

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: **LUCIJA IVANČIĆ**

VRIJEME POČETKA:

B1

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17-2-0109-2011

1. Pronaći tangentu na graf funkcije $f(x) = \ln(\cos x)$ u točki $T(0, 0)$.
2. Odrediti domenu funkcije $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$.
3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ i skicirati graf.
4. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$ i skicirati graf.
5. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = (\ln x)^2$. Komentirati (ne)omeđenost.
6. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

15

15

20 graf

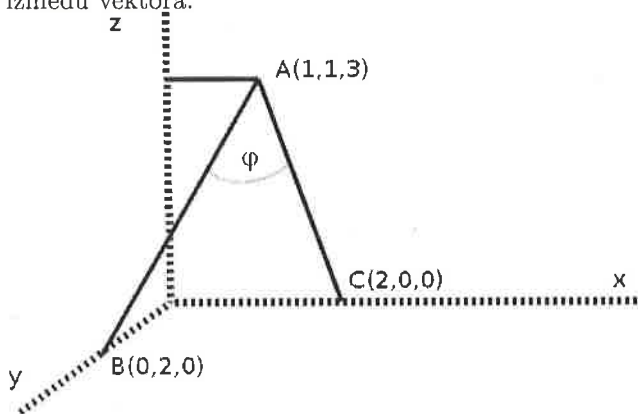
20 graf

~~6+6+3~~

15

Ukupno:

57



4) $f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$

$x^2-x-2 \neq 0$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2}$

$x_1 \neq 2, x_2 \neq -1$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

$x+4=0$

$x=-4$

$N_T(-4, 0)$

$f(0) = -2$ $S(0, -2)$

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{3}{0^+} = +\infty$

$f(x) = \frac{3}{0^-} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{6}{0^-} = -\infty$

$f(x) = \frac{6}{0^+} = +\infty$

$OVA \dots x = -1$

$OVA \dots x = 2$

STACIONARNE TOČKE

$$f(x)' = \frac{(x+6)'(x^2-x-2) - (x+6)(x^2-x-2)'}{(x^2-x-2)^2}$$

$$f(x)'' = (x^2-x-2)'$$

$$f(x)' = \frac{1(x^2-x-2) - (x+6)(2x-1)}{(x^2-x-2)^2}$$

GRAF ↗

$$f(x)' = \frac{x^2 - x - 2 - 2x^2 - 8x + x + 6}{(x^2-x-2)^2}$$

$$f(x)' = \frac{-x^2 - 8x + 4}{(x^2-x-2)^2}$$

TOČKE INFLEKCIJE

$$f(x)'' = \frac{(-x^2-8x+4)'(x^2-x-2)^2 - (-x^2-8x+4)((x^2-x-2)^2)'}{((x^2-x-2)^2)^2}$$

$$f(x)'' = \frac{(-2x-8)(x^2-x-2)^2 - (-x^2-8x+4)2(x^2-x-2)(x^2-x-2)'}{(x^2-x-2)^4}$$

① $f(x) = \ln(\cos x)$ $T(0,0)$

$$f(x)' = \frac{1}{\cos(x)} \cdot (-\sin x) = -\tan x$$

$$f(0)' = 0$$

$t \dots y = 0$ ✓

② $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$

$$-1 \leq \ln(x^2 - 4) \leq 1$$

$$\frac{1}{e} \leq x^2 - 4 \leq e$$

$$\frac{1}{e} + 4 \leq x^2 \leq e + 4$$

$$\sqrt{\frac{1}{e} + 4} \leq |x| \leq \sqrt{e + 4}$$

$$2.09 \leq |x| \leq 2.59$$



$$D(h) = [-2.59, -2.09] \cup [2.09, 2.59]$$
 ✓

③ $f(x) = (\ln x)^2$ $D(f) = \langle 0, +\infty \rangle$

$$f(x)' = 2 \ln x \cdot \frac{1}{x}$$

$$f(x)' = 0 \Rightarrow \ln x = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$$

| | | | | |
|---------|------------------------------|---|-----------|------------|
| | 0 | 1 | $+\infty$ | |
| $f(x)'$ | - | + | | $f(1) = 0$ |
| | \searrow \nearrow min | | | |

Globalni minimum
(i lokalni) $T(1,0)$
Funkcija je neomejena.
OMEĐENA OD 0 DO 200

$$\textcircled{6} \vec{AB} = \vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k} \quad \times$$

$$\vec{AC} = \vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$$

$$\vec{AB} = -\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$$

$$\vec{AC} = \vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{11} \quad \checkmark \quad |\vec{AC}| = \sqrt{11} \quad \checkmark$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -1 - 1 + 9 = 7 \quad \checkmark$$

$$\cos \varphi = \frac{7}{11} \Rightarrow \varphi = 50^\circ 28' 44'' \quad \checkmark$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

B1

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: Antonio Begić

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17-2-0374-14

0269086886

1. Pronaći tangentu na graf funkcije $f(x) = \ln(\cos x)$ u točki $T(0, 0)$.
2. Odrediti domenu funkcije $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$.
3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ i skicirati graf.
4. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$ i skicirati graf.
5. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = (\ln x)^2$. Komentirati (ne)omeđenost.
6. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

15

15

20 graf

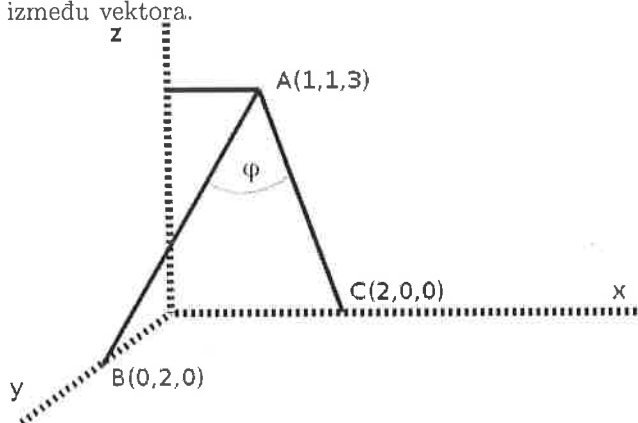
20 graf

6+6+3

15

Ukupno:

43



Matematika 1

Ime i prezime: Antonio Begić

Matični broj u indeksu: 17-2-0374-14

0269086886

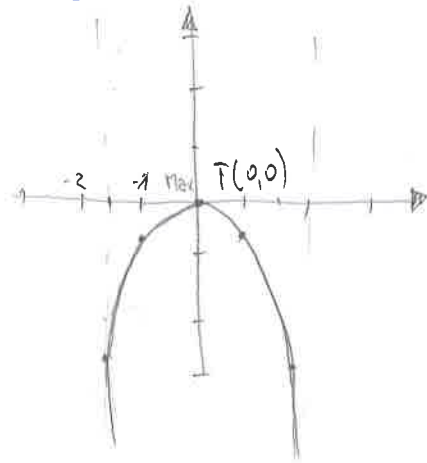
1.

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

$$f(x) = \ln(\cos x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cos x} \cdot -\sin x$$

$$f'(x) = -\frac{\sin x}{\cos x}$$



$$y = 0 + 0 \cdot (x - x_0)$$

$$y = 0 \quad \checkmark$$

$$Df = \langle -1,5; +3,5 \rangle$$

2. $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$

$$x^2 - 4 \geq 0$$

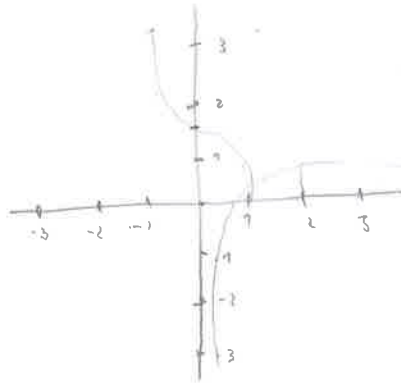
$$Df = \langle 2, +\infty \rangle$$

$$x^2 \geq 4$$

$$x \geq \sqrt{4}$$

$$x \geq 2$$

$$D(f) = \text{NEMA}$$



VIDI IVANDIĆ.



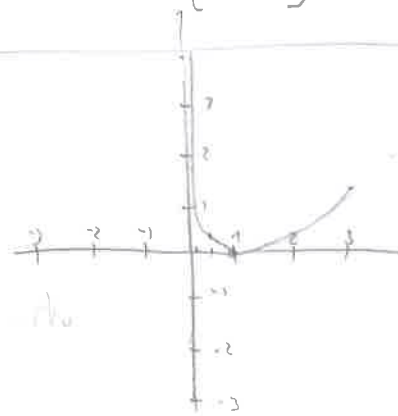
jer domena arccos je $[-1, 1]$ a domena $\ln(x^2 - 4)$ je $x \geq 2$

5. $f(x) = (\ln x)^2$

$$D(f) = [0, +\infty)$$

Lokalni minimum

je točka $T(1, 0)$ \checkmark



$$f(1) = 0$$

broj 1 kao točka: orijentacije

točka

funkcija se kreće domenom $\langle 0, +\infty \rangle$, a kodomenom $[0, +\infty)$

$$f'(x) = (\ln x)^2 \Rightarrow 2(\ln x) \cdot \frac{1}{x} = \frac{2 \ln x}{x}$$

Globalni min je točka $(1, 0)$ \checkmark

A max nema jer je $+\infty$ \checkmark

| | | | | |
|---------|-----------|---------------|------------|-----------|
| | $-\infty$ | $0,5$ | 1 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | | + | + | |
| $f'(x)$ | | - | + | |
| | | \rightarrow | \nearrow | |

$$4. \quad f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$$

$$f(x)=0 \quad \begin{aligned} x+4 &= 0 \\ x &= -4 \\ \text{NT} &(-4, 0) \end{aligned}$$

$$f(0) = -2$$

$$\text{NT}(0, -2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+4}{x^2-x-2} = \frac{2+4}{2^2-2-2} = \frac{6}{0} = \pm \infty$$

V.A. 2

$$\lim_{x \rightarrow +1} \frac{x+4}{x^2-x-2} = \frac{-1+4}{(-1)^2-(-1)-2} = \frac{3}{0} = \pm \infty$$

V.A. -1

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x+4}{x^2-x-2} = \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right] \stackrel{\text{L'H}}{=} \frac{\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x}}{1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0 \quad \text{H.A. je } 0$$

$$f'(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2} = \frac{(x+4)' \cdot (x^2-x-2) - (x+4) \cdot (x^2-x-2)'}{(x^2-x-2)^2} = \frac{x^2-x-2 - (x+4) \cdot (2x-1)}{(x^2-x-2)^2}$$

$$= \frac{x^2-x-2 - 2x^2+x-8x+4}{(x^2-x-2)^2} = \frac{-x^2-8x+2}{(x^2-x-2)^2}$$

KRITISCHE WERTE

$$-x^2-8x+2=0$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64+8}}{-2} = \frac{8 \pm \sqrt{72}}{-2} = \frac{8 \pm 6\sqrt{2}}{-2} = -4 \pm 3\sqrt{2}$$

$$f''(x) = \frac{(-2x-8) \cdot (x^2-x-2)^2 - (-x^2-8x+2) \cdot 2(x^2-x-2) \cdot (2x-1)}{(x^2-x-2)^4}$$

$$= \frac{(-2x-8) \cdot (x^2-x-2)^2 + (x^2+8x-2) \cdot 2(x^2-x-2) \cdot (2x-1)}{(x^2-x-2)^4}$$

$$= \left[\frac{x^2-x-2}{(x^2-x-2)^3} \right] \left\{ (-2x-8) \cdot (x^2-x-2) + (x^2+8x-2) \cdot (2) \cdot (2x-1) \right\}$$

$$= \frac{-2x^3+2x^2+4x-8x^2+8x+16 + 4x^3-2x^2+32x^2-16x+4}{(x^2-x-2)^3} = \frac{2x^3+24x^2-4x+20}{(x^2-x-2)^3}$$

| | | | | | |
|---------|------------|-------------------|------------|-------------------|------------|
| | $-\infty$ | $-4-3\sqrt{2}$ | -1 | $-4+3\sqrt{2}$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | - | + | 0 | + | 0 |
| | \searrow | \nearrow | \nearrow | \searrow | \searrow |
| | | LOK MIN | | LOK MAX | |
| | | $f(-4-3\sqrt{2})$ | | $f(-4+3\sqrt{2})$ | |

$$x^2-x-2 \neq 0$$

$$x^2-x-2 = 0$$

$$a=1$$

$$b=-1$$

$$c=-2$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\frac{+1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$$

$$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -1$$

$$Df = \langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle -1, 2 \rangle \cup \langle 2, +\infty \rangle$$

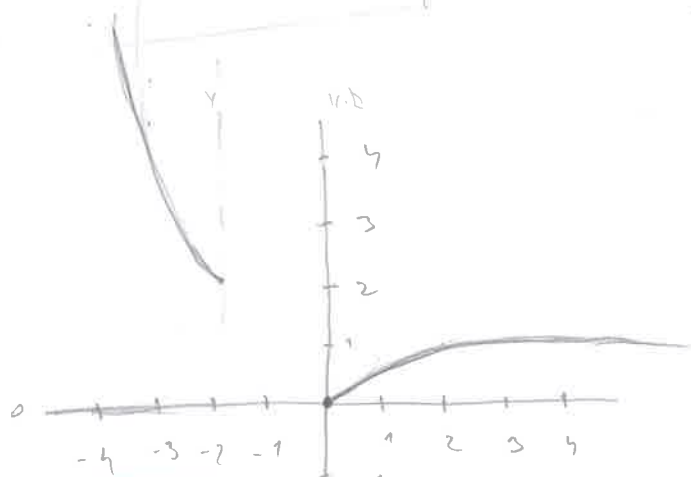
$$f'(x) = \sqrt{x^2+2x} - x$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x^2+2x}} \cdot (2x+2) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} \quad -1$$

$$f''(x) = \frac{\sqrt{x^2+2x} - (x+1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2+2x}} \cdot (2x+2)}{x^2+2x} = \frac{\sqrt{x^2+2x} - \frac{-2x^2-2x-2x-2}{2\sqrt{x^2+2x}}}{x^2+2x}$$

$f'(x) = 0$?
 $f''(x) = 0$?

| | | | |
|----------|---|---|---|
| $f'(x)$ | - | X | + |
| $f''(x)$ | + | X | - |
| $f(x)$ | ∪ | ∩ | ∪ |

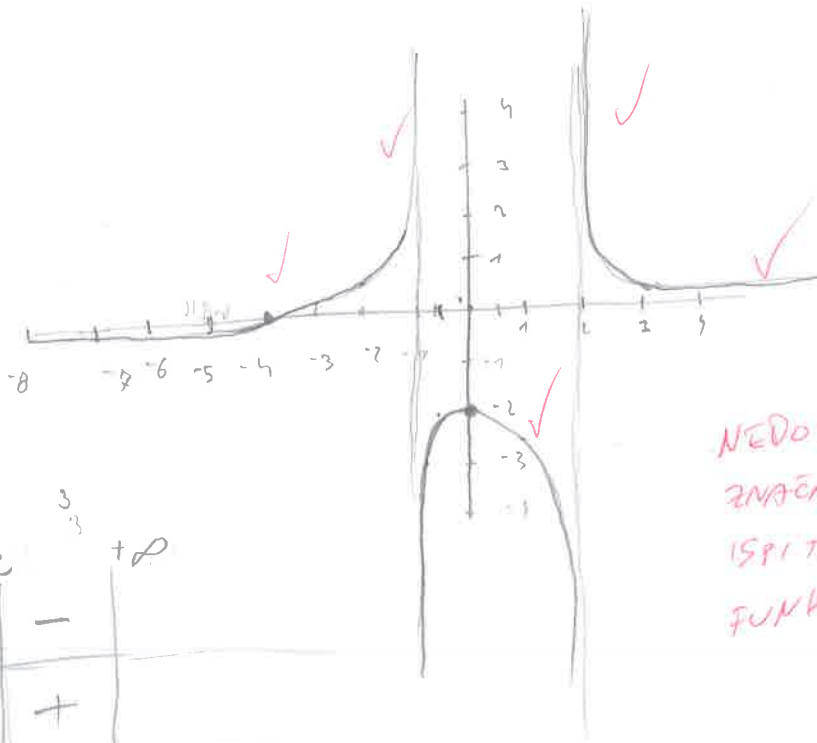


OVA SKICA
 NIJE NAPRAVLJENA
 PETAJETT ISPITIVANJA
 FUNKCIJSKOG TIJEKA.



$f''(x) = 0$

$2x^3 + 24x^2 - 4x + 20 = 0$



13

NEDOSTAJU
ZNAČAJNI DIJELOVI
ISPITIVANJA
FUNKCIJSKOG
TIJEKA

$x_2 = -0.26$

| | | | | | |
|----------|-------|---|-------|-------|-----------|
| | x_1 | 0 | x_2 | x_3 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | + | + | - | | |
| $f''(x)$ | + | - | + | | |
| $f(x)$ | ↘ | ↗ | ↘ | | |

(3.) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ $Df = \mathbb{R} \setminus \langle -2, 0 \rangle$

$x^2 + 2x \geq 0$

$x_1 = 1 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 0$

$-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$
 $2a$

$x_1 = -2 \quad x_2 = 0$

| | | | |
|---------|---|----|---|
| $f'(x)$ | + | ND | + |
|---------|---|----|---|

$Df = \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 0, +\infty \rangle$

$f(x) = 0$
 $\sqrt{x^2 + 2x} - x = 0$
 $x^2 + 2x + x^2 = 0$
 $2x^2 + 2x = 0$
 $-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$
 $2a$
 $x_1 = 0 \quad x_2 = -1$
 NI (0,0)

$f(0) = 0$
 ni (0,0)

V.A.
 $\lim_{x \rightarrow +2} \sqrt{x^2 + 2x} - x = \sqrt{2^2 + 2 \cdot 2} - 2 = 2 - 2 = 0$ new

$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^2 + 2x} - x = \sqrt{0} - 0 = 0$?

H.A.
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x} - x \stackrel{c/1}{=} \sqrt{x^2 + \frac{2x}{x^2}} - x = \sqrt{1 + \frac{2}{x}} - x$
 $= \sqrt{1 + 0} - \infty = 1 - \infty = -\infty$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod

B1

IME I PREZIME: *Marko Perović*

VRIJEME POČETKA: *9⁰⁰h*

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): *0263093632*

1. Pronaći tangentu na graf funkcije $f(x) = \ln(\cos x)$ u točki $T(0,0)$.

15

2. Odrediti domenu funkcije $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$.

15

3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ i skicirati graf.

20 graf

4. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$ i skicirati graf.

20 graf

5. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = (\ln x)^2$. Komentirati (ne)omeđenost.

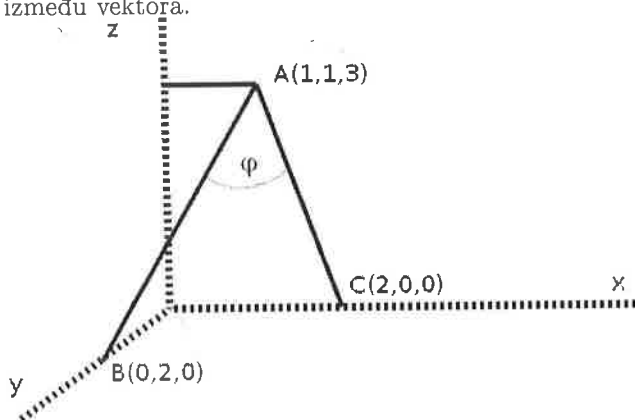
6+6+3

6. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

15

Ukupno:

30



1) $f(x) = \ln(\cos x)$ $T(0,0)$

$$\ln(\cos x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x) = -\operatorname{tg} x$$

$$f'(0) = 0$$

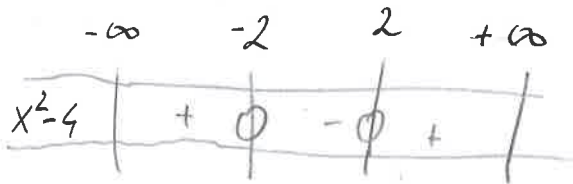
$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$y - 0 = 0(x - 0)$$

$$\boxed{y=0} \quad \checkmark$$

② $h(x) = \arccos(\ln(x^2 - 4))$

① $x^2 - 4 > 0$
 $x^2 - 4 = 0$
 $x = \pm 2$



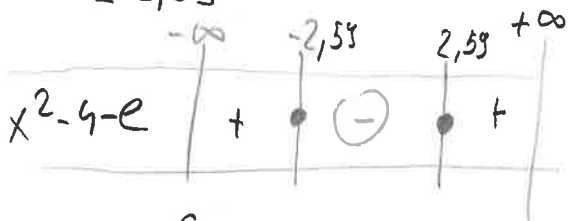
$x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ ✗

② $\ln(x^2 - 4) < 1$

$x^2 - 4 < e$

$x^2 < e + 4$

$x = \pm 2,59$

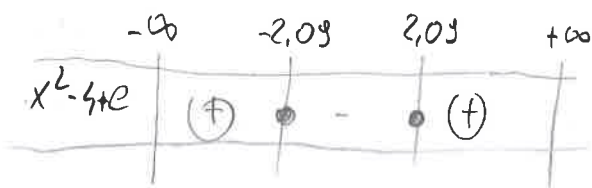


$x \in [-2,59, 2,59]$

$D_f = [-2,59, -2,09] \cup [2,09, 2,59]$ ✓

$\ln(x^2 - 4) \geq 1$

$x = \pm 2,09$



$x \in (-\infty, -2,09] \cup [2,09, +\infty)$

Matematika 1

Ime i prezime: Marko Peras

Matični broj u indeksu: 0269093632

3) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$

Domena

$$x^2 + 2x \geq 0$$

$$x(x+2) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -2$$

| | | | | |
|-------|-----------|------|-----|-----------|
| | $-\infty$ | -2 | 0 | $+\infty$ |
| x | - | - | + | |
| $x+2$ | - | + | + | |
| | (+) | - | (+) | |

$$Df : (-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$$

Asimpt

V.A. nema

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x} - x \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 + 2x + x}}{\sqrt{x^2 + 2x + x}} \right)$$



$$(4) f(x) = \frac{x+4}{x^2-x+2}$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: **DINO PETEŠIĆ**

VRIJEME POČETKA:

17.2.0314-2013.

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

0259081346

B1

1. Pronaći tangentu na graf funkcije $f(x) = \ln(\cos x)$ u točki $T(0, 0)$.
2. Odrediti domenu funkcije $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$.
3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ i skicirati graf.
4. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$ i skicirati graf.
5. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = (\ln x)^2$. Komentirati (ne)omeđenost.
6. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

15

15

20 graf

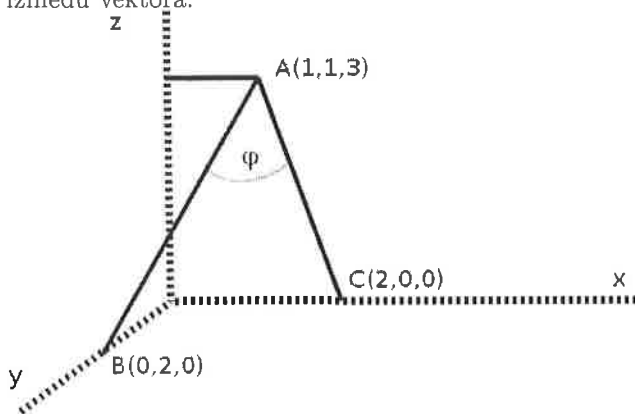
20 graf

6+6+3

15

Ukupno:

15



Matematika 1

Ime i prezime: DINO PETEŠIĆ

Matični broj u indeksu:

17-2-0314-2013.
0269081346

① $f(x) = \ln \cos x$; $T_0(0,0)$

$$\frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} [\ln(\cos x)] = \frac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x) = -\operatorname{tg} x$$

$$y - y_0 = \left. \frac{df}{dx} \right|_0 (x - x_0)$$

$$y - 0 = 0 \cdot (x - 0)$$

$$x = 0$$



② $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$

$D = ?$

$$-1 \leq \ln(x^2 - 4) \leq 1$$

$$x^2 - 4 > 0$$

1) $\ln(x^2 - 4) \geq -1$

$$x^2 - 4 \geq e^{-1}$$

$$x^2 - 4 - e^{-1} \geq 0$$

2) $\ln(x^2 - 4) \neq 1 \quad | e^x$

$$x^2 - 4 \neq e$$

$$x^2 - 4 - e \neq 0$$

3) $x^2 - 4 > 0 \rightsquigarrow x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$



$$3) f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$$

$$1) D = x \cdot (x+2) \geq 0$$

$$\begin{array}{l} (x \geq 0 \wedge x+2 \geq 0) \vee (x \neq 0 \wedge x+2 \neq 0) \\ x \in [0, +\infty) \quad \vee \quad x \in (-\infty, -2] \end{array}$$

$$D: x \in \{(-\infty, -2] \cup (0, +\infty)\}$$

$$2) \text{ parnost } f(-x) = \sqrt{1-2} + 1 = 0 + 1$$

funkcija nije ni parna ni neparna

3) funkcija nije periodična

$$f(x+T) = \sqrt{(x+T)^2 + 2(x+T)} - (x+T)$$

$f(x+T) \stackrel{!}{=} f(x)$ ne postoji T koji zadovoljava
jednadžbu

4) nultočke

$$f(x) = 0$$

$$\sqrt{x^2 + 2x} - x = 0$$

$$\sqrt{x^2 + 2x} = x \quad |^2$$

$$x^2 + 2x = x^2$$

$$2x = 0 \rightarrow \boxed{x = 0}$$

nema vertikalnih asimptota

prekidna : $x = -2, x = 0$ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow x} f(x) = 0$

1) ORIZONTALNE

ključna : $\lim_{x \rightarrow -\infty}$

Realiziraj $\sqrt{x^2 + 2x} - x = +\infty$

korak $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x} - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} - 1 \right)$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{2}{x}} - 1}{\frac{1}{x}} = \left(\frac{0}{0} \right) \text{ L'H} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{2\sqrt{1 + \frac{2}{x}}} \cdot \frac{-2}{x^2}}{\frac{-1}{x^2}} = \frac{1}{x} = 1$

DESNA
ORIZONTALNA
ASIMPTOTA

odakle $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} - 1 \right)}{x} = 0 = k$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - k \cdot x = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

NEMA KOSIH NI U LIJEVOJ NI U DESNOJ

GRAF ?

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: **MATEO PEDIŠIĆ**

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17 - 1 - 0306 - 2014

1. Pronaći tangentu na graf funkcije $f(x) = \ln(\cos x)$ u točki $T(0, 0)$.
2. Odrediti domenu funkcije $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$.
3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ i skicirati graf.
4. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$ i skicirati graf.
5. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = (\ln x)^2$. Komentirati (ne)omeđenost.
6. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

15

15

20 graf

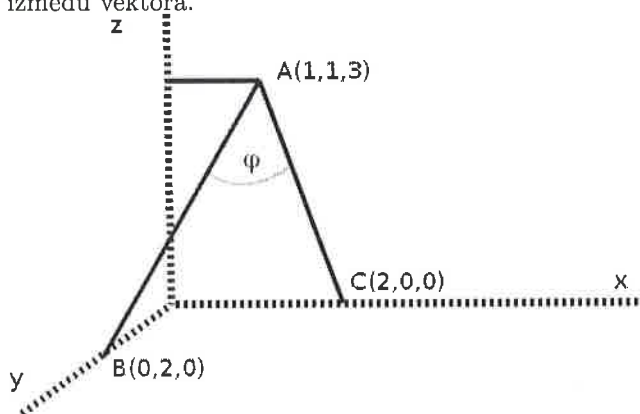
20 graf

6+6+3

15

Ukupno:

13



2. $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$

$-1 \leq \ln(x^2 - 4) \leq 1$

$-1 \leq x^2 - 4 < \text{X}$ $x^2 - 4 \leq 1$

$3 \leq x^2$

$x^2 \leq 5$

$\pm\sqrt{3} \leq x$

$x^2 \leq \pm\sqrt{5}$

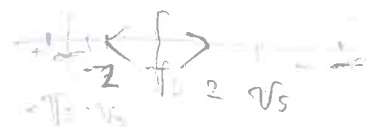
$Df = [-\sqrt{3}, \sqrt{5}]$ **X**

$x^2 - 4 > 0$

$x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4}$

$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$



$$3. f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$$

$$x^2 + 2x \geq 0$$

$$x(x+2) \geq 0$$

$$D_f = [-2, +\infty)$$

$$x \geq 0 \quad x+2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$



V.A

$$\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{x^2 + 2x} - x = \sqrt{(-2)^2 + 2(-2)} - (-2) = \sqrt{4 - 4} + 2 = 0 + 2 = 2$$

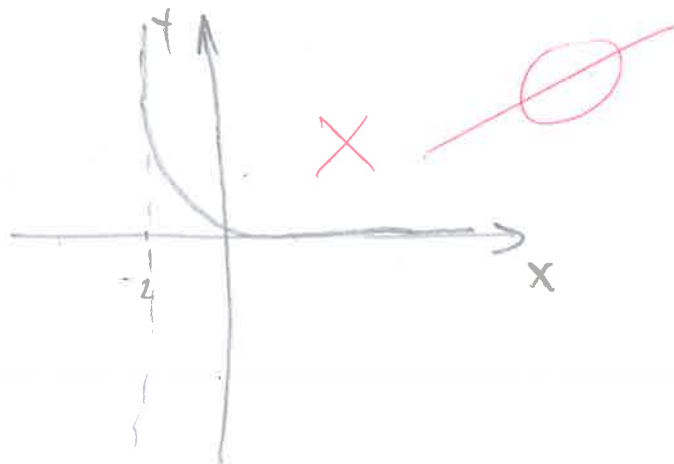
V.A \in -2

H.A

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2x} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x} - x}{1} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 2x} + x}{\sqrt{x^2 + 2x} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - x^2 / : x^2}{\sqrt{x^2 + 2x} + x / : x^2} = \frac{1 + 0 - 1}{\sqrt{1 + 0} + 1} = \frac{0}{1 + 1} = 0$$

H.A \in 0



Matematika 1

Ime i prezime: MATEO PEDIŠIĆ

Matični broj u indeksu: 17-1-0306-2014

$$4. f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$$

$$x^2 - x - 2 \neq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4 \cdot 1 \cdot -2}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -1 \quad D = \langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 2, +\infty \rangle$$

$$f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$$

$$f'(x) = \frac{1(x^2-x-2) - (x+4)(2x-1)}{(x^2-x-2)^2} = \frac{x^2-x-2 - (2x^2-x+8x-4)}{(x^2-x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2-x-2-2x^2+x-8x+4}{(x^2-x-2)^2} = \frac{-x^2-8x+2}{(x^2-x-2)^2}$$

$$-x^2 - 8x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot (-1) \cdot 2}}{-2}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{64+8}}{-2}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 8,5}{-2}$$

$$x_1 = -4,75$$

$$x_2 = 3,75$$

$$E_1(-4,75, 0)$$

$$E_2(3,75, 1)$$

| | | | | | |
|-----------|---------|------|-----|--------|-----------|
| $-\infty$ | $-4,75$ | -1 | 2 | $3,75$ | $+\infty$ |
| | + | + | + | - | - |
| | ↗ | ↗ | ↗ | ↘ | ↘ |

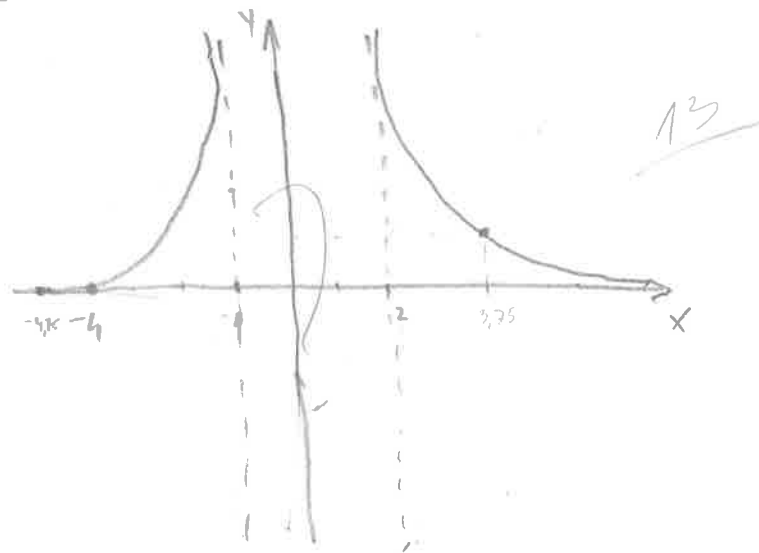
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+4}{x^2-x-2} = \frac{-1+4}{-1^2+1-2} = \frac{3}{-2} = -1,5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x^2-x-2} = \frac{2+4}{2^2-2-2} = \frac{6}{0} = +\infty$$

V.A je $x = -1$ i $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+4}{x^2-x-2} \stackrel{L'H}{=} \frac{0+0}{1-0-0} = \frac{0}{1} = 0$$

H.A. JE 0



5.) $f(x) = (\ln x)^2$

$$f'(x) = \frac{1}{x} \cdot 2 \ln x$$

$$f'(x) = \frac{2 \ln x}{x}$$

$$E(1, 0,7)$$

$$2 \ln = 0$$

$$e^0 = 1$$

$$y = 0,7$$

odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod

B1

IME I PREZIME:

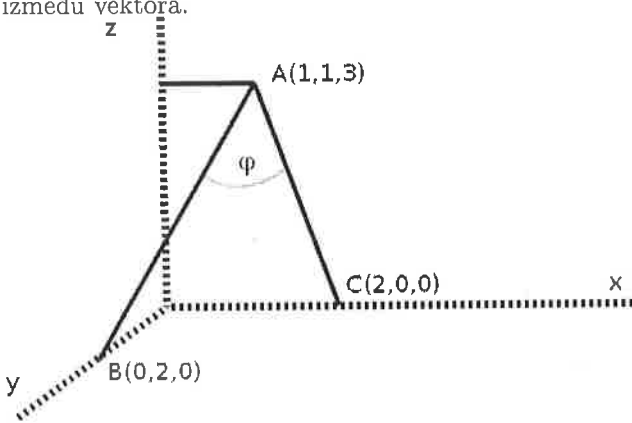
Ante Jerolimov

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17-2-0122-2011

1. Pronaći tangentu na graf funkcije $f(x) = \ln(\cos x)$ u točki $T(0,0)$. 15
2. Odrediti domenu funkcije $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$. 15
3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ i skicirati graf. 20 graf
4. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$ i skicirati graf. 20 graf
5. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = (\ln x)^2$. Komentirati (ne)omeđenost. 6+6+3
6. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora. 15



Ukupno:

0

④ $f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$

$x^2-x-2 \neq 0$

$D_f = \langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle -1, 2 \rangle \cup \langle 2, +\infty \rangle$

$D_f = x^2-x-2=0$

$x_{1,2} = \frac{1}{2} = 2$

$x_2 = \frac{-2}{2} = -1$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2}$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2}$

VA = $\frac{2_+ + 4}{x \rightarrow x \rightarrow 2_+ \frac{2^2 - 2 - 2}{0_-}} = \frac{6}{0_-} = -\infty$

VA = $\frac{2_+ + 4}{x \rightarrow 2_+ \frac{4 - 2 - 2}{0_+}} = \frac{6}{0_+} = +\infty$

$x=2 \Rightarrow VA$

VA = $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+4}{x^2-x-2} = \frac{-1+4}{1-1-2} = \frac{3}{-2} = -1,5$ Nije VA
 $x = -1$

HA = $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+4}{x^2-x-2} = \frac{\infty}{\infty} = \frac{x+4}{x^2-x-2} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{0}{1} = 0$

$\nabla \neq 0$ NIJE HA
NIJE U DOMENI

VA = $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+4}{x^2-x-2} = \frac{x+4}{x^3-x^2-2x} \cdot \frac{1}{x^3} = \frac{0}{1} = 0$

$a=0$

$\frac{f(x)}{x} = \frac{x}{1}$

$$\text{DKA. } f(x) = f(x) - ax = \frac{x+4}{x^2-x-2} - x = \frac{x+4-x(x^2-x-2)}{x^2-x-2} = \frac{x+4-x^3+x^2+2x}{x^2-x-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+4-x^3+x^2+2x}{x^2-x-2} \stackrel{1/x^3}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{0} = -\infty$$

Temu KA

Nul točke

$$x+4=0$$

$$x = -4$$

Prva derivacija

$$f'(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2} = \frac{1 \cdot (x^2-x-2) - (x+4)(2x-1)}{(x^2-x-2)^2} = \frac{x^2-2x-2x+4x-4}{(x^2-x-2)^2} = \frac{-2x^2+7x+4}{(x^2-x-2)^2}$$

$$f'(x) = 0$$

$$-2x^2 + 7x + 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot (-2) \cdot 4}}{2 \cdot (-2)}$$

| | | | | | | |
|--------|------------|------------|------------|---------------|-----|--|
| | $-\infty$ | -4 | -1 | $\frac{1}{2}$ | 2 | |
| $p(x)$ | + | + | - | - | | |
| $f(x)$ | \nearrow | \nearrow | \searrow | \searrow | | |

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{81}}{-4} = \frac{7 \pm 9}{-4} = \frac{16}{-4} = x_1 = -4 \quad x_2 = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$x_1 = -4$ (kritična točka)

$x_2 = \frac{1}{2}$ (kritična točka)

$$f''(x) = \frac{-2x^2+7x+4}{(x^2-x-2)^2} = \frac{-4x-8 - (-4x^3-14x^2+8x)}{(x^2-x-2)^3} = \frac{-4x-8+4x^3+14x^2-8x}{(x^2-x-2)^3}$$

$$f''(x) = \frac{-4x-8+4x^3+14x^2-8x}{(x^2-x-2)^3} = \frac{4x^3+14x^2-12x-8}{(x^2-x-2)^3}$$

$$f''(x) = \frac{-12x+4x^3+14x^2}{(x^2-x-2)^3}$$

$$f(x) = 0$$

$$-7x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot (-7) \cdot (1)}}{-14}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{92}}{-14} = \frac{8 \pm 9,59}{-14}$$

GRAF?

$$\begin{aligned} & -2x^2 - 8x + x + 4 \\ & -2x^2 - 7x + 4 \\ & \underline{\hspace{10em}} \\ & (x^2 - x - 2) \end{aligned}$$

JEROLIMOV

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: *Mareica Beškar*

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU):

17-2-0193-2012

1. Pronaći tangentu na graf funkcije $f(x) = \ln(\cos x)$ u točki $T(0,0)$.

15

~~2.~~ Odrediti domenu funkcije $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$.

15

~~3.~~ Odrediti tok funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ i skicirati graf.

20 graf

4. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$ i skicirati graf.

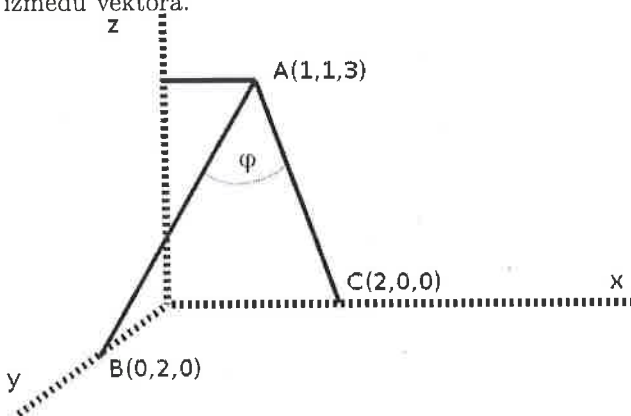
20 graf

5. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = (\ln x)^2$. Komentirati (ne)omeđenost.

6+6+3

6. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

15



Ukupno:

15

2. $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$

$x^2 - 4 > 0$

$x^2 > 4$ ili

$x > \pm 2$ ~~X~~

Df... $x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pm 2 \}$

KAKO SE RJEŠAVAJU NEJEDNAKOSTI?

3.

3. $f(x) = \sqrt{x^2+2x} - x$
 DOMEJTA

1. $x^2 + 2x \geq 0$

Df... $x \in [-2, \infty)$

2. $x(x+2) \geq 0$

$x \geq 0$ $x+2 \geq 0$

$x \geq -2$ ✗

2. $x^2 + 2x - x = 0$

$a=1$
 $b=2$

N.T (0.41, -2.41)

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $c=-1$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2}$

$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{8}}{2} = -1 + \sqrt{2} = 0.41$

$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{8}}{2} = -1 - \sqrt{2} = -2.41$

3. ASIMPTOTE

V.A

$\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{x^2+2x} - x = -2$

V.A
 $x = -2$ ✗

H.A
 $y = 0$

H.A

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{x^2+2x} - x = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{2x}{x^2}} - \frac{x}{x} = 1 - 1 = 0$

K.A nema jer ima H.A

4. PARNOST / NEPARNOST

$f(-x) = \sqrt{-x^2+2(-x)} + x = \sqrt{x^2-2x} + x$ funkcija je neparna

5. DERIVACIJA

$f(x) = \sqrt{x^2+2x} - x$

$f'(x) = (\sqrt{x^2+2x})' \cdot x - (\sqrt{x^2+2x}) \cdot (x)'$ ✗

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+2x}} \cdot (x^2+2x)' \cdot x - (\sqrt{x^2+2x})$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+2x}} \cdot (2x+2) \cdot x - (\sqrt{x^2+2x})$

$f'(x) = \frac{2x^2+2x}{2\sqrt{x^2+2x}} - \sqrt{x^2+2x}$

$f'(x) = \frac{2x^2-4x}{2\sqrt{x^2+2x}}$

$$2x^2 - 4x = 0$$

$$2x(x - 2) = 0$$

$$2x = 0 \quad | :2 \quad x - 2 = 0$$

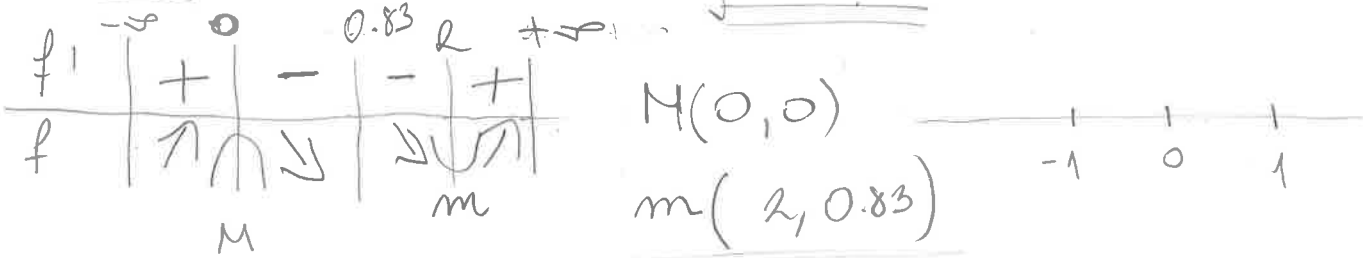
$$\underline{x_1 = 0} \quad \underline{x_2 = 2}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x \quad f(2) = \sqrt{2^2 + 2 \cdot 2} - 2$$

$$f(0) = \sqrt{0^2 + 2 \cdot 0} - 0 \quad f(2) = \sqrt{2^2 + 2 \cdot 2} - 2$$

$$f(0) = 0 \quad f(2) = -2 + 2\sqrt{2}$$

$$\underline{y_1 = 0} \quad \underline{y_2 = 0.83}$$



DRUGA DERIVATIJA I TOČKE INFLEKSIJE $(2x^2)'$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 4x}{2\sqrt{x^2 + 2x}}$$

$$f''(x) = \frac{(2x^2 - 4x)' \cdot 2\sqrt{x^2 + 2x} - (2x^2 - 4x) \cdot (2\sqrt{x^2 + 2x})'}{(2\sqrt{x^2 + 2x})^2}$$

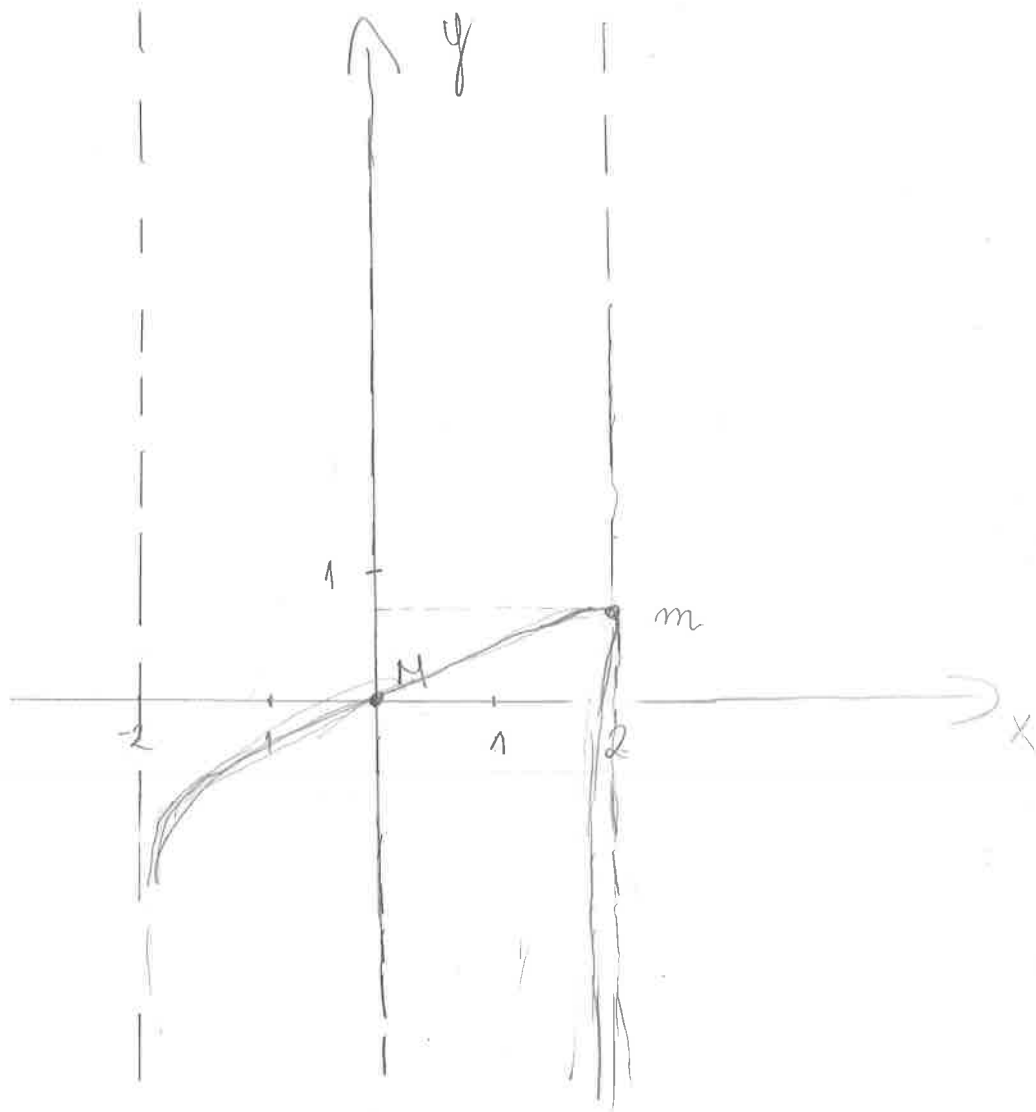
$$f''(x) = \frac{(4x - 4) \cdot 2\sqrt{x^2 + 2x} - (2x^2 - 4x) \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x}} \cdot (x^2 + 2x)'}{(2\sqrt{x^2 + 2x})^2}$$

$$f''(x) = \frac{(4x - 4) \cdot (2\sqrt{x^2 + 2x}) - (2x^2 - 4x) \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x}} \cdot (2x + 2)}{(2\sqrt{x^2 + 2x})^2}$$

$$f''(x) = \frac{4x - 4 \cdot 2\sqrt{x^2 + 2x} - \left(\frac{4x^3 + 4x^2 - 8x^2 - 8x}{4\sqrt{x^2 + 2x}} \right)}{(2\sqrt{x^2 + 2x})^2}$$

$$f''(x) = \frac{4x - 4 \cdot 2\sqrt{x^2 + 2x} - \left(\frac{-4x^2 + 4x^3 - 8x}{4\sqrt{x^2 + 2x}} \right)}{(2\sqrt{x^2 + 2x})^2}$$

$$f''(x) = 0 \quad \text{Nema točaka infleksije}$$

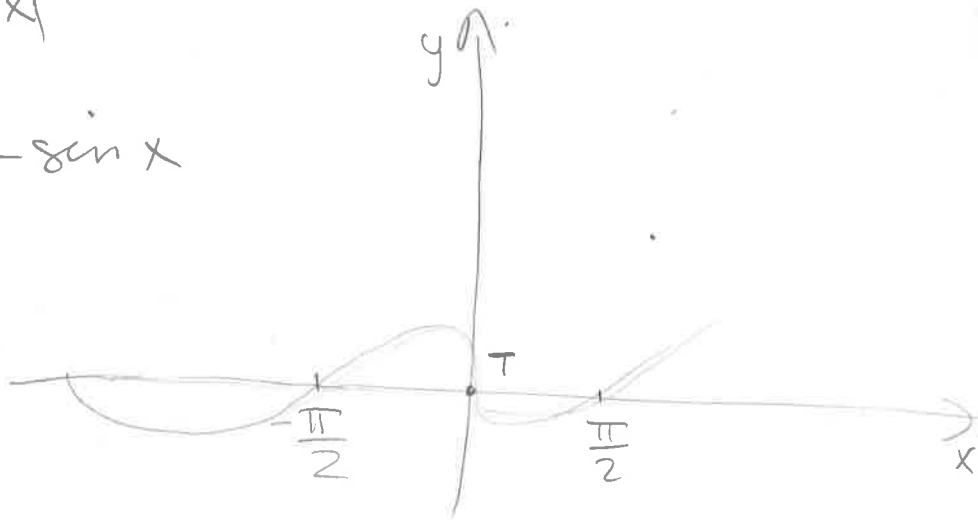


1. $f(x) = \ln(\cos x)$ $T(0,0)$

$f'(x) = \frac{1}{\cos x} \cdot (\cos x)'$

$f'(x_0) = \frac{1}{\cos x} \cdot -\sin x$

$f'(x_0) = -\frac{\sin x}{\cos x}$



t... $y - y_0 = x_0$

5) $f(x) = \ln(x)^2$ DA... $x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = \ln^2 x$

$f(-x) = \ln(-x)^2$ funksija je parna

~~tržište~~
 $x^2 > 0 \quad \forall$
 $x >$

| | | | |
|-------|-----------|-------|-----------|
| | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
| f_1 | + | + | |
| f | π | π | |

$M(0.48, 3.21)$

$f(-5) = \ln(-5)^2 = 3.21$

$f(2) = \ln(2)^2 = 0.48$

$$f(x) = \sqrt{x^2+2x} - x$$

$$\sqrt{x^2+2x} + x$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x^2+2x}} \cdot (x^2+2x)' - (x)'$$

$$|\sqrt{x^2+2x}|' + x + \sqrt{x^2+2x}$$

$$\frac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x}} - \frac{\sqrt{x^2+2x}}{1}$$

$$\frac{2x^2+2x - (2\sqrt{x^2+2x}) \cdot (\sqrt{x^2+2x})}{2\sqrt{x^2+2x}}$$

$$2x^2+2x - (2(\sqrt{x^2+2x})^2)$$

AK

$$2x^2+2x - (2(x^2+2x))$$

$$2x^2+2x - (2x^2+4x)$$

... + 4x

$$\cancel{2x^2+2x} - \cancel{2x^2} - 4x \left(\sqrt{x^2+2x} \right)^2$$

$$2x^2 - 4x$$

$$x^2 + 2x$$

$$x(2x-4)$$

$$2x(-2x+2x^2-4)$$

DERIVACIJA I STACIONARNE TOČKE

Maria Bester

$$f'(x) = \frac{(x+4)' \cdot (x^2-x-2) - (x+4) \cdot (x^2-x-2)'}{(x^2-x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2-x-2 - (x+4) \cdot (2x-1)}{(x^2-x-2)^2} \rightarrow \begin{array}{c} -0.44 \\ \hline -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

$$f'(x) = \frac{x^2-x-2 - (2x^3-x+8x-4)}{(x^2-x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2-x-2 - 2x^3 + x - 8x + 4}{(x^2-x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-2x^3 + x^2 - 8x + 2}{(x^2-x-2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \quad -2x^3 + x^2 - 8x + 2 = 0$$

$$-2x^3 + x^2 - 8x = -2 \quad | +1$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$2x^3 - x^2 + 8x = 2$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{4}$$

$$x(2x^2 - x + 8) = 2$$

$$x_2 = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$x_1 = 0$$

$$2x^2 - x + 8 = 2$$

$$2x^2 - x + 8 - 2 = 0$$

$$y_2 = -1.94$$

$$y_1 = -2$$

$$2x^2 - x + 6 = 0$$

$$a = 2$$

$$b = -1$$

$$c = 6$$

| | | | | | |
|----|----|----|---|---|---|
| | -2 | -1 | 0 | 2 | |
| f' | + | + | - | - | + |
| f | ↗ | ↘ | ↘ | ↗ | ↗ |
| | | M | m | M | |

$$(4) f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$$

$$Df \dots x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$$

1. DOMENA

$$N \neq 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1$$

$$b = -1$$

$$c = -2$$



$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$x_1 = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{1-3}{2} = -1$$

2. N.T

$$x+4=0 \quad \text{N.T } (-4, 0)$$

$$x = -4$$

GRAF ?

3. ASIMPTOTE

V.A

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x+4}{x^2-x-2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+4}{x^2-x-2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+4}{x^2-x-2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+4}{x^2-x-2} = -\infty$$

$$\frac{x = -1}{x = 2}$$

4. PARNOST / NEPARNOST

$$f(-x) = \frac{-x+4}{(-x)^2+x-2} = \frac{-x+4}{x^2+x-2}$$

funkcija je neparna

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

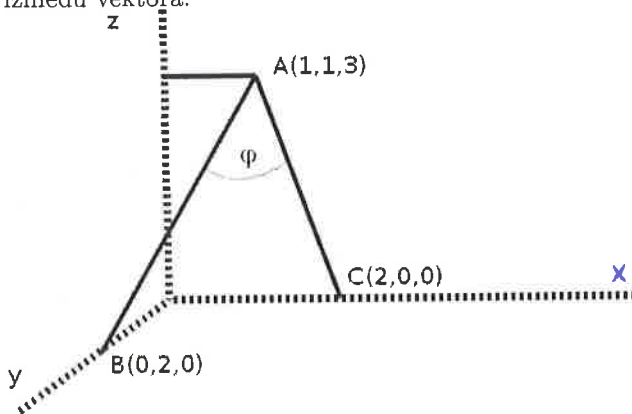
POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: *IVAN ŠMREINIĆ*

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): *17-2-0363-2074*

- | | |
|---|---------------|
| 1. Pronaći tangentu na graf funkcije $f(x) = \ln(\cos x)$ u točki $T(0,0)$. | 15 |
| 2. Odrediti domenu funkcije $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$. | 15 |
| 3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ i skicirati graf. | 20 graf |
| 4. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$ i skicirati graf. | 20 graf |
| 5. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = (\ln x)^2$. Komentirati (ne)omeđenost. | 6+6+3 |
| 6. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora. | 15 |



Ukupno:

~~15~~

2. $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$
 $a \geq 0$
 $x^2 - 4 \geq 0$
 $x^2 = 4$
 $x = 2$

$-1 \leq x^2 - 4 \leq 1$
 $3 \leq x^2 \leq 5$
 $D(f) = \{3, 5\}$ ✗

odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

B1

IME I PREZIME: Ante Papić

VRIJEME POČETKA:

MATIČNI BROJ STUDENTA (IZNAD SLIKE U INDEKSU): 17-2-0211-2012

1. Pronaći tangentu na graf funkcije $f(x) = \ln(\cos x)$ u točki $T(0, 0)$.

15

2. Odrediti domenu funkcije $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$.

15

3. Odrediti tok funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ i skicirati graf.

20 graf

4. Odrediti tok funkcije $f(x) = \frac{x+4}{x^2-x-2}$ i skicirati graf.

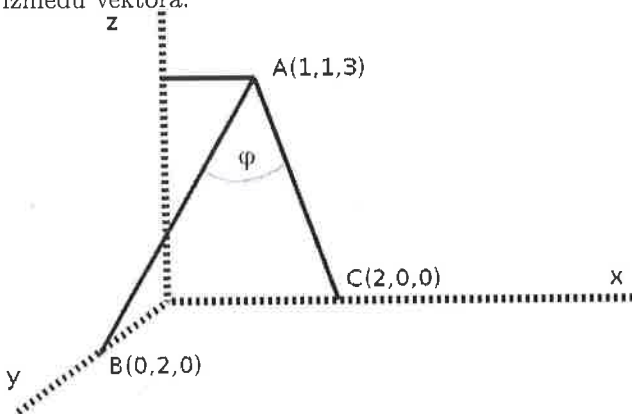
20 graf

5. Navesti posebno lokalne, a posebno globalne ekstreme funkcije $f(x) = (\ln x)^2$. Komentirati (ne)omeđenost.

6+6+3

6. Zadana je konfiguracija nosača kao na slici ispod. Potrebno je odrediti kut φ korištenjem formule za kut između vektora.

15



Ukupno:

2) $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$

$x^2 - 4 > 0$

$4x^2 > -4$

$x < 2$

$x^2 + 4 > 0$
 $x^2 < -4$
NEMA REALNIH
RJEŠENJA

$(x^2 - 4)^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$
 $x^2 + 4 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ } $-2 \frac{(x+4)}{(x-4)^2} < 0$

ZAKRIVLJENOST:

$h(x) = \ln(x^2 - 4)$

$h'(x) = \frac{1}{x^2 - 4} \cdot (-2x) = \frac{-2x}{x^2 - 4}$

$h''(x) = \frac{2(x^2 - 4) - 2x \cdot (2x)}{(x^2 - 4)^2} = \frac{2x - 8 - 4x^2}{(x^2 - 4)^2} = \frac{-2(x^2 + 4)}{(x^2 - 4)^2} < 0$

~~MAXIMALNA~~

FUNKCIJA $h(x) = \arccos \ln(x^2 - 4)$ JE UBIJENA NA LIJEVIM STRANAMA.

DOMENA?

1) $f(x) = \ln(\cos x)$ $T(0, 0)$

$f'(x) = \frac{1}{-\sin x}$

$x_0 = 0$

$y_0 = 0$

