MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK
IME I PREZIME: **BROJ INDEKSA:**	Broj ↓ bodova
Kod kojeg nastavnika želite ustmeni?	

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint_S \mathrm{d}S$? 20

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. 20

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0,2)$. Izračunati $\int_{\partial K} (1 - 3x)\,\mathrm{d}x$. 20

5. Provjeri da li je $g(x,y,z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? 20

Ukupno:

1) VIDI BULIĆ

2) $r(x,y) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \sqrt{16-x^2-y^2} \end{pmatrix}$ $\quad \partial_x r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{-x}{\sqrt{16-x^2-y^2}} \end{pmatrix}$ $\quad \partial_y r = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{-y}{\sqrt{16-x^2-y^2}} \end{pmatrix}$

$$\vec{n}(x,y) = \partial_x r \times \partial_y r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{-x}{\sqrt{16-x^2-y^2}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{-y}{\sqrt{16-x^2-y^2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x}{\sqrt{16-x^2-y^2}} \\ \frac{y}{\sqrt{16-x^2-y^2}} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\|\vec{n}(x,y)\| = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{16-x^2-y^2} + 1}$$

$$\iint_S dS = \iint_{x^2+y^2 \le 4^2} \|\vec{n}(x,y)\|\,dx\,dy = \iint_{x^2+y^2\le 16} \sqrt{1 + \frac{x^2+y^2}{16-x^2-y^2}} =$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^4 \underbrace{\sqrt{1+\frac{r^2}{16-r^2}}}_{=\sqrt{\frac{16-r^2+r^2}{16-r^2}}} \cdot r \; dr\,d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^4 \frac{r \cdot 4}{\sqrt{16-r^2}}\,dr =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} t = 16 - r^2 \\ dt = -2r\,dr \\ r\,dr = -\frac{1}{2}dt \end{array} \right\} = \int_{16}^{0} 2\pi \int 4 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) \frac{dt}{\sqrt{t}} = 4\pi \int_0^{16} \frac{dt}{\sqrt{t}} = 4\pi \cdot \Big[2\sqrt{t}\Big]_0^{16} = 32\pi$$

3) VIDI BULIĆ

4) VIDI IVANAC

5) U POTENCIJALNOM POLJU LAKO SE RIJEŠAVA KRIVULJNI INTEGRAL VEKTORSKE F-JE.

OVDJE $g = \begin{pmatrix} x+y \\ y-x \\ 1 \end{pmatrix}$

POKUŠAJ: $\operatorname{grad} f = -g = \begin{pmatrix} -x-y \\ x-y \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_x f \\ \partial_y f \\ \partial_z f \end{pmatrix}$

$\partial_x f = -x-y \Rightarrow f = -\frac{x^2}{2} - yx + C(y,z)$,

$\partial_y f: \quad -x + \partial_y C(y,z) = x - y \Rightarrow \partial_y \underbrace{C(y,z)}_{\text{C MORA BITI F-JA SAMO S VARIJABLAMA } y \text{ I } z} = \underbrace{2x + y}_{\text{OVDJE SE JAVLJA VARIJABLA X}}$ ↯

DAKLE g NIJE POTENCIJALNO POLJE.

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano. IME I PREZIME: MLADEN BULIĆ BROJ INDEKSA: 17-1-0018-2010 Kod kojeg nastavnika želite ustmeni?	POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint_{S} \mathrm{d}S$? ~~20~~

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. 20

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0, 2)$. Izračunati $\int_{\partial K} (1 - 3x)\,\mathrm{d}x$. ~~20~~

5. Provjeri da li je $g(x, y, z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? ~~20~~

Ukupno: 40

MLADEN BULIĆ

③ $y=z^2, y=4, x=0, z=x-8$

$y\in[4,z^2]$ $\qquad z=x-8$

$x\in[0,z+8]$ $\qquad -x=-8-z$

$z\in[-2,2]$ $\qquad x=z+8$

$$\int_{-2}^{2}\int_{z^2}^{4}\int_{0}^{z+8} 1\,dx\,dy\,dz=\int_{-2}^{2}\int_{z^2}^{4}[x]_0^{z+8}=\int_{-2}^{2}\int_{z^2}^{4} z+8\,dy\,dz=\int_{-2}^{2}[zy+8y]_{z^2}^{4}=\int_{-2}^{2}4z+32-z^3-8z^2\,dz$$

$$=4\frac{z^2}{2}+32z-\frac{z^4}{4}-8\frac{z^3}{3}\Big/_{-2}^{2}=\frac{256}{3}=85.333$$

⑤ $g(x,y,z)=(x+y,y-x,1)$

$g(x,y,z)=-\text{grad}\, f(x,y,z)$

$f(x)=x+y=-\text{grad}(fx)=-\frac{x^2}{2}-yx+c(y)$

$f(y)=y-x=-\text{grad}(fy)=y-x+c'(y)\Rightarrow c(y)=-\frac{y^2}{2}$

$f(z)=1=-\text{grad}(fz)=-1+c'(z)\Rightarrow c(z)=z$

$f(x,y,z)=-\frac{x^2}{2}-yx-\frac{y^2}{2}$

KOD VAS $g\neq-\text{grad} f$
PROVJERITE.

- U potencijalnom polju se lagano rješava integral u vektorskom polju.

KOJI?

2. $r=4$, $z=\sqrt{4^2-x^2-y^2}$, $\iint dS = ?$

$z=\sqrt{4^2-x^2-y^2} \quad /^2$

$z^2=4^2-x^2-y^2$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{4} dS$$

$z^2+x^2+y^2=4^2$

$R^2=4^2$

$R=4$

4. $r=3$, $T(0,2)$; $\oint_{\partial k}(1-3x)dx$

$W=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1-3x \end{bmatrix}$; teorem o divergenciji

$\iiint \operatorname{div} W = 0$

(1.) MLADEN BULIĆ

$$y'''(t)+y''(t)=\sin t \quad i \quad y(0)=1,\ y'(0)=0,\ y''(0)=1$$

$$s^3Y(s)-s^2\underbrace{y(0)}_{=1}-s\underbrace{y'(0)}_{=0}-\underbrace{y''(0)}_{=1}+s^2Y(s)-s\underbrace{y(0)}_{=1}-\underbrace{y'(0)}_{=0}=\frac{1}{s^2+1}$$

$$s^3Y(s)-s^2-1+s^2Y(s)-s=\frac{1}{s^2+1}$$

$$Y(s)=\frac{s^2+s+1}{s^3+s^2}+\frac{1}{s^2+1}$$

$$Y(s)=\frac{s^2+s+1}{s^2(s+1)}+\frac{1}{s^2(s+1)(s^2+1)}$$

$$Y(s)=\frac{2}{s^2}-\frac{1}{s}+\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{s+1}+\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}s}{1+s^2}$$

$$Y(t)=2t-1+\frac{3}{2}e^{-t}+\frac{1}{2}(\cos t-\sin t)$$

PROVJERA:

$y(0)=-1+\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=1$ ✓

$y'(0)=2-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=0$ ✓

$y''(0)=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$ ✓

$$y'(t)=2-\frac{3}{2}e^{-t}-\frac{1}{2}\sin t-\frac{1}{2}\cos t$$

$$y''(t)=\frac{3}{2}e^{-t}-\frac{1}{2}\cos t+\frac{1}{2}\sin t$$

$$y'''(t)=-\frac{3}{2}e^{-t}+\frac{1}{2}\sin t+\frac{1}{2}\cos t$$

$$y'''(t)+y''(t)=\left(-\frac{3}{2}e^{-t}+\frac{1}{2}\sin t+\cancel{\frac{1}{2}\cos t}\right)+\left(\frac{3}{2}e^{-t}-\cancel{\frac{1}{2}\cos t}+\frac{1}{2}\sin t\right)$$

$$=\sin t$$ ✓

20

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova
IME I PREZIME: MARIO IVANAC BROJ INDEKSA: 17-1-0096-2011	
Kod kojeg nastavnika želite ustmeni? NIKICA UGLEŠIĆ	

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint_{S} dS$? 20

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. 20

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0, 2)$. Izračunati $\int_{\partial K} (1 - 3x)\,dx$. 20

5. Provjeri da li je $g(x, y, z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? 20

Ukupno: 20

4) $r=3 \quad T(0,2)$

$$\int_{\partial K} (1-3x)\,dx$$

$P(x,y) = (1-3x)\,dx$

$Q(x,y) = 0\,dy$

$$\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial P(x,y)}{\partial y} = -\frac{\partial(1-3x)}{\partial y} = 0$$

$x = r\cos\varphi + 0$

$y = r\sin\varphi + 3$

$r \in [0,3]$

$\varphi \in [0, 2\pi]$

$dx\,dy = r\,dr\,d\varphi$

$$\int_{\partial K} (1-3x)\,dx = \int_0^{2\pi}\int_0^3 0\, r\,dr\,d\varphi = 0$$

2) $r=4 \quad T(0,0) \quad z=\sqrt{4^2-x^2-y^2}$

$$\iint\limits_{SK} ds$$

$$z=\sqrt{4^2-x^2-y^2} \quad /^2$$

$$z^2=4^2-x^2-y^2$$

$$z^2+x^2+y^2=16$$

$$x^2+y+z^2=16$$

$$r^2+z^2=16$$

$$z^2=16-r^2$$

$$z=\pm\sqrt{16-r^2}$$

$z\in\left[-\sqrt{16-r^2}, \sqrt{16-r^2}\right]$

$r\in[0,4]$

$\varphi\in[0,2\pi]$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{4}\int_{-\sqrt{16-r^2}}^{\sqrt{16-r^2}} r \, dz \, dr \, d\varphi$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova
IME I PREZIME: MATE MITROVIĆ BROJ INDEKSA:	
Kod kojeg nastavnika želite ustmeni? prof. dr. MIKICA UGLEŠIĆ	

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint\limits_{S} dS$? 20

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. 20

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0, 2)$. Izračunati $\int\limits_{\partial K} (1 - 3x)\,dx$. 20

5. Provjeri da li je $g(x, y, z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? 20

Ukupno: 20

(1) $s^3Y(s) - s^2y(0) - sy'(0) - y''(0) + s^2Y(s) - sy(0) - y'(0) = \frac{1}{s^2+1}$

$Y(s)\left[s^3+s^2\right] = \frac{1}{s^2+1} + 1$

$Y(s) = \dfrac{\frac{1+s^2+1}{s^2+1}}{\frac{s^3+s^2}{1}} = \frac{s^2+2}{s^3+s^2(s^2+1)} = \frac{s^2+2}{s^2(s+1)(s^2+1)}$

$Y(s) = \frac{s^2+2}{s^2(s+1)(s^2+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s+1} + \frac{Ds+E}{s^2+1}$

$= \frac{As^4 + As^2 + As^3 + As + Bs^3 + Bs + Bs^2 + B + Cs^4 + Cs^2 + Ds^4 + Ds^3 + Es^3 + Es^2}{s^2(s+1)(s^2+1)}$

$A+C+D=0 \Rightarrow C=-D$
$A+B+D+E=0 \Rightarrow D=-E \Rightarrow D=-\frac{1}{2}$
$A+B+C+E=1 \Rightarrow C=1-E \Rightarrow C=\frac{1}{2}$
$A+B=0 \Rightarrow A=0$
$B=0 \Rightarrow B=0$

$C=-D$
$C=1-E$
$0=D+1-E$
$D=-E$
$-E+1-E=0$
$-2E=-1$
$E=\frac{1}{2}$

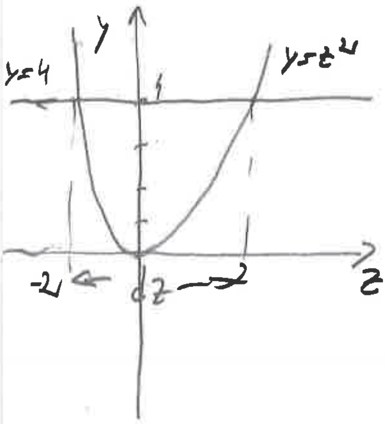
$Y(s) = \frac{1}{2s^2} - \frac{1}{2(s^2+1)} + \frac{1}{2(s^2+1)}$

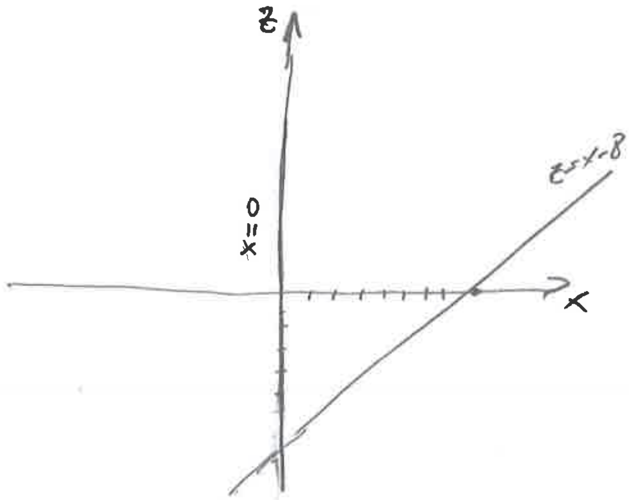
$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = \frac{1}{2}\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right] - \frac{1}{2}\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2+1}\right] + \frac{1}{2}\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2+1}\right]$

$= \frac{1}{2}t - \frac{1}{2}\sin t + \frac{1}{2}\sin t$

(3) $y=z^2, y=4, x=0, z=x-8 \Rightarrow x=z+8$

z	0	-8
x	8	0



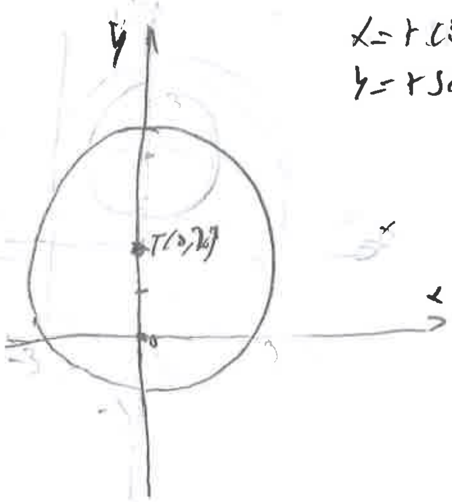


$$V=\iiint 1\,dx\,dy\,dz = \int_{-2}^{2}\int_{z^2}^{4}\int_{0}^{z+8} 1\,dx\,dy\,dz = \int_{-2}^{2}\int_{z^2}^{4}[x]_0^{z+8}\,dy\,dz$$

$$=\int_{-2}^{2}\int_{z^2}^{4} z+8\,dy\,dz = \int_{-2}^{2}[zy+8y]_{z^2}^{4}\,dz = \int_{-2}^{2} 4z+32+z^3-8z^2\,dz$$

$$=\left[4\frac{z^2}{2}+32z-\frac{z^4}{4}-8\frac{z^3}{3}\right]_{-2}^{2} = \left[8+64-4-\frac{64}{3}-8+64+4-\frac{64}{3}\right] = 85{,}33$$ ✓

(4) $r=3 \quad T(0,2) \quad \int(1-3x)dx$



$x = r\cos\varphi$
$y = r\sin\varphi + 2$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{3}(1-3r\cos\varphi)\cdot r\,dr\,d\varphi$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{3} 1r-3r^2\cos\varphi\,dr\,d\varphi$$

$$=\int_0^{3} r\,dr - 3\int_0^{3} r^2\,dr\int_0^{2\pi}\cos\varphi\,d\varphi$$

$$=\left[\frac{r^2}{2}\right]_0^3 - 3\left[\frac{r^3}{3}\right]_0^3\left[\sin\varphi\right]_0^{2\pi}$$

$$=\frac{9}{2}-27\cdot\sin(2\pi)=\frac{9}{2}$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK
IME I PREZIME: Anđela Ukoda BROJ INDEKSA: 17-2-0106-2011	Broj ↓ bodova
Kod kojeg nastavnika želite ustmeni? UGLEŠIĆ	

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: ~~20~~

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint_{S} dS$? ~~20~~

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. 20

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0, 2)$. Izračunati $\int_{\partial K} (1 - 3x)\, dx$. 20

5. Provjeri da li je $g(x, y, z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? ~~20~~ 5

Ukupno: 5

(1.) $y'''(t) + y''(t) = \sin t \;/\mathcal{L}$

$y(0)=1$

$y'(0)=0$

$y''(0)=1$

$$s^3F(s) - s^2y(0) - sy'(0) - y''(0) + s^2F(s) - sy(0) - y'(0) - \frac{s}{s^2+1}$$

$$s^3F(s) - s^2 - 1 + s^2F(s) - s = \frac{s}{s^2+1}$$

$$F(s)(s^3 - s^2) = \frac{s}{s^2+1} + s^2 + s + 1$$

$$F(s)\cdot s^2(s-1) = \frac{s + (s^2+1)(s^2+s+1)}{s^2+1}$$

$$F(s) = \frac{s + s^4 + s^3 + s^2 + s^2 + s + 1}{s^2(s-1)(s^2+1)}$$

$$F(s) = \frac{s^4 + s^3 + 2s^2 + 2s + 1}{s^2(s-1)(s^2+1)}$$

rastav na P.R.:

$$\frac{s^4 + s^3 + 2s^2 + 2s + 1}{s^2(s-1)(s^2+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s-1} + \frac{Ds+E}{s^2+1}$$

$$s^4 + s^3 + 2s^2 + 2s + 1 = A(s-1)(s^2+1)s + B(s-1)(s^2+1) + C(s^2+1)s^2 + (Ds+E)\cdot s^2(s-1)$$

$$s^4 + s^3 + 2s^2 + 2s + 1 = A(s^4 + s^2 - s^3 - s) + B(s^3 + s - s^2 - 1) + C(s^4 + s^2) + (Ds+E)\cdot(s^3 - s^2)$$

→

$s^4+s^3+2s^2+2s+1 = A(s^4+s^2-s^3-s)+B(s^3+s-s^2-1)+C(s^4+s^2)+$
$Ds^4-Ds^3+Es^3-Es^2$

$s^4+s^3+2s^2+2s+1 = s^4(A+C+D)+s^3(-A+B-D+E)+s^2(A-B+C-E)+s(-A+B)-B$

$A+C+D=1 \Rightarrow -3+C+D=1 \Rightarrow C+D=4$

$-A+B-D+E=1 \Rightarrow 3-1-D+E=1 \Rightarrow E-D=-1$

$\Rightarrow C+E=3 \Rightarrow C=3-E$

$A-B+C-E=2 \Rightarrow -3+1+C-E=2 \Rightarrow -2+3-E-E=2$

$\boxed{C=3+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}}$

$-A+B=2 \Rightarrow -A=3$ $\boxed{A=3}$

$-2E=1$ $\boxed{E=-\frac{1}{2}}$

$-B=1$ $\boxed{B=-1}$

$D=4-C$

$\boxed{D=4-\frac{7}{2}=\frac{1}{2}}$

Dakle

$$F(s)=-\frac{3}{s}-\frac{1}{s^2}+\frac{7}{2}\frac{1}{s-1}+\frac{1}{2}\frac{s}{s^2+1}-\frac{1}{2}\frac{1}{s^2+1} \quad / \mathcal{Z}^{-1}$$

$$\boxed{y(t)=-3-t+\frac{7}{2}e^t+\frac{1}{2}\cos(t)-\frac{1}{2}\sin(t)}$$

PROVJERA:

$y(0)=-3+\frac{7}{2}+\frac{1}{2}=1$ ✓

$y'(t)=-1+\frac{7}{2}e^t-\frac{1}{2}\sin t-\frac{1}{2}\cos t$

$y'(0)=-1+\frac{7}{2}-\frac{1}{2}=2$ ✗

4. $r=3$ $T(0,2)$

$$\int_{\partial K}(1-3x)\,dx=?$$

$P(x,y)=-3x$

$Q(x,y)=1$

$$\frac{\partial P}{\partial x}-\frac{\partial Q}{\partial y}=\frac{\partial(-3x)}{\partial x}-\frac{\partial(1)}{\partial y}=-3-0=-3$$

$r\in[0,3]$

$\varphi\in[0,2\pi]$

$x=r\cos\varphi$

$y=r\sin\varphi+2$

$dx\,dy=r\,dr\,d\varphi$

$$=-\int_0^{2\pi}\int_0^3 -3r\,dr\,d\varphi=+3\int_0^{2\pi}\int_0^3 r\,dr\,d\varphi$$

$$=+3\int_0^{2\pi}\frac{r^2}{2}\Big|_0^3 d\varphi$$

$$=+3\int_0^{2\pi}\frac{9}{2}\,d\varphi$$

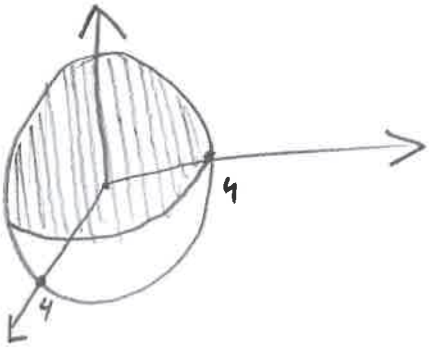
$$=+\frac{27}{2}\varphi\Big|_0^{2\pi}$$

$$=\frac{27}{2}\cdot 2\pi=27\pi$$

(2.) $r=4 \quad r\in[0,4]$

$z = \sqrt{4^2-x^2-y^2}$

$\iint\limits_S ds = ?$



S je gornja polusfera

Koristimo cilindrične koordinate

$x = r\cos\varphi \qquad \varphi\in[0,2\pi]$

$y = r\sin\varphi$

$z = z \qquad z\in[0,\sqrt{4^2-r^2}]$

$z = \sqrt{4^2-(r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi)}$

$z = \sqrt{4^2-r^2}$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^4\int_0^{\sqrt{4^2-r^2}} r\, dz\, dr\, d\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^4 r \cdot 1\Big|_0^{\sqrt{4^2-r^2}} dr\, d\varphi$$

$t = 4^2-r^2 \quad 4\mapsto 0$

$dt = -2r\,dr \quad 0\mapsto 4$

$dr = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{r}\,dt$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^4 r\cdot\sqrt{4^2-r^2}\, dr\, d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_4^0 -\frac{1}{2}\sqrt{t}\, dt\, d\varphi$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^4 t^{\frac{1}{2}}\, dt\, d\varphi$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Big|_0^4 d\varphi = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} t^{\frac{3}{2}}\Big|_0^4 d\varphi$$

$$= \frac{1}{3}\int_0^{2\pi} 2^3\, d\varphi = \frac{8}{3}\int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{8}{3}\, 1\Big|_0^{2\pi}$$

$$= \frac{8}{3}\cdot 2\pi = \boxed{\frac{16\pi}{3}}$$

Andela Ukoda 12.02.2015 BROJ INDEKSA: 17-2-0106-2011

MATEMATIKA III

5.) $g(x,y,z)=(x+y,\ y-x,\ 1)$

Vektorsko polje g je potencijalno ako postoji skalarno polje f tako da vrijedi $\vec{g}=-\text{grad}\,f$. Naďimo f

$$\vec{g}=-\text{grad}\,f=-\left(\frac{\partial f}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial f}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}\right)$$

$$(\overbrace{x+y}^{\partial x},\ \overbrace{y-x}^{\partial y},\ \overbrace{1}^{\partial z})=-\left(\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y},\frac{\partial f}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=x+y\ /\int dx$$

$$f(x,y,z)=\int_{x_0}^{x}x+y\,dx=\int_{x_0}^{x}x\,dx+y\int_{x_0}^{x}dx=\frac{x^2}{2}\Big|_{x_0}^{x}+y(x-x_0)=\frac{x^2}{2}-\frac{x_0^2}{2}+y(x-x_0)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=y-x\ /\int_{y_0}^{y}dy$$

$$f(x,y,z)=\int_{y_0}^{y}y\,dy-x\int_{y_0}^{y}dy=\frac{y^2}{2}\Big|_{y_0}^{y}-x(y-y_0)=\frac{y^2}{2}-\frac{y_0^2}{2}-x(y-y_0)$$

$$\frac{\partial f}{\partial z}=1\ /\int_{z_0}^{z}$$

$$(x,y,z)=\int_{z_0}^{z}dz$$

$$f(x,y,z)=1\Big|_{z_0}^{z}=(z-z_0)$$

$$f(x,y,z)=\frac{x^2}{2}-\frac{x_0^2}{2}+\cancel{yx}-yx_0+\frac{y^2}{2}-\frac{y_0^2}{2}-xy+xy_0+z-z_0$$

$$f(x,y,z)=\frac{x^2+y^2}{2}+xy_0-yx_0+z-\frac{x_0^2+y_0^2}{2}-z_0+K$$

PROVJERA POKAZUJE

U potencijalnom polju krivuljni integral 2. vrste (rad sila na putu po krivulji) je lako riješava. Naime on ne ovisi o putu već samo o krajnjim točkama.

5

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: ROMANO FUZUL BROJ INDEKSA: 0269060225

Kod kojeg nastavnika želite ustmeni?

POPUNJAVA NASTAVNIK

Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint_{S} \mathrm{d}S$? 20

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. 20

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0, 2)$. Izračunati $\int_{\partial K} (1 - 3x)\,\mathrm{d}x$. 20

5. Provjeri da li je $g(x, y, z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? 20

Ukupno: $\varnothing$

$A(s(s-1)(s^2+1)$

$(s^2 - s)(s^2+1)$

$s^4 + s^2 - s^3 - \cancel{s} - s$

$(s-1)(s^2+1)$

$s^3 + s + s^2 - 1$

$(Ds+F)(s^3 - s^2)$

$Ds^4 + Ds^2$

ROMANO RUZUL

1.) $y'''(t) + y''(t) = \sin(t) \quad ; \quad y(0)=1 \ , \ y'(0)=0 \ , \ y''(0)=1$

$$s^3 Y(s) - s^2 \underset{1}{y(0)} - s \underset{0}{y'(0)} - \underset{1}{y''(0)} + s^2 Y(s) - s \underset{1}{y(0)} - \underset{0}{y'(0)} = \frac{1}{s^2+1^2}$$

$$s^3 Y(s) - s^2 - 1 + s^2 Y(s) - s = \frac{1}{s^2+1}$$

$$\cancel{s^3 Y(s) - s^2 Y(s) = \frac{s^2+s+1}{s^2+1}}$$

$$\cancel{Y(s)\left(s^3 - s^2\right) =}$$

$$(s^3 - s^2) = s^2(s-1)$$

$$Y(s)\left(s^3 - s^2\right) = \frac{1}{s^2+1} + s^2 + s + 1$$

$$Y(s)\left(s^3 - s^2\right) = \frac{1 + s^4 + s^3 + s^2 + s^2 + s + 1}{s^2+1}$$

$$Y(s)\left(s^3 - s^2\right) = \frac{s^4 + s^3 + 2s^2 + s + 2}{s^2+1} \quad / \cdot \frac{1}{s^3 - s^2}$$

$s^2 = 0$
$s_1 = 0$

$s_2 = 1$
$s_3^2 = -1$
$\cancel{s_3 = \sqrt{-1}}$

$$Y(s) = \frac{s^4 + s^3 + 2s^2 + s + 2}{(s^2+1)(s^3 - s^2)} = \frac{s^4 + s^3 + 2s^2 + s + 2}{s^2(s-1)(s^2+1)}$$

$$\frac{s^4 + s^3 + 2s^2 + s + 2}{s^2(s-1)(s^2+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s-1} + \frac{Ds+F}{s^2+1} \quad / \cdot s^2(s-1)(s^2+1)$$

$$s^4 + s^3 + 2s^2 + s + 2 = A\left(s(s-1)(s^2+1)\right) + B\left((s-1)(s^2+1)\right) + C\left(s^2(s^2+1)\right) + (Ds+F)\left(s^2(s-1)\right)$$

$$s^4 + s^3 + 2s^2 + s + 2 = A(s^4 - s^3 + s^2 - s) + B(s^3 - s^2 + s - 1) + C(s^4 + s^2) + Ds(s^3 - s^2) + F(s^3 - s^2)$$

$$s^4 + s^3 + 2s^2 + s + 2 = As^4 - As^3 + As^2 - As + Bs^3 - Bs^2 + Bs - B + Cs^4 + Cs^2 + Ds^4 - Ds^3 + Fs^3 - Fs^2$$

Za $S=0 \Rightarrow \quad 2=-B \Rightarrow \boxed{B=-2}$

ROMANO FUZUL

$1=A+C+D$

$1=-2A+B-D+F$

$2=A-B+C-F$

~~$-2A+B-D+F=1$~~

~~$A-B$~~

$1=-A+B \Rightarrow \quad 1=-2-A$

$1+2=-A$

$3=-A \;/\cdot(-1)$

$\boxed{A=-3}$

$1=-3+2+D$

$1=-1+D$

$1+1=D$

$\boxed{D=2}$

$-\frac{1}{2}$

$2=-3+2+2-F$

$2=1-F$

$2-1=-F$

$1=-F$

$\boxed{F=-1}$

$\frac{1}{2}$

Za $S=1 \Rightarrow 7=-A+2C$

$7=3+2C$

$7-3=2C$

$4=2C$

$\boxed{C=2}$

$$Y(s)=\frac{-3}{s}+\frac{-2}{s^2}+\frac{2}{s-1}+\frac{2s-1}{s^2+1}$$

$e^{-at} \quad a=-1$

e^{at}

$$=\frac{-3}{s}+\frac{-2}{s^2}+\frac{2}{s-1}+\frac{2s}{s^2+1}-\frac{1}{s^2+1}$$

$-2\cdot\frac{1}{s^2} \qquad \frac{1}{s-1}$

PROVJERA:

$$y(t)=-3-2t+2e^t+2\cos t-\sin t$$

$y'(0)=-3+2+2=1$

Provjera:

$y'(t)=-2+2e^t+2\sin t-\cos t$

$y'(0)=-2+2-1=-1 \quad X$

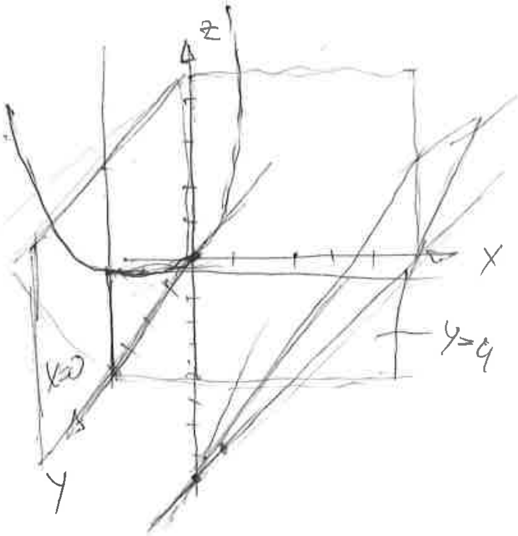
$y''(t)=2e^t-2\cos t+\sin(t)$

$y'''(t)=2e^t+2\sin t+\cos(t)$

$y'''(t)+y''(t)=2e^t+2\cancel{\sin t}+\cancel{\cos t}+2e^t-\cancel{\cos t}+\sin t$

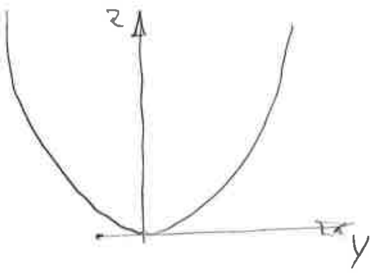
ROMANO FUZUL

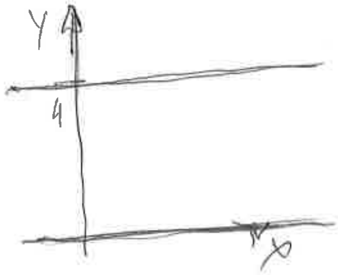
3.) $y = z^2 \quad y = 4 \quad x = 0 \quad z = x - 8$

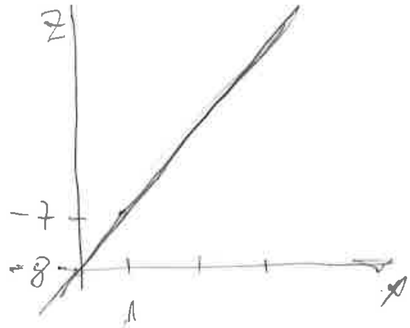


$z = x - 8$

x	0	1
z	-8	-7

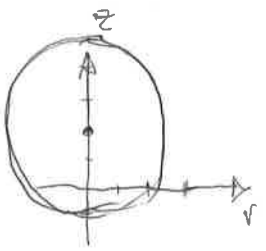






Integral se nemože
izračunati jer nije omeđen
granicama.

4.) $r = 3 \quad T(0,2) \quad \oint_{\partial K} (1-3x)\,dx$



$x^2 + y^2 = 3^2$

$r^2 = 9$

$r = 3$

$\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}$

$\frac{\cancel{1}-3x}{-3} - \frac{0}{\partial y}$

$(r\cos\varphi)^2 (r\sin\varphi + 2)^2 = z^2$

$r^2 + 4 = 3^2$

$r^2 \cancel{+4} = 9$

$r^2 = 5$

$r = \sqrt{5}$

$r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi + 4$

$r^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) + 4$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}} -3r\,dr\,d\varphi$$

$$J = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\sqrt{5}} -3r\,dr$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi = \left|\varphi\right|_0^{2\pi} = 2\pi$$

$$= -3\int_0^{2\pi} d\varphi \left|\frac{r^2}{2}\right|_0^{\sqrt{5}} = -3\int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \frac{\sqrt{5}^2}{2} = -3 \cdot \frac{5}{2}\int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$= -\frac{15}{2} \cdot 2\pi = -15\pi$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK
IME I PREZIME: JURE DUNDOVIĆ BROJ INDEKSA:	Broj ↓ bodova
Kod kojeg nastavnika želite ustmeni?	

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\, y'(0) = 0,\, y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint\limits_{S} \mathrm{d}S$? 20

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. 20

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0, 2)$. Izračunati $\int\limits_{\widehat{\partial K}} (1 - 3x)\, \mathrm{d}x$. 20

5. Provjeri da li je $g(x, y, z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? 20

Ukupno: $\emptyset$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: JASMIN MEKIĆ **BROJ INDEKSA:** 17-1-0058-2011

Kod kojeg nastavnika želite ustmeni?

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint\limits_{S} \mathrm{d}S$? 20

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. ~~20~~

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0, 2)$. Izračunati $\int\limits_{\partial K} (1 - 3x)\,\mathrm{d}x$. ~~20~~

5. Provjeri da li je $g(x, y, z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? ~~20~~

Ukupno: $\emptyset$

4.

$r=3$

$T(0,2)$

$$\oint_{\partial K} (1-3x)\,dx = \int_0^{2\pi}\int_{-3}^{3} 1-3r\cos\varphi \,dr\,d\varphi =$$

$x = r\cos\varphi$

$y = r\sin\varphi$

$z = r$

$$= \int_0^{2\pi} \left[r - \frac{3}{2}r^2\cos\varphi\right]_{-3}^{3} d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} (3+3) + \left(-\frac{27}{2}\cos\varphi \cancel{+\frac{27}{2}\cos\varphi}\right) d\varphi = \int_0^{2\pi} 6\,d\varphi = \underline{12\pi}$$

5.

$$g(x,y,z) = (x+y,\; y-x,\; 1)$$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x+y & y-x & 1 \end{vmatrix} = \hat{i}(0-0) - \hat{j}(0-0) + \hat{k}(-1-1) = -2\hat{k}$$

POLJE JE POTENCIJALNO, VEKTOR DJELUJE U SMJERU $-2\hat{k}$

LAGANO SE RJEŠAVA KRIVULJNI INTEGRAL. KOJI?

1.

$$s^3F(s) - s^2f(0) - sf'(0) - f''(0) + s^2F(s) - sf(0) - f'(0) = \frac{1}{s^2+1}$$

$$s^3F(s) - s^2\cdot 1 - s\cdot 0 - 1 + s^2F(s) - s\cdot 1 - 0 = \frac{1}{s^2+1}$$

$$s^3F(s) - s^2 + s^2F(s) - s = \frac{1}{s^2+1}$$

$$F(s)(s^3+s^2) = \frac{1}{s^2+1} + s^2 + s \Rightarrow F(s) = \frac{1}{(s^2+1)(s^3+s^2)} + \frac{s^2}{s^3+s^2} + \frac{s}{s^3+s}$$

DALJE ...?

JASMIN NEKIĆ

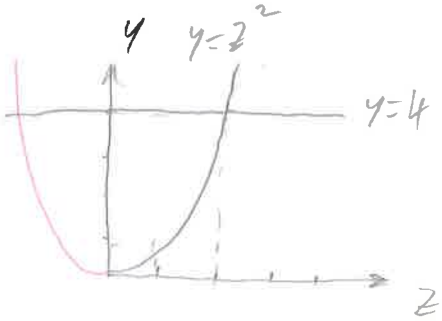
3.

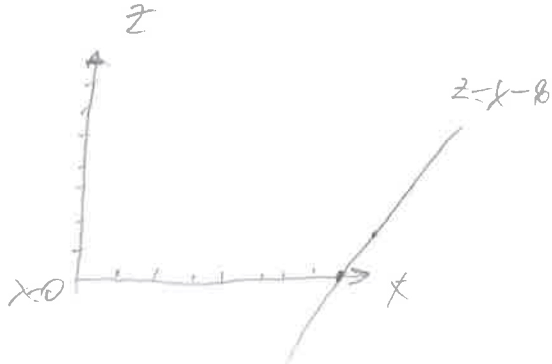
$y = z^2$

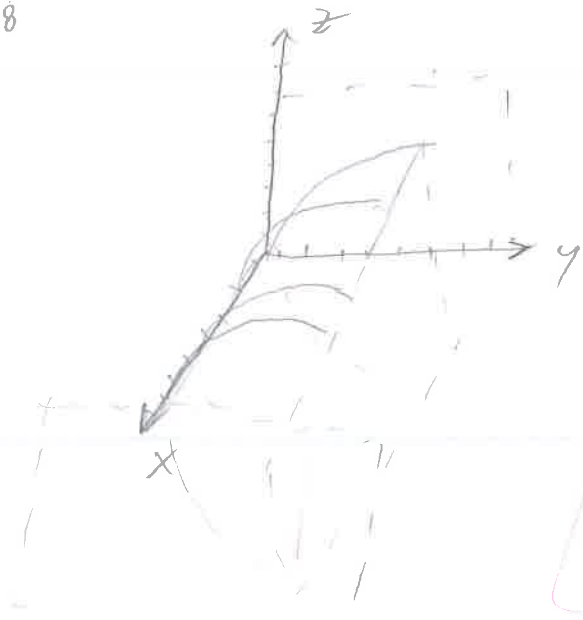
$y = 4$

$x = 0$

$z = x - 8$







$$\iiint_V dx\,dy\,dz =$$

$$\int_0^4 \int_0^{\sqrt{y}} \int_0^{z+8} dx\,dz\,dy =$$

$8 \cdot \frac{2\sqrt[3]{y^2}}{3}$ $\quad 8y^{\frac{1}{2}} = 8 \cdot \frac{y^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}$

$$= \int_0^4 \int_0^{\sqrt{y}} z + 8 \, dz\,dy = \int_0^4 \left[\frac{z^2}{2} + 8z\right]_0^{\sqrt{y}} dy = \int_0^4 \frac{y}{2} + 8\sqrt{y}\, dy = \left[\frac{y^3}{6} + \frac{16\sqrt[3]{y^2}}{3}\right]_0^4 =$$

$= 10{,}67 + 13{,}44 = \underline{24{,}11}$

2.

$r = 4$

$z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$

$z = \sqrt{16 - r^2}$

$x^2 + y^2 + z^2 = 16$

$$\int_0^{\pi} \int_0^{z^2 = 16 - r^2} z \, dz\, dr = \int_0^{\pi} \left[z^2\right]_0^{16-r^2} dr = \int_0^{\pi} 16 - r^2 \, dr =$$

$$= 16r - \frac{r^3}{3}\Big|_0^{\pi} = \underline{16\pi - \frac{\pi^3}{3}}$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano. **IME I PREZIME:** IVAN DONAT GRIVAN **BROJ INDEKSA:** 57648 - 2009 Kod kojeg nastavnika želite ustmeni?	POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint_{S} \mathrm{d}S$? 20

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. 20

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0, 2)$. Izračunati $\int_{\partial K} (1 - 3x)\,\mathrm{d}x$. 20

5. Provjeri da li je $g(x, y, z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? 20

Ukupno: 0

① $y'''(t) + y''(t) = \sin t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 1$

$$s^3 X(s) - s^2 y(0) - s y'(0) - y''(0) + s^2 X(s) - s y(0) - y'(0) = \frac{1}{s^2+1^2}$$

$$s^3 X(s) - s^2 \cdot 1 - s \cdot 0 - 1 + s^2 X(s) - s \cdot 1 - 0 = \frac{1}{s^2+1^2}$$

$$s^3 X(s) - s^2 - 1 + s^2 X(s) - s = \frac{1}{s^2+1^2}$$

$$X(s)(s^3 + s^2) - s^2 - s - 1 = \frac{1}{s^2+1^2}$$

$$X(s)(s^3+s^2) = \frac{1}{s^2+1^2} + s^2 + s + 1 \quad / \cdot s^2+1^2$$

$$X(s)(s^3+s^2) = 1 + s^4 + s^3 + 1 \quad / : (s^3+s^2)$$

$$X(s) = \frac{2 + s^4 + s^3}{s^3 + s^2} = \frac{2 + s^4 + s^3}{s^2(s+1)}$$

$$x(n) = \frac{n^4+n^3+2}{n^2(n+1)} = \frac{A}{n^2} + \frac{Bn+C}{n+1} \quad / \cdot n^2(n+1)$$

$$x(n) = A\cdot(n+1) + (Bn+C)\cdot n^2$$

$$\frac{n^4+n^3+2}{n^2(n+1)} = An + A + Bn^3 + Cn^2$$

P

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK
IME I PREZIME: AHTE PAVLOVIĆ BROJ INDEKSA: 54959/2007	Broj ↓ bodova
Kod kojeg nastavnika želite ustmeni?	

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint\limits_{S} \mathrm{d}S$? 20

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. 20

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0, 2)$. Izračunati $\int\limits_{\partial K} (1 - 3x)\,\mathrm{d}x$. 20

5. Provjeri da li je $g(x, y, z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? 20

Ukupno: ∅

1. $y'''(t) + y''(t) = \sin t, \; y(0) = 1, \; y'(0) = 0, \; y''(0) = 1$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK
IME I PREZIME: ANTONIO SEKULA BROJ INDEKSA: 17-2-0025-2010	Broj ↓ bodova
Kod kojeg nastavnika želite ustmeni?	

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint_{S} \mathrm{d}S$? 20

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. 20

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0, 2)$. Izračunati $\int_{\widehat{\partial K}} (1 - 3x)\,\mathrm{d}x$. 20

5. Provjeri da li je $g(x, y, z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? 20

Ukupno: $\varnothing$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: RINO KURTIN BROJ INDEKSA: 17-2-0112-2011

Kod kojeg nastavnika želite ustmeni? UGLEŠIĆ

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'''(t) + y''(t) = \sin t, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

2. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 4$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{4^2 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint_{S} \mathrm{d}S$? 20

3. Izračunaj volumen prostora omeđenog plohama $y = z^2$, $y = 4$, $x = 0$ i $z = x - 8$. 20

4. Neka je K krug radijusa $r = 3$ sa centrom u točki $T(0, 2)$. Izračunati $\int_{\widehat{\partial K}} (1 - 3x)\,\mathrm{d}x$. 20

5. Provjeri da li je $g(x, y, z) = (x + y, y - x, 1)$ potencijalno polje? Koja vrsta integrala se lagano riješava u potencijalnom polju? 20

Ukupno: $\emptyset$

3. $y = z^2$

$y = 4$

$x = 0$

$z = x - 8$