MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: MAURO MIŠLOV **BROJ INDEKSA:** 17-2-0170-2012,

Kod kojeg nastavnika želite ustmeni?

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint_{\partial K} \mathrm{d}S$? 20

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. 20

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0, 2)$. Izračunati $\int_{\partial K} (1 - 3x)\,\mathrm{d}x$. 20

5. Provjeri da li je $g(x, y, z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? 20

Ukupno: 0

MOBITEL

1. $y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1$

$$s^3 y(s) - s^2 y(0) - s y'(0) - y''(0) + s^2 y(s) - s y(0) - y(0) = \frac{1}{s^2+1}$$

$$s^3 y(s) - s^2 - 1 + s^2 y(s) - s = \frac{1}{s^2+1}$$

$$y(s)(s^3 + s^2) = \frac{1}{s^2+1} + s^2 + 1$$

$$y(s)(s^3 + s^2) = \frac{s^4 + 2s^2 + 2}{s^2 + 1}$$

$$y(s) = \frac{s^4 + 2s^2 + 2}{s^2(s+1)(s^2+1)} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{s+1} + \frac{Ds + E}{s^2+1}$$

$$s^4 + 2s^2 + 2 = A(s^3 + s^2 + s + 1) + B(s^4 + s^3 + s^2 + s) + C(s^4 + s^2) + (Ds + E)(s^3 + s)$$

$$s^4 + 2s^2 + 2 = As^3 + As^2 + As + A + Bs^4 + Bs^3 + Bs^2 + Bs + Cs^4 + Cs^2 + Ds^4 + Es^3 + Es$$

VJEŽBANIK PRONAŠAO SKRIVEN UPALJEN MOBITEL STUDENT UHVAĆEN.

2. $\pi = 4 \qquad z = -\sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$

$$\iint_S ds$$

$$\iint_S \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} = \iint \sqrt{1 + \frac{x^2}{4 - x^2 - y^2} + \frac{y^2}{4 - x^2 - y^2}}\, ds =$$

$$= \iint_S \sqrt{\frac{4}{4 - x^2 - y^2}}\, ds = \int_0^{2\pi} dy \int_0^4 r\, dr \left(\sqrt{\frac{4}{4 - r^2}}\right)$$

$$\begin{vmatrix} x = r\cos y \\ y = r \sin y \\ dx\, dy = ds = r\, dr\, dy \end{vmatrix}$$

$$\iint_S ds = 2 \int_0^{2\pi} dy \int_0^4 \frac{r}{\sqrt{4 - r^2}}\, dr = \begin{vmatrix} 4 - r^2 = t & \begin{array}{c|c} r & t \\ \hline 4 & -12 \\ 0 & 4 \end{array} \\ -2r\, dr = dt \end{vmatrix}$$

$$= -\int_0^{2\pi} dy \int_4^{-12} \frac{dt}{\sqrt{t}} = -2\pi \cdot \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \Bigg|_4^{-12} = -4\pi \cdot t^{\frac{1}{2}} \Big|_4^{-12} \approx 69$$

---

5. $g(x, y, z) = (x + y,\ y - x,\ 1) \qquad g_1 = x + y$

$g_2 = y - x$

$g_3 = 1$

$$\text{rot}(g) = \left(\frac{\partial g^3}{\partial y} - \frac{\partial g^2}{\partial z}\right.$$