

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!

C1

IME I PREZIME: **MARINO ČOŠIĆ**

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): **0269080599**

1. Za funkciju $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf
2. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$ i skicirati graf. 20 graf
3. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = 2x^2 - 2$. Posebno komentirati (ne)ograničenost. 7+7+6
4. Gaussovom metodom riješiti matricni sustav: 12+3

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -8 & -9 \\ 5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Provjeri vrštavanjem!

5. Odrediti kada je $\frac{x+1}{\sqrt{x^2-x}} + 1 > 0$.

6. Razvojem u Taylorov red oko nule provjeriti binomnu formulu za $f(x) = (x-2)^4$.

15

15

Ukupno:

27

② $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$

1) DOMENA

$$x^2 + 2 \neq 0$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$x^2 \neq -2$$

$$x \in \mathbb{R}$$

2) $x^2 - 4 = 0$

$$(x-2)(x+2) = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$$

3) EKSTREMI

$$f'(x) = \frac{(x^2-4)'(x^2+2) - (x^2-4)(x^2+2)'}{(x^2+2)^2} = \frac{2x(x^2+2) - (x^2-4) \cdot 2x}{(x^2+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 4x - (2x^3 - 8x)}{(x^2+2)^2} = \frac{12x}{(x^2+2)^2}$$

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{12x}{(x^2+2)^2} = 0 \Rightarrow 12x = 0$$

$$x = 0$$

T(0, -2) - STACIONALNA TOČKA

	-∞	0	+∞
f'(x)	-	+	
f(x)	→	↗	

T(0,2) - je Lokalni MINIMUM

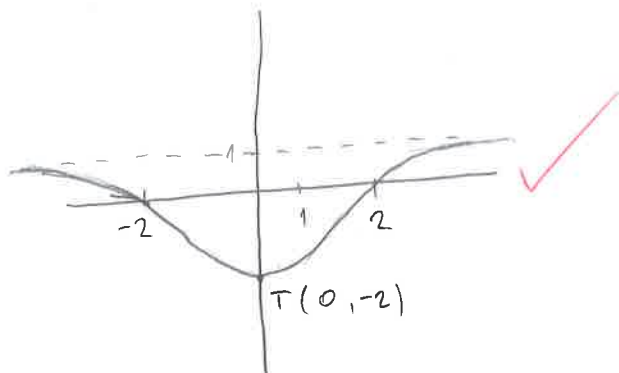
4) ASIMPTOTE

-VER.

kako je $D_f = \mathbb{R}$ VERTIKALNE ASIMP. NEMA

-HORIZONTALNA

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4} \Big| \cdot x^2 = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{4}{x^2}}{1 + \frac{4}{x^2}} = 1$$



③ $f(x) = 2^{x^2-2}$

- LOKALNI EKSTREMI

$\ln f(x) = \ln 2^{x^2-2}$
 $= (x^2-2) \ln 2$

$\frac{1}{f(x)} \cdot f'(x) = f'(x) = 2x \ln 2 + (x^2-2) \cdot 0$

$f'(x) = 2x \ln 2$

$f'(x) = 2^{x^2-2} \cdot 2x \ln 2$

$f'(x) = 0$

$2^{x^2-2} \cdot 2x \ln 2 = 0$

$\Rightarrow x=0$ $T(0, \frac{1}{4})$ STAC. TOČKA

	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	
$f(x)$		↘ ↗	

$T(0, \frac{1}{4})$ - JE LOKALNI MINIMUM ✓

TREBA JOŠ REĆI:

- NEMA DRUGIH LOKALNIH EKSTREMA
- $T(0, \frac{1}{4})$ JE GLOBALNI MINIMUM
- NEOGRANIČENA ODOZGO
- OGRANIČENA ODOZDO
- NEMA GLOBALNOG MAKSIMUMA

FUNKCIJA NEMA GLOBALNE EKSTREME JER JE NEOGRANIČENA

④ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -1 & -9 \\ 5 & 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & ; & 4 \\ 0 & -3 & -4 & ; & -6 \\ 0 & 0 & 0 & ; & 0 \\ 0 & -5 & -5 & ; & -6 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & ; & 4 \\ 0 & -3 & -4 & ; & -6 \\ 0 & 0 & 0 & ; & 0 \\ 0 & 1 & 1 & ; & \frac{3}{5} \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\begin{pmatrix} a & +2b & +c \\ 2a & -b & -3c \\ a & -8b & -9c \\ 5a & +5b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & ; & 4 \\ 0 & 0 & -1 & ; & -12/5 \\ 0 & 0 & 0 & ; & 0 \\ 0 & 1 & 1 & ; & 6/5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & ; & 4 \\ 0 & 1 & 1 & ; & 6/5 \\ 0 & 0 & -1 & ; & -12/5 \\ 0 & 0 & 0 & ; & 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & ; & 4 \\ 2 & -1 & -3 & ; & 2 \\ 1 & -1 & -9 & ; & -8 \\ +5 & 5 & 0 & ; & -14 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & ; & 4 \\ 0 & -3 & -4 & ; & -6 \\ 0 & -10 & -10 & ; & -12 \\ 0 & -5 & -5 & ; & -6 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$a + 2b + c = 4 \Rightarrow a = 4 + \frac{12}{5} - \frac{12}{5}$
 $b + c = \frac{-6}{5} \Rightarrow b = \frac{-6}{5}$
 $c = \frac{12}{5}$
 $a = 4$

VIDI PROJEKCU!

MARINO dosid 0269080599

$$\textcircled{5} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-x}} + 1 > 0$$

$$\frac{(x+1) \sqrt{x^2-x}}{\sqrt{x^2-x}} > 0$$

$$(x+1) \sqrt{x^2-x} > 0 \quad \times$$

$$\sqrt{x^2-x} > 0$$

$$x+1 > 0$$

$$x > -1$$

$$\text{in } (x-1)(\sqrt{x^2-x}) < 0$$

$$\sqrt{x^2-x} < 0 \notin \mathbb{R}$$

$$x-1 < 0$$

$$x < 1$$

PROVJERA:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -1 & -9 \\ 5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ -4/5 \\ 12/5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -82/5 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod

C1

IME I PREZIME: MILAN GORIN

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17-1-0034-2010

1. Za funkciju $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije.

20 graf **13**

2. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$ i skicirati graf.

20 graf

3. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = 2x^2 - 2$. Posebno komentirati (ne)ograničenost.

7+7+6

4. Gaussovom metodom riješiti matrični sustav:

12+3

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -8 & -9 \\ 5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Provjeri vrštavanjem!

5. Odrediti kada je $\frac{x+1}{\sqrt{x^2-x}} + 1 > 0$.

15

6. Razvojem u Taylorov red oko nule provjeriti binomnu formulu za $f(x) = (x-2)^4$.

15

Ukupno:

20

1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$

$$f'(x) = \frac{2x+8}{2\sqrt{x^2+8x+15}} = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+8x+15}}$$

$$x^2 + 8x + 15 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 15}}{2} = \frac{-8 \pm 2}{2} \rightarrow \begin{matrix} -5 \\ -3 \end{matrix}$$

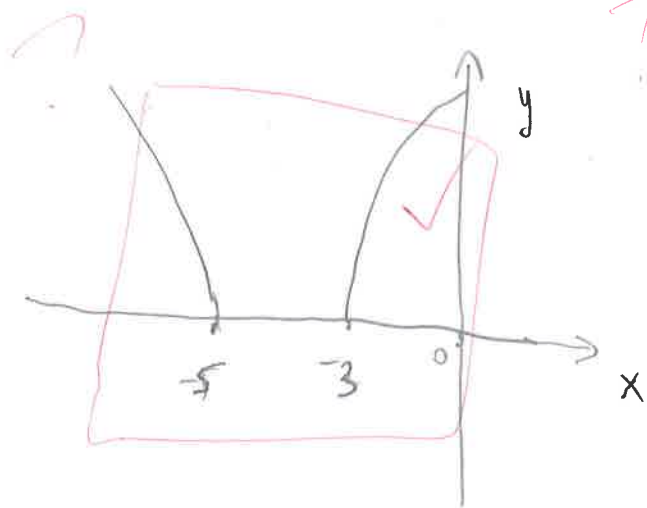
$$\rightarrow D(f(x)) = x \in \langle -\infty, -5 \rangle \cup \langle -3, +\infty \rangle$$

$$\rightarrow f'(x) > 0 \quad \text{za} \quad \begin{matrix} x+4 > 0 \\ x > -4 \end{matrix}$$

RASTUĆA ✓

$$\rightarrow f'(x) < 0 \quad \text{za} \quad \begin{matrix} x+4 < 0 \\ x < -4 \end{matrix}$$

PADAJUĆA ✓



ASIMPTOTÉ

13

③. $f(x) = 2x^2 - 2$

$f'(x) = 2x^{2-2} \ln(2) (2x)$

$f'(x) = 0$

$2x \cdot 2^{x^2-2} \ln(2) = 0$

$x_1 = 0$

$f(0) = 2^{0-2} = \frac{1}{4}$

GLOBALNI MINIMUM $(0, \frac{1}{4})$ ✓

NISTE KONVEXNI
(NE) OGRANIČENOST,
NISTE SPOMENULI LOKALNE
EKSTREME.

$f''(x) = 2 \ln(2) \cdot 2^{x^2-2} + 2 \ln(2) x \cdot 2^{x^2-2} \ln(2) \cdot 2x$

$f''(0) > 0 \Rightarrow$ MINIMUM

Matematika 1

Ime i prezime: MIŠEL GOŠIĆ

Matični broj u indeksu: 17-1-0034-2010

$$2) f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$$

a) DOMENA

$$x^2 + 2 = 0$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

b) PARNOST

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 4}{(-x)^2 + 2} = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2} = f(x)$$

FUNKCIJA JE PARNA

c) NIJE PERIODIČNA (NEMA sin, cos)

d) NUL TOČKE

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \sqrt{4} = 2, -2$$

e) ASIMPTOTE

→ VERTIKALNE NEMA

Zbog toga što nema
točke prekida

→ HORIZONTALNE

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2} = 1 //$$

ZBŮ PARNOSTI LIJEVA I

DESNA SU ISTE $y = 1 //$

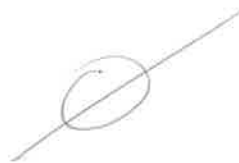
→ KOSIH NEMA //

1) EKSTREMI

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 + 2) - 2x(x^2 - 4)}{(x^2 + 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 4x - 2x^3 + 4x}{(x^2 + 2)^2} = \frac{8x}{(x^2 + 2)^2}$$

GRAF?



MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj

POPUNJAVA

odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod

C1

NASTAVNIK

IME I PREZIME: JOSIP BAKIĆ

VRIJEME POČETKA:

Broj ↓
bodova

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 17-1-0288-2014

1. Za funkciju $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije.

20 graf

2. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$ i skicirati graf.

20 graf

3. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = 2x^2 - 2$. Posebno komentirati (ne)ograničenost.

7+7+6

4. Gaussovom metodom riješiti matricni sustav:

12+3

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -8 & -9 \\ 5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Provjeri vrštavanjem!

5. Odrediti kada je $\frac{x+1}{\sqrt{x^2-x}} + 1 > 0$.

15

6. Razvojem u Taylorov red oko nule provjeriti binomnu formulu za $f(x) = (x-2)^4$.

15

Ukupno:

15

1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$

4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 2 \\ 1 & -8 & -9 & -8 \\ 5 & 5 & 0 & 14 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot (-2) \\ \cdot (-1) \\ \cdot (-5) \\ + \\ + \\ + \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -5 & -5 & -6 \\ 0 & -10 & -10 & -8 \\ 0 & -5 & -5 & -6 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot (-1) \\ + \\ \cdot (-1) \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & 5 & 6 \\ 0 & -10 & -10 & -8 \\ 0 & 5 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & 5 & 6 \\ 0 & -10 & -10 & -8 \end{bmatrix} \begin{matrix} + \\ \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & 5 & 6 \\ 0 & -5 & -5 & -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & -1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & -5 & -5 & -2 \end{bmatrix} \cdot (1) \sim$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 0 & -5 & -5 & -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{4}{3} \\ 0 & -5 & -5 & -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{3} \\ 0 & -5 & -5 & -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \end{matrix} \sim$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{3} \\ 0 & 5 & 0 & 18 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{4}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -6 \end{bmatrix} \begin{matrix} \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \end{matrix} \sim$

KOJE JE RJEŠENJE?

$$2.) f(x) = 2^{x^2-2}$$

$T(0,0)$ ✗

$$\text{Wahlni } \frac{df}{dt} = \frac{0}{0}$$

$$\frac{df}{dx} = 2^{x^2-2} \cdot 2x = 0 \quad x \rightarrow 0$$

$$\frac{df}{dy} = 0 = 0$$

$$\frac{d^2f}{dx^2} = 2^{x^2-2} \cdot 2x \cdot 2x \cdot 2^{x^2-2} \cdot 2 \quad \uparrow$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$\frac{d^2f}{dy^2} = 0$$

Matematika 1

Ime i prezime: JOSIP BERIĆ

Matični broj u indeksu: 17-1-0288-2014

6.

$$f(x) = (x-2)^2$$

$$f'(x) = 2(x-2)$$

$$f''(x) = 2$$

$$f'''(x) = 0$$

$$f^{(4)}(x) = 0$$

$$f^{(5)}(x) = 0$$

$$f(0) = 4$$

$$f'(0) = 2 \cdot (-2) = -4$$

$$f''(0) = 2$$

$$f'''(0) = 0$$

$$f^{(4)}(0) = 0$$

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(u+1)}(0)}{(u+1)!}x^{u+1}$$

$$f(x) = 4 - 4x + x^2 \quad \checkmark$$

$$2) f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+2}$$

$$2') f(-x) = \frac{(-x)^2-4}{(-x)^2+2} = \frac{x^2-4}{x^2+2} = f(x)$$

$$1) x^2+2 \neq 0$$

$$x^2 \neq -2$$

$$D = \mathbb{R}$$

3) neprekidna

$$4) f(x) = 0$$

$$\frac{x^2-4}{x^2+2} = 0 \quad | \cdot (x^2+2)$$

$$x^2-4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2 \rightarrow \text{nultočke}$$

$$5) f'(x) = \frac{2x(x^2+2) - (x^2-4) \cdot 2x}{(x^2+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3+4x - 2x^3+8x}{(x^2+2)^2}$$

$$= \frac{12x}{(x^2+2)^2}$$

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{12}{(x^2+2)^2} = 0 \quad | \cdot (x^2+2)^2$$

$$12 = 0$$

$$x = 0$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod

C1

IME I PREZIME: *Filip Lucić*

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

0269083821

1. Za funkciju $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf
2. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$ i skicirati graf. 20 graf
3. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = 2x^2 - 2$. Posebno komentirati (ne)ograničenost. 7+7+6
4. Gaussovom metodom riješiti matrični sustav: 12+3

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 14 \\ 2 & -1 & -3 & 10 \\ 1 & -8 & -9 & -12 \\ 5 & 5 & 0 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Provjeri vrštavanjem!

5. Odrediti kada je $\frac{x+1}{\sqrt{x^2-x}} + 1 > 0$. 15
6. Razvojem u Taylorov red oko nule provjeriti binomnu formulu za $f(x) = (x-2)^4$. 15

Ukupno:

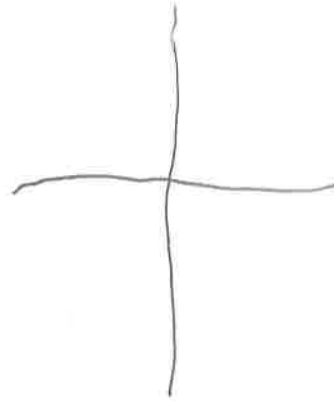
0

① $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2}$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = -5$$



②

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 14 \\ 2 & -1 & -3 & 10 \\ 1 & -8 & -9 & -12 \\ 5 & 5 & 0 & 14 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{(-1) \cdot (-1) \\ (-1) \cdot (-1)}}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 14 \\ 0 & -5 & -5 & 10 \\ 0 & -10 & -10 & -12 \\ 5 & 5 & 0 & 14 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{(-5) \\ (-5)}}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 14 \\ 0 & -5 & -5 & 10 \\ 0 & -10 & -10 & -12 \\ 0 & -5 & -5 & -6 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-3)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & -2 & 12 \\ 0 & -10 & -10 & -12 \\ 0 & -5 & -5 & -6 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-2)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & -2 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & -5 & -5 & -6 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-2)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & -2 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & -15 & 18 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-10)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 14 \\ 0 & 1 & -2 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & -15 & 14 \end{bmatrix}$$

$z = 4$
 $y - 2(z) = 12 \Rightarrow y - 8 = 12 \Rightarrow y = 20$
 $y - z = 12 \Rightarrow 20 - 4 = 16 \neq 12$ (Contradiction)
 $x + 2y + z = 14 \Rightarrow x + 40 + 4 = 14 \Rightarrow x = -30$ (Contradiction)
 $x + 10 + 4 = 12 \Rightarrow x = -2$ (Contradiction)
 $x + 4 - 10 = 12 \Rightarrow x = 18$ (Contradiction)
 $x + 4 = 14 \Rightarrow x = 10$ (Contradiction)

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod

C1

IME I PREZIME: PIMO KOTLAR

VRIJEME POČETKA: 08:20

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 0269088672

1. Za funkciju $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf
2. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$ i skicirati graf. 20 graf
3. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = 2x^2 - 2$. Posebno komentirati (ne)ograničenost. 7+7+6
4. Gaussovom metodom riješiti matrični sustav: 12+3

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -8 & -9 \\ 5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Provjeri uvrštavanjem!

5. Odrediti kada je $\frac{x+1}{\sqrt{x^2-x}} + 1 > 0$. 15
6. Razvojem u Taylorov red oko nule provjeriti binomnu formulu za $f(x) = (x-2)^4$. 15

Ukupno:

~~15~~

5

$$\frac{x+1}{\sqrt{x^2-x}} + 1 > 0 \cdot \sqrt{x^2-x}$$

$$x+1 + \sqrt{x^2-x} > 0$$

$$x^2 + 1 + x^2 - x > 0$$

$$x^2 + x^2 - x > 0 - 1$$

$$2x^2 - x > -1$$

$$x(2x-1) > -1$$

$$x_1 = -1$$

$$2x-1 = -1$$

$$2x = -1 + 1$$

$$2x = 0 \quad | :2$$

$$x = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & -3 & 2 \\ 1 & -8 & -9 & -8 \\ 5 & 5 & 0 & 14 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ 2R - 2 \cdot 1R \\ 3R - 1R \\ 4R - 5 \cdot 1R \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -5 & -5 & -6 \\ 0 & -10 & -10 & -12 \\ 0 & -5 & -5 & -6 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ 4R - 2R \\ \\ \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -5 & -5 & -6 \\ 0 & -10 & -10 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ 3R - 2 \cdot 2R \\ \\ \end{array}$$



$$x_3 = \lambda$$

MATRICA NEMA RIJEŠENJE

$$x_1 + 2 \left(-\frac{6}{5} - \lambda \right) + \lambda = 4 \quad | \cdot 5$$

$$5x_1 + 2(-6 - 5\lambda) + 5\lambda = 20$$

$$5x_1 - 12 - 10\lambda + 5\lambda = 20$$

$$5x_1 - 5\lambda = 32$$

$$x_1 - \lambda = \frac{32}{5}$$

$$x_1 = \frac{32}{5} + \lambda$$

$$-10x_2 - 10\lambda = -12$$

$$-10x_2 = -12 + 10\lambda \quad | :(-10)$$

$$x_2 = \frac{12}{10} - \lambda$$

$$x_2 = \frac{6}{5} - \lambda$$

~~X~~

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: **TONI LULIĆ**

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

08:10

17-1-0153-2012

1. Za funkciju $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije.
2. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$ i skicirati graf.
3. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = 2x^2 - 2$. Posebno komentirati (ne)ograničenost.
4. Gaussovom metodom riješiti matrični sustav:

20 graf

20 graf

7+7+6

12+3

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -8 & -9 \\ 5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Provjeri uvrštavanjem!

5. Odrediti kada je $\frac{x+1}{\sqrt{x^2-x}} + 1 > 0$.

15

6. Razvojem u Taylorov red oko nule provjeriti binomnu formulu za $f(x) = (x-2)^4$.

15

5. $\frac{x+1}{\sqrt{x^2-x}} + 1 > 0$

$Df: (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

$x^2 - x = 0$

$x(x-1) = 0$

$x_1 = 0$

$x_2 = 1$

1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$

DOMENA:

$x^2 + 8x + 15 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 + 4 \cdot 15}}{2}$

$x_1 = \frac{-8 + \sqrt{124}}{2} = -4 + \sqrt{31}$

$x_2 = \frac{-8 - \sqrt{124}}{2} = -4 - \sqrt{31}$

Ukupno:

~~15~~ **6**

4.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 4 \\ 2 & -1 & 3 & | & 2 \\ 1 & -8 & -9 & | & -8 \\ 5 & 5 & 0 & | & 4 \end{bmatrix} \sim$$

Matematika 1

Ime i prezime: TONI LULIĆ

Matični broj u indeksu: 17-1-0153-2012

2. $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$

$x^2 + 2 \neq 0$
 $x^2 = -2$
 $D(f) = \mathbb{R}$

$T_1(2, 0)$
 $T_2(-2, 0)$

Nema V.A jer je $D(f) = \mathbb{R}$

Funkcija je parna i nije periodična

L.H.A $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2} \cdot \frac{1/x^2}{1/x^2} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \frac{1 - \frac{4}{x^2}}{1 + \frac{2}{x^2}} = 1 \Rightarrow y = 1$

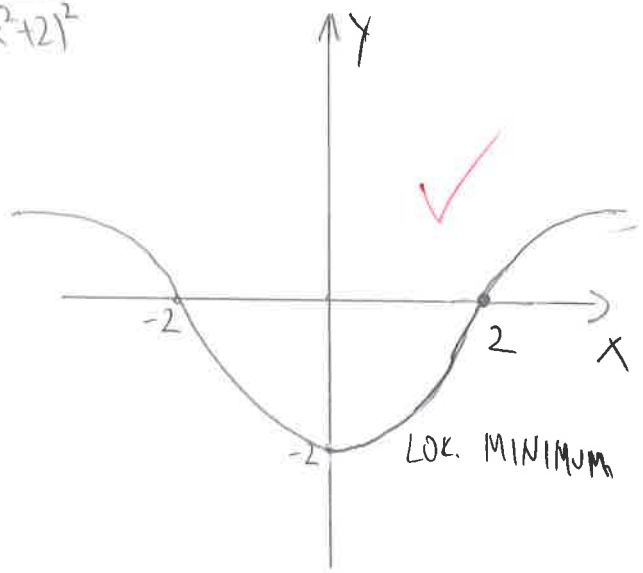
Nema L.K.A

D.K.A $k = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2} \cdot \frac{1/x^3}{1/x^3} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \frac{1 + \frac{4}{x^2}}{1 + \frac{2}{x^2}} = 1$ X

D.K.A ∞ $y = kx + l + 1$ X

$f'(x) = \frac{2x \cdot (x^2 + 2) - (x^2 - 4) \cdot 2x}{(x^2 + 2)^2} = \frac{2x^3 + 4x - 2x^3 + 8x}{(x^2 + 2)^2} = \frac{12x}{(x^2 + 2)^2}$

TOK F-JE
 NEDOSTAJU
 VAŽNI DIJELOVI



MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

C1

IME I PREZIME: Luka Gibić

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 17-1-0172-2013

1. Za funkciju $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf
2. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$ i skicirati graf. 20 graf
3. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = 2x^2 - 2$. Posebno komentirati (ne)ograničenost. 7+7+6
4. Gaussovom metodom riješiti matricni sustav: 12+3

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -8 & -9 \\ 5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Provjeri vrštavanjem!

5. Odrediti kada je $\frac{x+1}{\sqrt{x^2-x}} + 1 > 0$. 15
6. Razvojem u Taylorov red oko nule provjeriti binomnu formulu za $f(x) = (x-2)^4$. 15

Ukupno:



1.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$$

1) Domena

$$x^2 + 8x + 15 \geq 0$$

$$x^2 + 8x + 15 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 15}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = -5$$

2) Parnost i neparnost

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$$

$$f(-x) = \sqrt{(-x)^2 - 8x + 15}$$

$$f(-x) = \sqrt{x^2 - 8x + 15}$$

Nit: parna
ni neparna

	$-\infty$	-5	-3	$+\infty$
$x+3$	-	+	+	+
$x+5$	-	-	+	+
	+	-	-	+

$$D_f: \langle -\infty, -5 \rangle \cup [-3, +\infty)$$

3) Nul točke $(-3, 0)$
 $(-5, 0)$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = -5$$

sječište s osi y

$$f(0) = \sqrt{0^2 + 8 \cdot 0 + 15}$$

$$f(0) = \sqrt{15} = 3.8$$

$$y = 3.8$$

4) Asimptote

$$V.A = x_2 = -3, x = -5$$

H.A - nema jer je stupanj brojilaka veći od nazivnika

O, K, A

$$h = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 8x + 15}}{x} \stackrel{1/x}{=} \frac{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{8x}{x^2} + \frac{15}{x^2}}}{\frac{x}{x}} = \frac{\sqrt{1+0+0}}{1} = 1 \quad k = 1$$

$$A = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - h \cdot x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15} - x = \frac{\sqrt{x^2 + 8x + 15} - x}{\sqrt{x^2 + 8x + 15} + x} = \frac{x^2 + 8x + 15 - x^2}{\sqrt{x^2 + 8x + 15} + x} = \frac{8x + 15}{\sqrt{x^2 + 8x + 15} + x} = \frac{\frac{8x}{x} + \frac{15}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{8x}{x^2} + \frac{15}{x^2}} + \frac{x}{x}} = \frac{8+0}{\sqrt{1+0+0} + 1} = \frac{8+0}{1+1}$$

$$y = kx + l$$

$$y = x + 4$$

$$= \frac{8}{2} = 4$$

C, K, A

$$k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 8x + 15}}{-x} \stackrel{1/x}{=} \frac{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{8x}{x^2} + \frac{15}{x^2}}}{-\frac{x}{x}} = \frac{\sqrt{1-0+0}}{-1} = \frac{1}{-1} = -1 \quad k = -1$$

$$l = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-8x + 15}{\sqrt{x^2 - 8x + 15} - x} = \frac{-\frac{8x}{x} + \frac{15}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{8x}{x^2} + \frac{15}{x^2}} - \frac{x}{x}} = \frac{-8}{\sqrt{1-0-1}} = \frac{-8}{0} = 0$$

$$y = 1 + 0$$

GRAF?

Matematika 1

Ime i prezime: Luka Gibić

Matični broj u indeksu: 17-1-0172-2013

2.

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$$

1) domena

$$x^2 + 2 \neq 0$$

$$x^2 = -2 \quad \checkmark$$

$$x_1 = -\sqrt{2} \quad x_2 = \sqrt{2}$$

	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	∞
$x + \sqrt{2}$	-	+	+	
$x - \sqrt{2}$	-	-	+	
:	+	-	+	

$$D_f = (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$$

2) Globalna svojstva parnost ne parnost

X

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 - 4}{(-x)^2 + 2} = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$$

parna

3) Nul točke $(2, 0)$
 $(-2, 0)$

sječište s osi y

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2} = 0 \quad | \cdot (x^2 + 2)$$

$$f(0) = \frac{0^2 - 4}{0^2 + 2}$$

$$f(0) = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y = -2$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4 \quad \checkmark$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$$

4) Asimptote

$$V.A \quad x = -\sqrt{2}, \sqrt{2}$$

$$D.H.A \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2} = \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{4}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{2}{x^2}} = \frac{1 - 0}{1 + 0} = \frac{1}{1} = 1 \quad y = 1$$

C.H.A - nema

K.A $y = kx + l$

$$k: \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{\frac{x^2 + 2}{x}} = \frac{x^2 - 4}{x(x^2 + 2)} = \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x} \cdot \frac{1}{x^3} = \frac{\frac{x^2}{x^3} - \frac{4}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3} + \frac{2x}{x^3}} = \frac{0 - 1}{1 + 0} = -\frac{1}{1}$$

K.A nema

5) Derivacija

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 4)' \cdot (x^2 + 2) - (x^2 - 4) \cdot (x^2 + 2)'}{(x^2 + 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot (x^2 + 2) - (x^2 - 4) \cdot 2x}{(x^2 + 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 4x - 2x^3 + 8x}{(x^2 + 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 2)^2} = 0 \quad | \cdot (x^2 + 2)^2$$

$$12x = 0 \quad | : 12$$

$$x = 0$$

ekstremna nema

6) Druga derivacija

~~$$f''(x) = \frac{12x}{(x^2 + 2)^2}$$~~

~~$$f''(x) = \frac{12x' \cdot (x^4 + 2x^2 + 4) - 12x \cdot (x^4 + 2x^2 + 4)'}{(x^4 + 2x^2 + 4)^2}$$~~

~~$$= \frac{12 \cdot (x^4 + 2x^2 + 4) - 12x \cdot (4x^3 + 4x)}{(x^4 + 2x^2 + 4)^2}$$~~

~~$$= \frac{12x^4 + 12x^2 + 48 - 48x^4 - 48x^2}{(x^4 + 2x^2 + 4)^2}$$~~

$$f''(x) = \frac{12x}{(x^2 + 2)^2}$$

$$= \frac{12x' \cdot (x^2 + 2)^2 - 12x \cdot (x^2 + 2)'}{(x^2 + 2)^4}$$

$$= \frac{12 \cdot x^4 + 4x^2 + 4 - 12x \cdot 4x}{(x^2 + 2)^4}$$

$$= \frac{12x^4 + 4x^2 + 4 - 48x^2}{(x^2 + 2)^4}$$

$$= \frac{12x^4 + 40}{(x^2 + 2)^4}$$

$$f''(x) = \frac{12x^4 + 40}{(x^2 + 2)^4} = 0 \quad | \cdot (x^2 + 2)^4$$

$$= 12x^4 + 40 = 0 \quad | : x$$

$$12x^3 + 40 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 12 \cdot 40}}{12 \cdot 2}$$

$$x_{1,2} = \underline{\underline{0^{\pm}}}$$

GRAF ↗

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

C1

IME I PREZIME: *DINO NIKOL OVSKI*

VRIJEME POČETKA: *08:00*

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17-2-0375-2014

1. Za funkciju $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$ temeljem ispitivanja funkcijskog tijeka napraviti skicu grafa funkcije. 20 graf
2. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$ i skicirati graf. 20 graf
3. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = 2x^2 - 2$. Posebno komentirati (ne)ograničenost. 7+7+6
4. Gaussovom metodom riješiti matrični sustav: 12+3

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -8 & -9 \\ 5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Provjeri uvrštavanjem!

5. Odrediti kada je $\frac{x+1}{\sqrt{x^2-x}} + 1 > 0$. 15
6. Razvojem u Taylorov red oko nule provjeriti binomnu formulu za $f(x) = (x-2)^4$. 15

Ukupno:



Matematika 1

Ime i prezime: DINO NIKOLOVSKI

Matični broj u indeksu: 17-2-0375-2014

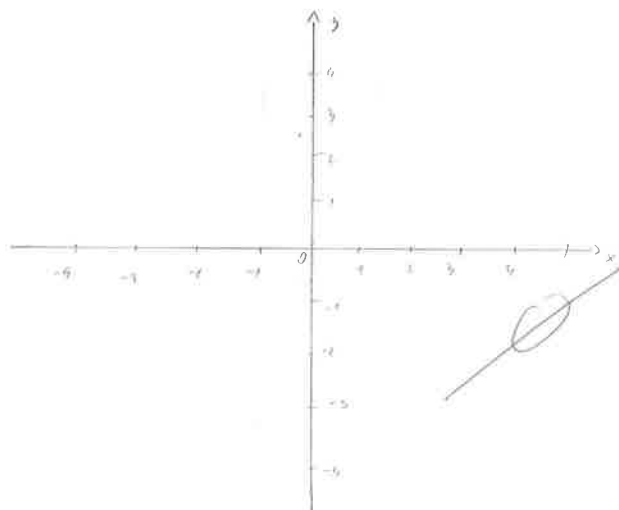
1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 15}$
 $= \sqrt{x^2 + 8x + 15}$
 $a=1 \quad b=8 \quad c=15$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-8 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{-4}{2} = -2 \quad x_2 = \frac{-10}{2} = -5$$

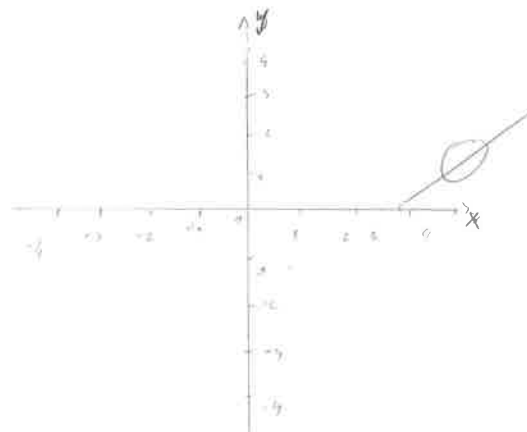


2. $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$

$$x^2 - 4 = 0 \quad x^2 + 2 \neq 0$$

$$x^2 = 4 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x = 2$$



4.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -8 & -9 \\ 5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \\ 14 \end{bmatrix}$$

