

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: LOVRE BUBALO

BROJ INDEKSA: 000675

17-2-0389-2019

C3

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z-2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem.

12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje:

10+5

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 &- 3x_4 = -1 \\ 3x_1 &- x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 &= 1 \end{aligned}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 - 4x} + x$.

5+15

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x-3}{x^2+4}$.

15(graf)

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(e^x)$. Skicirati graf funkcije

4+2+2+6+6

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+3x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi?

10+5

Ukupno:

56

① $\frac{|z|}{z-2i} = 3i$

$z = x + yi$
 $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$z_1 = 0 + \frac{3}{2}i$ ✓
 $z_2 = 0 + 3i$

$$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x+yi-2i} = 3i / (x+yi-2i)$$

$$\sqrt{x^2+y^2} = 3i(x+yi-2i)$$

$$\sqrt{x^2+y^2} = 3xi - 3y + 6$$

Realni dio: $\sqrt{x^2+y^2} = -3y + 6$

Imaginarni dio: $0 = 3x$
 $x = 0$

$$\sqrt{y^2} = -3y + 6$$

$$|y| = -3y + 6$$

$$y = -3y + 6$$

$$4y = 6$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$-y = -3y + 6$$

$$2y = 6$$

$$y = 3$$

UVRŠTAVAMO z_1

$$\frac{|z_1|}{z_1 - 2i} = 3i$$

$$\frac{\sqrt{0^2 + (\frac{3}{2})^2}}{\frac{3}{2}i - 2i} = 3i$$

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3-4}{2}i} = 3i$$

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{-1}{2}i} = 3i$$

$$\frac{3}{-i \cdot i} = 3i$$

$$3i = 3i$$

UVRŠTAVAMO z_2

$$\frac{|z_2|}{z_2 - 2i} = 3i$$

$$\frac{\sqrt{0^2 + 3^2}}{3i - 2i} = 3i$$

$$\frac{3 \cdot (-i)}{i \cdot (-i)} = 3i$$

$$-3i = 3i$$

V.A.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x^2 - 4x} + x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x^2 - 4x} + x) = 4$$

nema V.A jer nema preklada funkcije

H.A.

-D.H.A.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4x} + x) \cdot \frac{\sqrt{x^2 - 4x} - x}{\sqrt{x^2 - 4x} - x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x - x^2}{\sqrt{x^2 - 4x} - x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x}{\sqrt{x^2 - 4x} - x} = \frac{-4}{0} = -\infty$$

\rightarrow nema D.H.A.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x}{\sqrt{x^2 - 4x} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x}{\sqrt{x^2 - 4x} + x} = \frac{4}{1+1} = \frac{4}{2} = 2$$

$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ $l = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) + kx]$ $Y=2 \rightarrow$ L.H.A

$Y=2x \rightarrow$ D.K.A

L.K.A \rightarrow nema jer bi k ispod 0

$$\frac{1}{1} = \frac{1+1}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

$k=2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 4x} + 3x) \cdot \frac{\sqrt{x^2 - 4x} - 3x}{\sqrt{x^2 - 4x} - 3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x - 9x^2}{\sqrt{x^2 - 4x} - 3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-8x^2 - 4x}{\sqrt{x^2 - 4x} - 3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-8x - 4/x}{\sqrt{x^2 - 4x} - 3x/x}$$

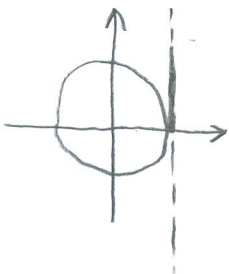
$$h(x) = \arctan(e^x)$$

PARNOST:

$$h(-x) = \arctan(e^{-x}) = \arctan(e^x)$$

↳ Funkcija je PARNÁ. ✗

OMENA



DERIVACIJA:

$$h'(x) = \frac{1}{\arccos(e^x)} \cdot e^x = \frac{e^x}{\arccos(e^x)} \quad \times$$

$$h''(x) = \frac{e^x \cdot \arccos(e^x) - e^x \cdot (-\arcsin(e^x) \cdot e^x)}{(\arccos(e^x))^2} = \frac{e^x(\arccos(e^x) + e^x \cdot \arcsin(e^x))}{(\arccos(e^x))^2}$$

PERIODIČNOST:

$$h(x) = \arctan(e^x)$$

$$h(x) = \arctan(x) = \arctan(x+P) \quad P = \frac{\pi}{2} \quad \times$$

$$f(x) = \sqrt{4+3x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{4+3x}} \cdot 3 = \frac{3}{2\sqrt{4+3x}} \cdot \frac{2\sqrt{4+3x}}{2\sqrt{4+3x}} = \frac{6\sqrt{4+3x}}{4(4+3x)} = \frac{6\sqrt{4+3x}}{12x+16}$$

$$f'(2) = \frac{6\sqrt{4+3 \cdot 2}}{12 \cdot 2 + 16} = \frac{6\sqrt{10}}{24+16} = \frac{6\sqrt{10}}{40} = \frac{3\sqrt{10}}{20} = 0.4743 \quad \checkmark$$

EKSTREMI

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{6\sqrt{4+3x}}{12x+16} = 0$$

$$6\sqrt{4+3x} = 0 \quad | :6$$

$$\sqrt{4+3x} = 0 \quad | ^2$$

$$4+3x = 0 \quad 4+3 \cdot (-x) = 0$$

$$3x = -4 \quad -3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$f\left(-\frac{4}{3}\right) = \sqrt{4+3\left(-\frac{4}{3}\right)} = \sqrt{4-4} = 0$$

$$f\left(\frac{4}{3}\right) = \sqrt{4+3 \cdot \frac{4}{3}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} = 2.828$$

$$\begin{matrix} T_1\left(-\frac{4}{3}, 0\right) \\ T_2\left(\frac{4}{3}, 2\sqrt{2}\right) \end{matrix}$$

← KAKVI SU OVO EKSTREMI?
MIN? MAX?

