MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A3

IME I PREZIME: MARINO ĆOSIĆ **BROJ INDEKSA:** 0269080599

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3
2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15
4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$. 15(graf)
5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^2)$. 2+4+6+8
6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+2x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi? 10+5

Ukupno: 31

(5) $h(x) = \arctan(x^2)$

$D_h = \mathbb{R}$ ✓

$\arctan(x) \in \mathbb{R}$

$h(-x) = \arctan((-x)^2) = \arctan(x^2)$ ✓

$h'(x) = \frac{1}{1+(x^2)^2} \cdot (x^2)' = \frac{1}{1+x^4} \cdot 2x = \frac{2x}{1+x^4}$ ✓

$h''(x) = \frac{(2x)'(1+x^4) - (2x)(1+x^4)'}{(1+x^4)^2} = \frac{2(1+x^4) - 2x(4x^2)}{(1+x^4)^2} =$

$= \frac{2+2x^4-8x^4}{(1+x^4)^2}$ ✓ $= \frac{2-6x^4}{(1+x^4)^2} = \frac{2(1-3x^4)}{(1+x^4)^2}$

(1) $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$ $\quad \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x+yi+2i} = 3i \;/\cdot(x+yi+2i)$ $\pm y = -3y-6$

$y = -3$ ✓

$\sqrt{x^2+y^2} = 3i(x+yi+2i)$

$y = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$ ✓

$\sqrt{x^2+y^2} = 3xi - 3y - 6$

$\sqrt{x^2+y^2} = -3y-6$

$\sqrt{0+y^2} = -3y-6$

$\sqrt{y^2} = -3y-6$

① *

$$\frac{|z|}{z+2i} = \frac{\sqrt{(-3)^2}}{-3i+2i} = \frac{\sqrt{9}}{-i} = \frac{3}{-i} \cdot \frac{i}{i} = \frac{3i}{-(-1)} = 3i \quad \checkmark$$

$$\frac{|z|}{z+2i} = \frac{\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2}}{-\frac{3}{2}i+2i} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{-3i+4i}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{i}{2}} = 3i \quad \checkmark$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A3

IME I PREZIME: MATEJ SURIĆ **BROJ INDEKSA:** 0171253871

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3
2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15
4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$. 15(graf)
5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^2)$. 2+4+6+8
6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+2x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi? 10+5

Ukupno: 30

1. $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$

$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x+yi+2i} = 3i \;/\cdot(x+yi+2i)$

$\sqrt{x^2+y^2} = 3xi - 3y - 6$

$\sqrt{x^2+y^2} = -3y-6$

$3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$\sqrt{0^2+y^2} = -3y-6$

$|y^2| = -3y-6$

$y = -3y-6$ $\quad -y = -3y-6$

$4y = -6$ $\quad 2y = -6$

$y = -\frac{3}{2}$ $\quad y = -3$

PROVJERA:

$\frac{\sqrt{0^2+(-3)^2}}{0-3i+2i} = 3i$

$\frac{3}{-i} = 3i$

$z = -\frac{3}{2}i$

$\frac{\sqrt{0^2+(-\frac{3}{2})^2}}{0-\frac{3}{2}i+2i} = 3i$

$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}i} = 3i$

$3i = 3i$

(2)
$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \begin{matrix} \\ \\ \text{III} - \text{II} \\ \\ \end{matrix} \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right]$$

$$\sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \begin{matrix} \\ \text{II} - 2 \cdot \text{I} \\ \text{III} - 2 \cdot \text{I} \\ \text{IV} - 2 \cdot \text{I} \end{matrix} \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & 2 & -3 & 5 \\ 0 & -3 & 3 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right] \begin{matrix} \\ \\ \text{III} - \text{II} \\ \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & 2 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right] \begin{matrix} \text{I} + \text{III} \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & 2 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right] \begin{matrix} \text{II} + 4 \cdot \text{I} \\ \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$$\sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & -4 \\ 4 & 1 & 2 & -3 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right] \begin{matrix} \\ \text{II} \\ \\ \\ \end{matrix} \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 4 & 1 & 2 & -3 & -11 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right]$$

MATEJ SUŠIĆ

3. $g(x)=\sqrt{x^2+4x+4}-4x$

a) DOMENA

$\sqrt{x^2+4x+4} \geq 0$

$x^2+4x+4 \geq 0$

$x^2+4x+4=0$

$x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{16-16}}{2}$

$x=-2$ //

Df: $x \in \mathbb{R}$ ✓

b) ASIMPTOTE

V.A.

$\lim_{x\to -2} \sqrt{x^2+4x+4}-4x = \sqrt{4-8+4}+8 = 8$ NEMA

H.A.

D.H.A.

$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+4x+4}-4x \cdot \frac{\sqrt{x^2+4x+4}+4x}{\sqrt{x^2+4x+4}+4x}$

$= \frac{\left(\sqrt{x^2+4x+4}\right)^2-(4x)^2}{\sqrt{x^2+4x+4}+4x} = \frac{x^2+4x+4-16x^2}{\sqrt{x^2+4x+4}+4x} = \frac{-15x^2+4x+4\ /:x^2}{\sqrt{x^2+4x+4}+4x\ /:x^2}$

$\lim_{x\to\infty} = \frac{-1}{0}$ NEMA //

L.H.A.

$\lim_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+4x+4}-4x = \frac{-15x^2-4x+4\ /:x^2}{\sqrt{x^2-4x+4}-4x\ /:x^2} =$ NEMA ✗

k.A.

D.k.A.

$k=\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+4x+4}-4x\ /:x}{x\ \ /:x} = \frac{0}{1}=0$ NEMA ✗

L.k.A.

$k=\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2-4x+4}+4x\ /:x}{-x\ \ /:x} = \frac{2}{-1}=-2$ $\boxed{k=-2}$

$L=\lim_{x\to-\infty}\left[\sqrt{x^2+4x+4}-4x+2x\right] = \sqrt{x^2+4x+4}-2x \cdot \frac{\sqrt{x^2+4x+4}+2x}{\sqrt{x^2+4x+4}+2x}$

IME I PREZIME: MATEJ SOLIĆ BROJ INDEKSA:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+4x+4}\right)^2-(2x)^2}{\sqrt{x^2+4x+4}+2x}=\frac{x^2+4x+4-4x^2}{\sqrt{x^2+4x+4}+2x}=\frac{-3x^2-4x+4}{\sqrt{x^2-4x+4}-2x}=\frac{1}{0}$$

$y=-2x$ L.k.A. ✗

4. $f(x)=\frac{x+2}{x^2-4}$

a) DOM.

$x^2-4\neq 0$

$x^2=4$

$x_1=2 \quad x_2=-2$

+ | − | +

$D_f: \langle-\infty,-2\rangle\cup\langle 2,+\infty\rangle$

b) NUL.

$\frac{x+2}{x^2-4}=0$ ~~(-2,0)~~

$x+2=0$

$x=-2$

c) Sic.

$f(0)=\frac{0+2}{0-4}=-\frac{1}{2}$

$(0,-\frac{1}{2})$

d) EKSTREMI

$$f'(x)=\frac{(x^2-4)-(x+2)\cdot 2x}{(x^2-4)^2}$$

$$f'(x)=\frac{x^2-4-2x^2-4x}{(x^2-4)^2}=\frac{-x^2-4x-4}{(x^2-4)^2}$$

$$f''(x)=\frac{(-2x-4)(x^2-4)^2-(-x^2-4x-4)\cdot 2(x^2-4)\cdot 2x}{(x^2-4)^4}$$

$$=\frac{(-2x-4)(x^2-4)^2-4x(-x^2-4x-4)(x^2-4)}{(x^2-4)^4}$$

$$=\frac{(x^2-4)\left[(-2x-4)(x^2-4)-4x(-x^2-4x-4)\right]}{(x^2-4)^4}$$

$$=\frac{-2x^3+8x-4x^2+16+4x^3+16x^2+16x}{(x^2-4)^3}=\frac{2x^3+12x^2+24x+16}{(x^2-4)^3}$$

MATES SOLIC

6. $f(x) = \sqrt{4+2x}$

$$F'(x) = \frac{1}{2\sqrt{4+2x}} \cdot 2$$

$$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{4+2x}} = \frac{1}{\sqrt{4+2x}}$$

$$f(2) = \frac{1}{\sqrt{4+4}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \checkmark$$

(2) ASIMPTOTE

MATEJ SORIĆ

V.A.

$\lim_{x\to 2} \frac{x+2}{x^2-4} = \frac{2+2}{4-4} = \frac{4}{0} = \infty$ [V.A.]

$\lim_{x\to -2} \frac{x+2}{x^2-4} = \frac{-2+2}{4-4} = \infty$ V.A.

H.A.

D.H.A.

$\lim_{x\to\infty} \frac{x+2/:x^2}{x^2-4/:x^2} = \frac{0}{1} = 0$ NEMA

L.H.A.

$\lim_{x\to -\infty} \frac{+x+2}{x^2-4} = \frac{-x+2/:x^2}{x^2-4/:x^2} = 0$ NEMA

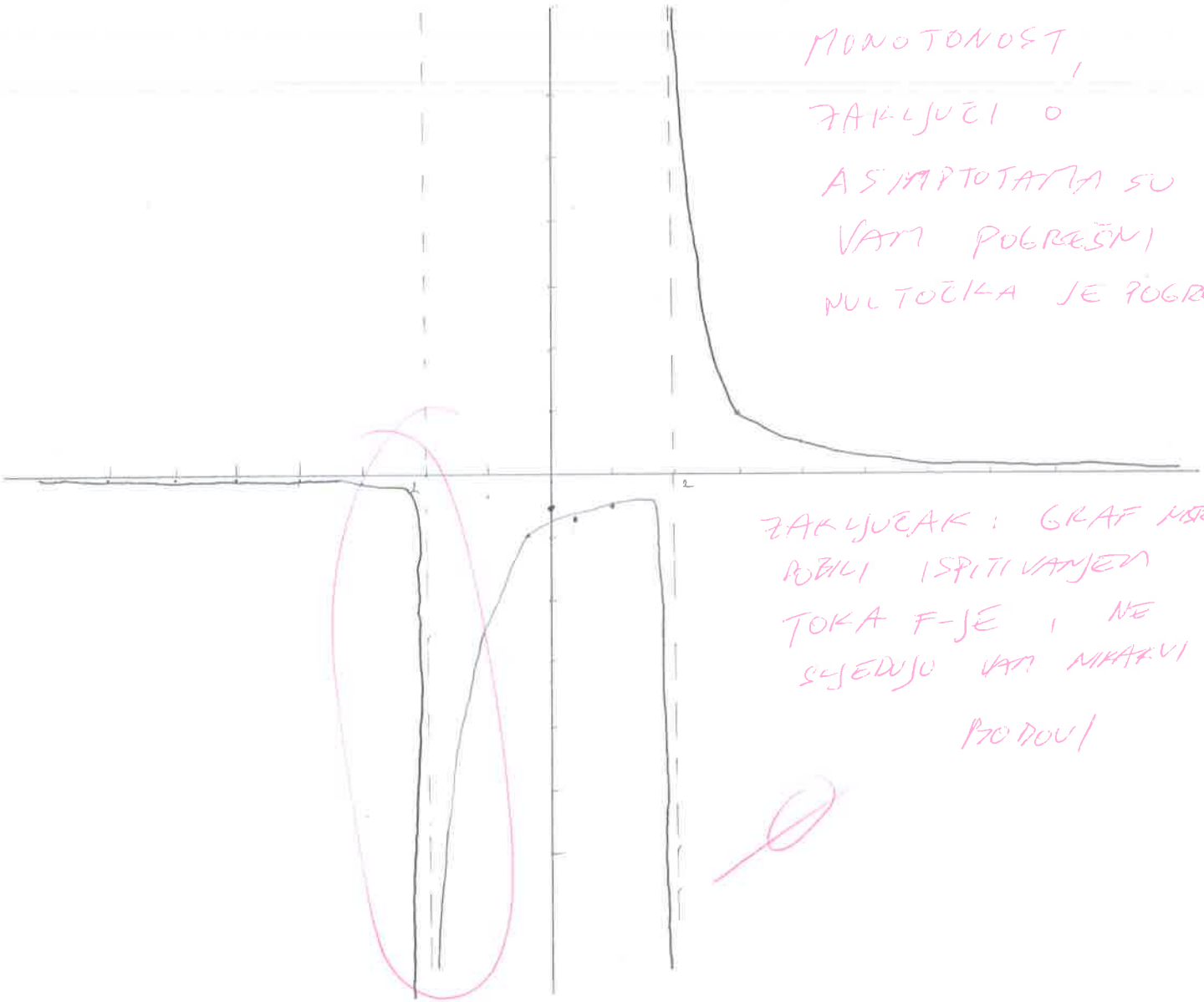
K.A.

D.K.A

$k = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x+2}{x^2-4}}{x} = \frac{x+2/:x^3}{x^3-4x/:x^3} = \frac{0}{1} = 0$

L.K.A

$k = \lim_{x\to -\infty} \frac{-x+2/:x^3}{-x^3+4x/:x^3} = 0$?



NISTE ISPITALI MONOTONOST, ZAKLJUČI O ASIMPTOTAMA SU VAM POGREŠNI NULTOČKA JE POGREŠNA

ZAKLJUČAK: GRAF NISTE ROBILI ISPITIVANJEM TOKA F-JE I NE SLIJEDIJO VAM NIKAKVI BODOVI

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A3

IME I PREZIME: Antonio Begić **BROJ INDEKSA:** 17-2-0374-14

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$. 15(graf) 4

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^2)$. 2+4+6+8

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+2x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi? 10+5

Ukupno: 25

Antonio Begić

$|z| = \sqrt{x^2+y^2}$

1. $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$

4. $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$

$x^2-4 \neq 0$

$x^2 \neq 4$

$x \neq \pm\sqrt{4}$

$x \neq \pm 2$

$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2, +2\}$

$\langle -\infty, -2\rangle \cup \langle -2, 2\rangle \cup \langle 2, +\infty\rangle$

H.A. $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x+2}{x^2-4} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \overset{L'H}{=} \frac{\frac{x}{x^2}+\frac{2}{x^2}}{1-\frac{4}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$; x^2

IMP H.A. $= 0$

V.A. $\lim_{x\to -2^-} \frac{x+2}{x^2-4} = \frac{-2+2}{4-4} = \frac{0^-}{0} = 0$

$\lim_{x\to -2^+} \frac{x+2}{x^2-4} = \frac{-2+2}{4-4} = \frac{0^+}{0} = 0$

V.A. 0

NEMA

$f(x) = 0$

$x+2 = 0$

$x = -2$

$N(-2,0)$

$f(0) = -\frac{1}{2}$

$(0, -\frac{1}{2}]$

$\frac{-6 \pm \sqrt{36-256}}{8}$

V.A. $\lim_{x\to 2^-} \frac{x+2}{x^2-4} = \frac{2+2}{4-4} = \frac{4}{0} = +\infty$

$\lim_{x\to 2^+} \frac{x+2}{x^2-4} = \frac{2+2}{4-4} = \frac{4}{0} = -\infty$

V.A. IMA

$f'(x) = 0$

$-2x^2-4x = 0$

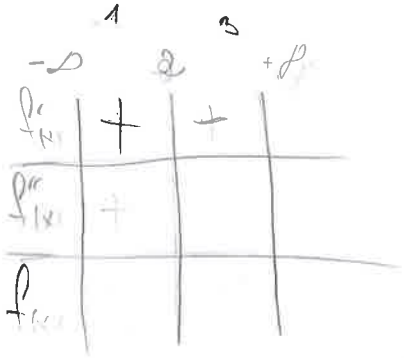
$f''(x) = 0$

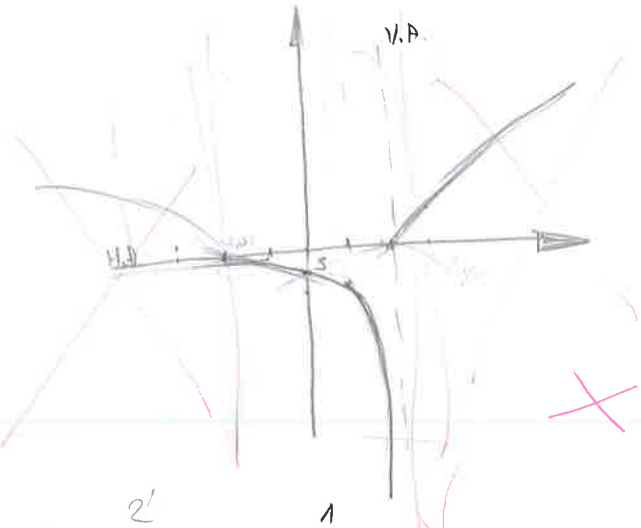
$4x^2+8x+16 = 0$

$x_{1,2} = 0$

$f'(x) = \frac{x+2}{x^2-4} = \frac{1\cdot(x^2-4) - (x+2)\cdot 2x}{(x^2-4)^2} = \frac{-2x^2-4x}{(x^2-4)^2} =$

$f''(x) = \frac{(-4x-4)(x^2-4) - (-2x^2-4x)(2x)}{(x^2-4)^2} = \frac{-4x^3+16x-4x^2+16+4x^3+8x^2}{(x^2-4)^2} = \frac{16x+16+4x^2}{(x^2-4)^2}$





6. $f(x) = \sqrt{4+2x} = \frac{1}{4+2x} \cdot 2 = \frac{2}{4+2x} = \frac{1}{2+2x}$

$f'(2) = \frac{1}{2+2\cdot 2} = \frac{1}{2+4} = \frac{1}{6} = 0{,}167$

$f'(x) = 0$

$1 = 0$

lokalni ekstrem

$\frac{|z|}{z+2i} = 3i \quad / \cdot z+2i$

$|z| = 3i \cdot (z+2i)$

$x^2+y^2 =$

Antonio Begić

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= -1 \\ 2x_1 - x_2 \quad\quad - 3x_4 &= 1 \\ 3x_1 \quad\quad - x_3 + x_4 &= -1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 &= -1 \end{aligned} \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \cdot 2$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right] \begin{matrix} \cdot(-2) \\ \cdot(-3) \\ \cdot(-2) \end{matrix} \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -3 & 2 & -8 & 2 \\ 0 & -3 & 2 & -\frac{13}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & -3 & 3 & -6 & 0 \end{array}\right] \cdot(-3) \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & -\frac{13}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & -3 & 2 & -8 & 2 \end{array}\right] \cdot(3)$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 2 \end{array}\right] \cdot(-1) \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 2 \end{array}\right] \cdot(1) \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & -1 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{array}\right] \cdot -2 \,./\, 3$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right] \cdot(-1) \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right] \cdot(1) \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right] \begin{matrix} \cdot(-\frac{1}{2}) \\ \cdot(-\frac{5}{2}) \\ \cdot(-\frac{1}{2}) \end{matrix}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right]$$

$x_1 = 0$

$x_2 = 2$

$x_3 = 0$ ✓

$x_4 = -1$

Provjera

$2 \cdot 0 - 2 + 0 - (-1) = -1$ ✓

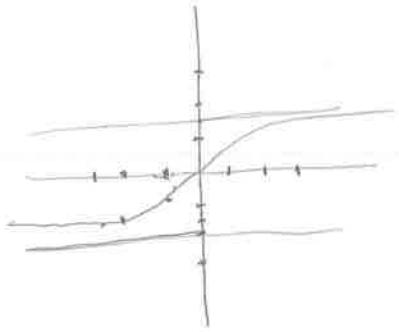
$2 \cdot 0 - 2 - 3 \cdot (-1) = 1$ ✓

$3 \cdot 0 - 0 + (-1) = -1$ ✓

$2 \cdot 0 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot 0 + 5(-1) = -1$ ✓

5. $h(x) = \arctan(x^2)$

$D = [\mathbb{R}]$ ✓, neparan ✗, nije periodičan ✓



3. $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$

$D(f): x^2+4x+4 \geq 0$?

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2}$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A3

IME I PREZIME: SIME STOJAK **BROJ INDEKSA:** 0269075789

17-2-0273-2013

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$. 15(graf)

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^2)$. 2+4+6+8

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+2x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi? 10+5

Ukupno: 25

1) $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$

5) $h(x) = \arctan(x^2)$

DERIVACIJA

$h'(x) = \frac{2x}{x^4+1}$ ✓ $\nearrow 4x^3$

$h''(x) = \frac{(2x)'(x^4+1) - (2x)(x^4+1)'}{(x^4+1)^2} = \frac{2x^4+2-8x^4}{(x^4+1)^2} = h''(x) = \frac{2-6x^4}{(x^4+1)^2}$

DOMENA

$D_f = \mathbb{R}$ ✓

PARNOST

$f(-x) = \arctan(-x^2)$

$f(-x) = \arctan(x^2)$

$f(-x) = f(x) \Rightarrow$ funkcija je parna ✓

6) $f(x)=\sqrt{4+2x}$ /²

$f(x)=\frac{1}{2\sqrt{4-2x}}\cdot(4-2x)'$

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{4-2x}}\cdot 2=\frac{2}{2\sqrt{4+2x}}$

TRAŽI SE $f'(2)$!

NE $f''(2)$!!

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{4+2x}}$ /'

$f''(x)=\frac{1^2(\sqrt{4+2x})-1(\sqrt{4+2x})'}{(\sqrt{4-2x})^2}=-\frac{\frac{1}{\sqrt{4+2x}}}{4+2x}=-\frac{1}{(4+2x)(\sqrt{4-2x})}$

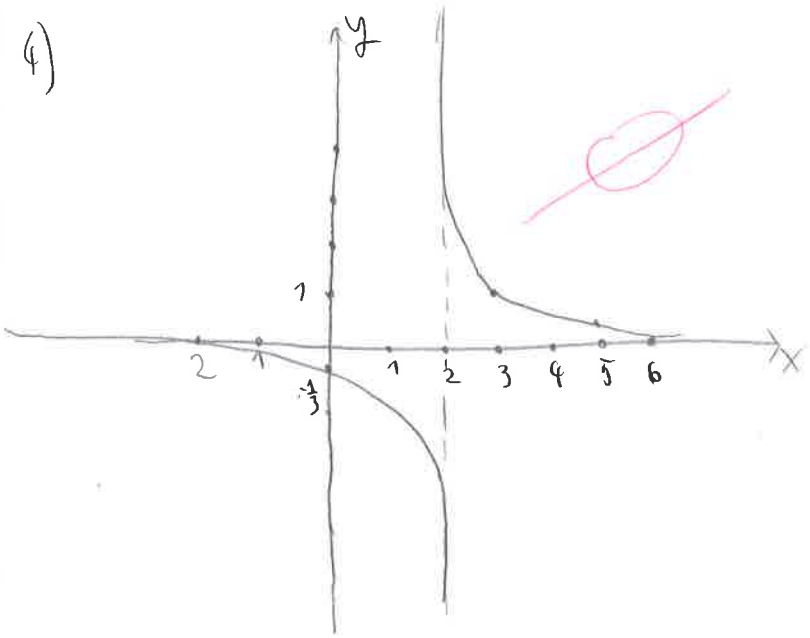
$f''(2)=-\frac{1}{(4+4)(\sqrt{4+4})}=\frac{1}{8\cdot\sqrt{8}}=\frac{1}{8\sqrt{2\cdot 4}}=\frac{1}{16\sqrt{2}}$

NEMA EKSTREMA

3) $\mathcal{D}_f \Rightarrow x^2+4x+4\geq 0$

DOMENA JE SKUP $\mathbb{R}$ ZBOG x^2 NEMA ASIMPTOTA JER JE DOMENA SKUP $\mathbb{R}$

4)



TOK: f RADA NA CIJELOJ DOMENI OSIM ?

$\frac{x+2}{x^2-4}$

x	0	-1	1	3	5
y	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	

SIME STOJAK 0269075784
17-2-0273-2013

2) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A3

IME I PREZIME: ~~DORA~~ DUŽONJA **BROJ INDEKSA:** 0269081190

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3
2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15
4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$. 15(graf)
5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^2)$. 2+4+6+8
6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+2x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi? 10+5

Ukupno: 18

(5) $h(x) = \arctan(x^2)$

1) DOMENA

1) $\arctan(x^2) = \mathbb{R}$ ✓

2) PARNOST I NEPARNOST

$h(-x) = \arctan(-x)^2 = \arctan(x^2) \Rightarrow$ F-JA JE PARNA ✓

3) $h'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-(\arctan(x^2))^2}} \cdot (x^2)' = \frac{1}{\sqrt{1-(\arctan(x^2))^2}} \cdot 2x =$

$= \frac{2x}{\sqrt{1-(\arctan(x^2))^2}}$

$h''(x) = \frac{2x' \cdot \left(\sqrt{1-(\arctan(x^2))^2}\right) - 2x \cdot \left(\sqrt{1-(\arctan(x^2))^2}\right)'}{\left[\sqrt{1-(\arctan(x^2))^2}\right]^2} =$

$= \frac{2\left(\sqrt{1-(\arctan(x^2))^2}\right) - 2x \cdot \left[\frac{1}{2\sqrt{1-(\arctan(x^2))^2}} \cdot \left[(1-(\arctan(x^2))^2\right]'\right]}{\sqrt{1-(\arctan(x^2))^2}} =$

$= \frac{2\sqrt{1-(\arctan(x^2))^2} - 2x \cdot \left[\frac{1}{2\sqrt{1-(\arctan(x^2))^2}} \cdot 2(1-(\arctan(x^2)) \cdot (1-\arctan(x^2))'\right]}{\sqrt{1-\arctan(x^2)^2}} =$

1. $\frac{|z|}{z+2i} = 3i \;/\cdot(z+2i)$

$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z+2i} = 3i \;/\cdot(z+2i)$

$\sqrt{x^2+y^2} = 3i(z+2i)$

$\sqrt{x^2+y^2} = 3zi + 6i^2 \;/^2$

$x^2 + y^2 = 9z^2 i^2 + 6i^4$

$x^2 + y^2 = -9z^2 + 6 \Rightarrow x^2 + 6 - y^2 + y^2 = -9z^2 + 6$

$x^2 + 6 - 6 = -9z^2$

$x^2 = -9z^2$

$9z^2 = -x^2 - y^2 + 6 \;/:9$

$z^2 = \frac{-x^2-y^2+6}{9} \;/\sqrt{\;}$

$z = \sqrt{\frac{-x^2-y^2+6}{9}}$

$z = \sqrt{\frac{-(-6)^2+6}{9}} = \sqrt{\frac{42}{9}}$

$x^2 + y^2 = 6$

$x^2 = 6 - y^2$

$-6 = -y^2$

$6 = y^2$

$y = \sqrt{6}\, i$

$6 - y^2 + y^2 = x^2 + 6$

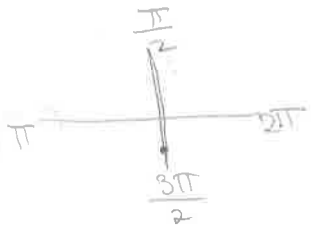
$x^2 = 0$

$x = 0$

$\operatorname{tg}\varphi = \frac{x}{y} = \frac{0}{\sqrt{6}} = 0$

$\varphi = 0° = \pi$

$\varphi = \pi$



DORA BUŽONJA

1.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] /:2 \approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \begin{array}{l} \\ /-II. \\ /-3\cdot I. \\ /-II. \end{array} \approx$$

$$\approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -3 & -2 & -8 & 2 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 3 & -2 & 8 & 0 \end{array}\right] /:(-3) \approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{8}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 3 & -2 & 8 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} /+\frac{1}{2}\cdot II. \\ \\ /-\frac{3}{2}\cdot II. \\ /-3\cdot II. \end{array} \approx$$

$$\approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{5}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{8}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{7}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -4 & 0 & -2 \end{array}\right] /:\left(-\frac{7}{2}\right) \approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{5}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{8}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{7} & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & -4 & 0 & -2 \end{array}\right] \begin{array}{l} /-\frac{5}{6}\cdot III. \\ /-\frac{2}{3}\cdot III. \\ \\ /+4\cdot III. \end{array} \approx$$

$$\approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{10}{21} & -\frac{2}{7} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{50}{21} & \frac{4}{7} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{7} & \frac{1}{7} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12}{7} & -\frac{10}{7} \end{array}\right] /:\left(\frac{12}{7}\right) \approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{10}{21} & -\frac{2}{7} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{50}{21} & \frac{4}{7} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{7} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{6} \end{array}\right] \begin{array}{l} /-\frac{10}{21}\cdot IV. \\ /-\frac{50}{21}\cdot IV. \\ /-\frac{3}{7}\cdot IV. \\ \\ \end{array} \approx$$

$$\approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{9} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{23}{9} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{6}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{6} \end{array}\right]$$

$x_1 = \frac{1}{9}$

$x_2 = \frac{23}{9}$

$x_3 = \frac{6}{7}$

$x_4 = -\frac{5}{6}$

$2\cdot\frac{1}{9} - \frac{23}{9} + \frac{6}{7} + \frac{5}{6} = -0.6$ ✗

$2\cdot\frac{1}{9} - \frac{23}{9} - 3\cdot\left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{1}{6}$

$3\cdot\frac{1}{9} - \frac{6}{7} - \frac{5}{6} = -1.4$

$2\cdot\frac{1}{9} + 2\cdot\frac{23}{9} - 2\cdot\frac{6}{7} + 5\cdot\left(-\frac{5}{6}\right) =$

(4) $$f''(x) = \frac{(-2x-4)(x^2-4)^2 - (-x^2-4x-4)(2(x^2-4)(2x))}{(x^2-4)^4} = \frac{(-2x-4)(x^2-4)^2 - (-x^2-4x-4)(4x)(x^2-4)}{(x^2-4)^4} =$$

$$= \frac{(x^2-4)\left[(-2x-4)(x^2-4) - 4x(-x^2-4x-4)\right]}{(x^2-4)^4} = \frac{(x^2-4)\left[-2x^3+8x\right.}{}$$

(2.) $2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -1 \Rightarrow 2 \cdot \frac{157}{51} - \frac{81}{17} + \frac{277}{102} + \frac{21}{34}$

$2x_1 - x_2 \quad - 3x_4 = 1$

$3x_1 \quad - x_3 + x_4 = -1$

$2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -1$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \quad /\cdot\frac{1}{2}$$

$$\approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \begin{array}{l} /-\text{I.} \\ /+3\cdot\text{I.} \\ /-2\cdot\text{I.} \end{array} \approx$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -3 & -2 & -8 & 2 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 3 & -3 & 6 & 0 \end{array}\right] \quad /\cdot(-\frac{1}{3})$$

$$\approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{8}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 3 & -3 & 6 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} /+\frac{1}{2}\cdot\text{II.} \\ \\ /+\frac{3}{2}\cdot\text{II.} \\ /-3\cdot\text{I.} \end{array} \approx$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{8}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} & \frac{13}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -5 & -2 & -2 \end{array}\right] \quad /\cdot(-\frac{2}{3})$$

$$\approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{5}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{8}{3} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{13}{3} & -1 \\ 0 & 0 & -5 & -2 & -2 \end{array}\right] \begin{array}{l} /-\frac{5}{6}\cdot\text{III.} \\ /-\frac{2}{3}\cdot\text{III.} \\ \\ /+5\cdot\text{III.} \end{array} \approx$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{40}{9} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{50}{9} & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{13}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{34}{3} & -7 \end{array}\right] \quad /\cdot\frac{34}{3}$$

$$\approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{40}{9} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{50}{9} & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{13}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{21}{34} \end{array}\right] \begin{array}{l} /-\frac{40}{9}\cdot\text{IV.} \\ /-\frac{50}{9}\cdot\text{IV.} \\ /+\frac{13}{3}+\text{IV.} \end{array} \approx$$

$$\approx \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{157}{51} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{81}{17} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{277}{102} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{21}{34} \end{array}\right]$$

$x_1 = \frac{157}{51}$

$x_2 = \frac{81}{17}$

$x_3 = \frac{277}{102}$

$x_4 = -\frac{21}{34}$

3. $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$ DORA BUŽONJA

1) DOMENA

$x^2+4x+4 \geq 0$

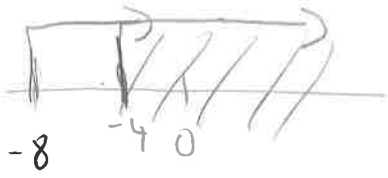
$x^2+4x \geq -4$

$x(x+4) \geq -4$

$x \geq -4$ $\quad$ $x+4 \geq -4$

$x \geq -4-4$

$x \geq -8$



$D_g = [-4, +\infty)$

2) ASIMPTOTE

a) H.A.

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt{x^2+4x+4} - 4x \cdot \frac{\sqrt{x^2+4x+4}+4x}{\sqrt{x^2+4x+4}+4x}\right) =$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+4x+4}\right)^2 + (4x)^2}{\sqrt{x^2+4x+4} - 4x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+4x+4+16x^2}{\sqrt{x^2+4x+4} - 4x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{17x^2+4x+4 \,/:x^2}{\sqrt{x^2+4x+4} - 4x /:x^2}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{17}{0} = \pm\infty \Rightarrow \text{nema H.A.}$$

b) K.A. $y = kx + l$

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sqrt{x^2+4x+4} - 4x \,/\cdot x}{x \,/:x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sqrt{1} - 4}{1} = -3$$

$$l = \lim_{x\to\pm\infty} (f(x) - kx) = \lim_{x\to\pm\infty} \left(\sqrt{x^2+4x+4} - 4x - 3x\right) = \lim_{x\to\pm\infty} \left(\sqrt{x^2+4x+4} - 7x\right) =$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \left(\frac{1}{2\sqrt{x^2+4x+4}} \cdot (x^2+4x+4)' - (7x)'\right) = \lim_{x\to\pm\infty} \left(\frac{2x+4 \,/:x}{2\sqrt{x^2+4x+4} \,/:x} - 7\right) =$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{2}{\sqrt{1}} - 7 = -5$$

$y = -3x - 5$

$y = -3 - 5 = -8$ $\quad$ $y = -5$

x	1	0
y	-8	-5

DORA BUŽONJA

(3.) c) V. A.

$$\lim_{x\to -4}\left(\sqrt{x^2+4x+4} - 4x\right) = \lim_{x\to -4}\left(\sqrt{16-16+4} + 16\right) = 18$$

$$\lim_{x\to -8}\left(\sqrt{64-32+4} + 32\right) = 38$$

nema V. A.

(6) $f(x) = \sqrt{4+2x}$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{4+2x}} \cdot (4+2x)' = \frac{2}{2\sqrt{4+2x}} = \frac{1}{\sqrt{4+2x}}$$

$$f'(2) = \frac{1}{\sqrt{4+4}} = \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1\cdot 2\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$f''(x) = \frac{1'\cdot\sqrt{4+2x} - \sqrt{4+2x}'}{\left(\sqrt{4+2x}\right)^2} = \frac{-\frac{1}{2\sqrt{4+2x}}\cdot(4+2x)'}{4+2x} = \frac{-\frac{2}{2\sqrt{4+2x}}}{4+2x} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{4+2x}}}{\frac{4+2x}{1}} =$$

$$= -\frac{1}{(4+2x)\sqrt{4+2x}}$$

$f'(x) = 0$

$$\frac{1}{\sqrt{4+2x}} = 0 \;/\cdot\left(\sqrt{4+2x}\right)$$

$1 = 0$ ⇓ nemoguće

$f''(x) = 0$

$$\frac{1}{(4+2x)\left(\sqrt{4+2x}\right)} = 0 \;/\cdot (4+2x)\left(\sqrt{4+2x}\right)$$

$1 = 0$ ⇓ nemoguće

F-JA NEMA LOKALNIH EKSTREMA !

~~TOČKA E(E~~

LOKALNI MINIMUM 0

POSTIŽE SE ZA $x = -2$

(4.) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$

1) DOMENA:

$x^2 - 4 \neq 0$

$x^2 \neq 4$

$x \neq \pm 2$

$D_f \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$

2) NULTOČKE

$x + 2 = 0$ $\quad A(-2, 0)$

$x = -2$

3) PARNOST I NEPARNOST

$f(-x) = \frac{-x+2}{(-x)^2-4} = \frac{-x+2}{x^2-4} \Rightarrow$ F-JA NIJE NI PARNA NI NEPARNA

4) MONOTONOST

$f'(x) = \frac{(x+2)' \cdot (x^2-4) - (x+2) \cdot (x^2-4)'}{(x^2-4)^2} = \frac{(x^2-4) - (x+2) \cdot 2x}{(x^2-4)^2} = \frac{(x^2-4) - (2x^2+4x)}{(x^2-4)^2} =$

$= \frac{x^2 - 4 - 2x^2 - 4x}{(x^2-4)^2} = \frac{-x^2-4x-4}{(x^2-4)^2}$

$f'(x) = 0$

$-x^2 - 4x - 4 = 0 \mid \cdot(-1)$

$x^2 + 4x + 4 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

$x_1 = -2$

$f(-2) = \frac{-2+2}{4-4} = 0$

$B(-2, 0)$

	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$-$	
$f(x)$		↗	max	↘		↘	

5) EKSTREMI

$f''(x) = \frac{(-2x-4)(x^2-4)^2 - (-x^2-4x-4) \cdot 2(x^2-4)(2x)}{(x^2-4)^4} = \frac{(-2x-4)(x^4-8x^2+16) - (-x^2-4x-4)(4x^3-16x)}{(x^2-4)^4}$

$2x^3 - 8x$

$= \frac{(-2x^5+16x^3-32x-4x^4+32x^2-64) - (-4x^4+16x^3-16x^4+64x^2-16x^3+64x)}{(x^2-4)^4}$

SKICA ?

$= \frac{-2x^5 - 4x^4 + 16x^3 + 32x^2 - 32x - 64 + 4x^4 + 16x^4 - 16x^3 + 16x^3 - 64x^2 - 64x}{(x^2-4)^4} = \frac{-2x^5 + 16x^4 + 16x^3 + 32x^2 - 64x^2 - 32x - 64x - 64}{(x^2-4)^4}$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A3

IME I PREZIME: KLAUDIO ŠKARA **BROJ INDEKSA:** 17-1-0215-2013

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$. 15(graf)

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^2)$. 2+4+6+8

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+2x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi? 10+5

Ukupno: 3

2.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \quad b = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & -2 & 5 & -3 \\ 0 & 3 & -1 & 7 & -5 \\ 0 & 6 & -4 & 13 & -5 \end{array}\right] : 3$$

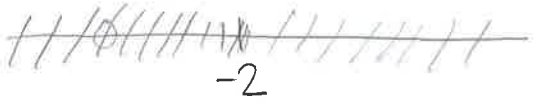
$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -2/3 & 5/3 & -3/3 \\ 0 & 3 & -1 & 7 & -5 \\ 0 & 6 & -4 & 13 & -5 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1/3 & -2/3 & 0 \\ 0 & 1 & -2/3 & 5/3 & -3/3 \\ 0 & 0 & -8/3 & 17/3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \end{array}\right] : (-8/3)$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1/3 & -2/3 & 0 \\ 0 & 1 & -2/3 & 5/3 & -3/3 \\ 0 & 0 & 1 & -17/8 & 1/8 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -11/8 & -8/8 \\ 0 & 1 & 0 & 1/4 & -25/8 \\ 0 & 0 & 1 & -17/8 & -8/3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \end{array}\right] : 3$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -11/8 & -8/8 \\ 0 & 1 & 0 & 1/4 & -25/8 \\ 0 & 0 & 1 & -47/8 & -8/3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/3 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -31/72 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -103/36 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -47/24 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/3 \end{array}\right]$$

(3) $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$ $\quad a=1 \quad b=4 \quad c=4$ $\quad D_f: \langle -\infty, +\infty \rangle$ ✓

I. $x^2+4x+4 \geq 0$



$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2-4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1}$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 0}{2} \quad x_1 = -2 \quad x_2 = -2$

N. A. – NE POSTOJI

H. A

$$\lim_{x\to\pm\infty} = \frac{\sqrt{x^2+4x+4} - 4x}{1} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sqrt{x^2+4x+4} - 4x}{1} \cdot \frac{\sqrt{x^2+4x+4} + 4x}{\sqrt{x^2+4x+4} + 4x} =$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+4x+4}\right)^2 - (4x)^2}{\sqrt{x^2+4x+4} + 4x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+4x+4-4x^2}{\sqrt{x^2+4x+4} + 4x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{-2x^2+4x+4 \;/\cdot x^2}{\sqrt{x^2+4x+4} + 4x \;/\cdot x^2} =$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{\frac{-2x^2}{x^2} + \frac{4x}{x^2} + \frac{4}{x^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^4} + \frac{4x}{x^4} + \frac{4}{x^4}} + \frac{4x}{x^2}} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{-2 + \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}}{\sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}} + \frac{4}{x}} = \frac{-2+0+0}{\sqrt{0+0+0}+0} = -\infty$$

K. A.

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sqrt{x^2+4x+4} - 4x}{x} =$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A3

IME I PREZIME: LUKA STRIKA **BROJ INDEKSA:** 0269092432

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$. 15(graf)

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^2)$. 2+4+6+8

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+2x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi? 10+5

Ukupno:

(1) $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$

$3i = \frac{|z|}{z+2i}$

$3i =$

(3) $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$

$f(x) = \sqrt{x^2+4x+4}$ /√

$f(x) = x^2 - 1x + 4$

$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{4 \cdot 0 \cdot c}}{2a}$ $x_1 = 0$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{4 \cdot 1 \cdot 4}}{2}$ $x_2 = -4$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 4}{2}$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A3

IME I PREZIME: IVAN BUBIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0244-2012

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 & = & -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 & = & -1 \end{array}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$. 15(graf)

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^2)$. 2+4+6+8

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+2x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi? 10+5

Ukupno: 0

(2)
$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 5 & -1 \end{array}\right]$$

(1) $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A3

IME I PREZIME: LOVRE BARIĆ **BROJ INDEKSA:** 17-2-0341-2013

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3
2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15
4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$. 15(graf)
5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^2)$. 2+4+6+8
6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+2x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi? 10+5

Ukupno:

(1) $\frac{|z|}{z+2i}$

(2) $\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = -1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A3

IME I PREZIME: Ace Mišković **BROJ INDEKSA:**

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

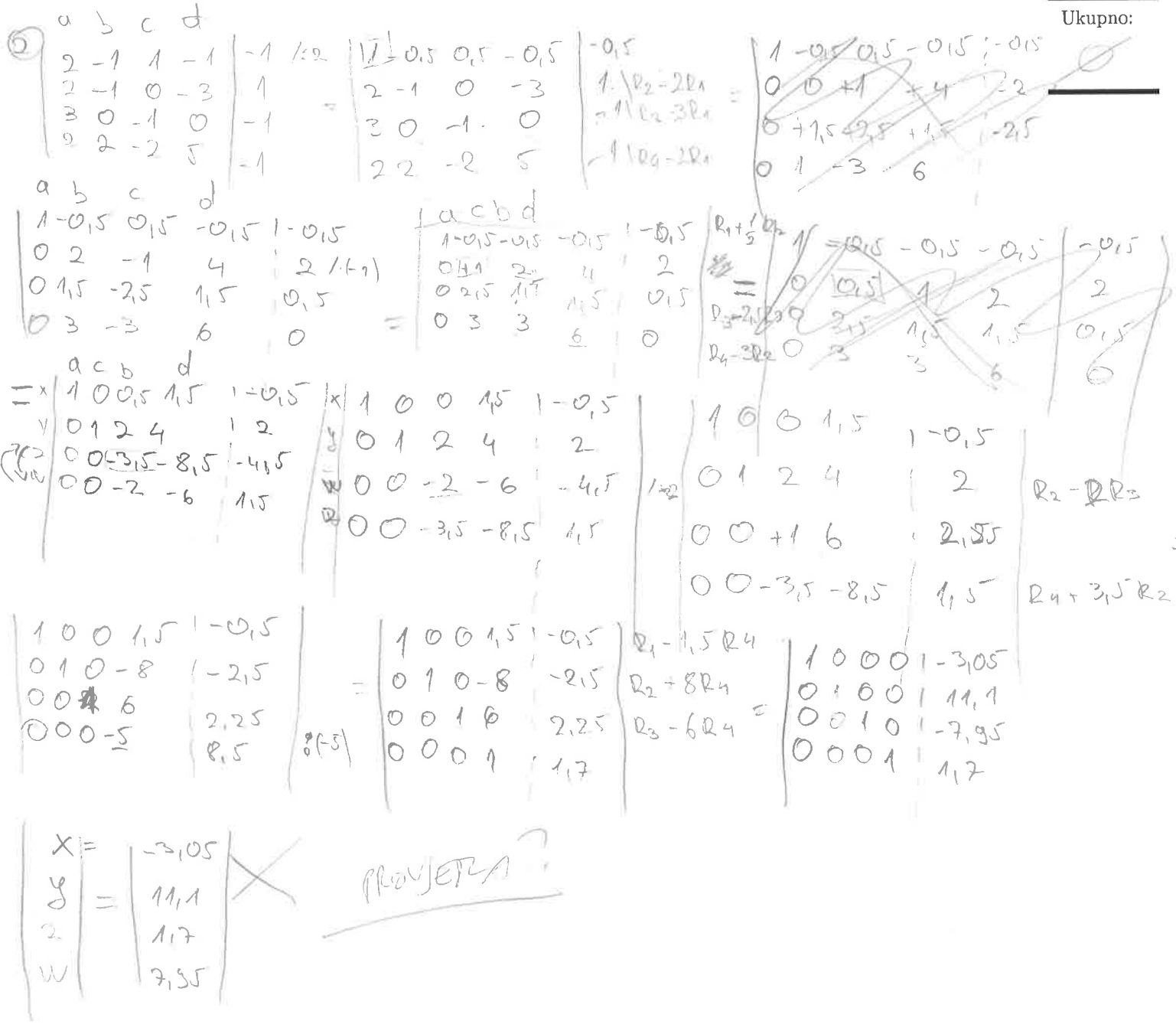
3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$. 15(graf)

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^2)$. 2+4+6+8

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+2x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi? 10+5

Ukupno:



MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A3

IME I PREZIME: SANDRO VELIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0281-2013

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2+4x+4} - 4x$. 5+15

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$. 15(graf)

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^2)$. 2+4+6+8

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4+2x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi? 10+5

Ukupno:

2.
$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -2 & 5 & -1 \end{array}\right]$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod⇊ A3

IME I PREZIME: MIŠEL GOBIN **BROJ INDEKSA:** M-1-0034-2010

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Odrediti kompleksne brojeve z koji zadovoljava jednadžbu $\frac{|z|}{z+2i} = 3i$. Na kraju provjeriti rješenja uvrštavanjem. 12+3

2. Riješi sustav Gaussovom metodom i obavezno provjeri rješenje: 10+5

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 = -1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 = 1 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 = -1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 = -1 \end{array}$$

3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 4x$. 5+15

4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$. 15(graf)

5. Ispitati domenu, periodičnost, (ne)parnost i drugu derivaciju funkcije: $h(x) = \arctan(x^2)$. 2+4+6+8

6. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{4 + 2x}$. Kolika je derivacija $f'(2)$? Koji su lokalni ekstremi? 10+5

Ukupno: 0