$\alpha^x \ln \alpha$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

20

① b) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos^2 x} = [\tan x]_0^{\pi} = \tan \pi - \tan 0 =$
NEPRAVI INTEGRAL
 $= 0 - 0 = 0 \times$

a) $\int_{-2}^0 3x \sqrt{1-3x} dx = \left[\begin{array}{l} u = (1-3x)^{\frac{1}{2}} \quad du = \frac{1}{2} \cdot \frac{-3}{2} dx \\ dv = 3x \quad v = \frac{3}{2} x^2 \end{array} \right] \times$
 $= \left[(1-3x)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{3}{2} x^2 - \int \frac{3}{2} x^2 \cdot \frac{-3}{2} (1-3x)^{-\frac{1}{2}} dx \right]_{-2}^0 = \left[\sqrt{1-3x} \cdot \frac{3}{2} x^2 - \int x^3 - 3x dx \right]_{-2}^0 =$
 $\left[\sqrt{1-3x} \cdot \frac{3}{2} x^2 - \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} \right]_{-2}^0 = \left[\sqrt{1-3 \cdot 0} \cdot \frac{3}{2} \cdot 0^2 - \frac{0^4}{4} - \frac{3 \cdot 0^2}{2} \right] - \left[\sqrt{1-3 \cdot (-2)} - 2 \cdot (-2)^2 - \frac{(-2)^4}{4} - \frac{3 \cdot (-2)^2}{2} \right]$
 $= [1 - \sqrt{7} + 4 - 4 - 6] = -7,64$

② $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\arctan x}{x} dx$

k	0	1	2
x_k	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
$f(x)$	0,4019	0,2889	0,2248

$S = \frac{d}{6} (f_0 + 4f_1 + f_2) =$
 $= \frac{\pi}{6} (0,4019 + 4 \cdot 0,2889 + 0,2248)$
 $= \frac{\pi}{6} \cdot 1,7823 = 0,93321 \checkmark$

$f_{k0} = \frac{\arctan \pi}{\pi} = 0,4019$

$f_{k1} = \frac{\arctan \frac{3}{2}\pi}{\frac{3}{2}\pi} = 0,2889$

$f_{k2} = 0,2248$

20

MATEMATIKA 2: Ispit se održava sukladno pravilima koja su vam pročitana. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

C5

IME I PREZIME: LUKA GULAN

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

1. Riješiti $y'' - y' = -x + 1$ i odredimo posebno rješenje koje udovoljava početnom uvjetu $x = 0, y = 0, y' = 0$. Provjeri rješenje.

2. Riješiti: $y' + 2y = x - 3$.

3. U koordinatnoj ravni skicirati domenu funkcije $f(x, y) = \arcsin\left(\frac{x+y}{2}\right)$ i nekoliko razinskih krivulja. Strelicama označiti smjer rasta funkcije.

4. Riješiti integrale:

(a) $\int_{-2}^0 3x\sqrt{1-3x} dx,$

(b) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos^2 x}.$

5. Nekom od metoda numeričke integracije odrediti vrijednost integrala $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{\arctan x}{x} dx$. Bodovanje za relativnu grešku: $\leq 3\%$ 20 bodova, $\leq 7\%$ 15 bodova, $\leq 12\%$ 10 bodova, $\leq 20\%$ 5 bodova.

Ukupno:

20

f	$\frac{df}{dx}$
$x^\alpha (\alpha \neq 0)$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_\alpha x (\alpha > 0)$	$\frac{1}{x \ln \alpha}$
e^x	e^x
$a^x (\alpha > 0)$	$a^x \ln a$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tablica nekih integrala		
$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha \neq -1$	$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right] + C$	
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$	

3.)

