**MATEMATIKA 3**: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

**IME I PREZIME:** Tomislav Ksaljev

**BROJ INDEKSA:** 17-01-0052-2011

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju $f$ koja zadovoljava sljedeće uvjete: 20

$$f'''(t) + 4f'(t) = t, \quad f(0) = 5,\ f'(0) = 4,\ f''(0) = 3.$$

2. Da li krivuljni integral u vektorskom polju $g = y\mathbf{i} - x\mathbf{j}$ ovisi o putu integracije? 20

3. Izračunati volumen tijela omeđenog valjkom $x^2 + y^2 = 5^2$, ravninom $z = -5$ i parabolom $z = x^2 + y^2$. Napomena: obzirom da je više takvih tijela traži se ono najmanje koje sadrži ishodište. 20

4. Izračunajte površinu oplošja paraboloida $x^2 + y^2 = 4z$, $z \le 5$. 20

5. Neka je $C$ cilindar zadan sa $C = \{(x, y, z) : x^2 + z^2 \le 5,\ 1 \le y \le 3\}$. Izračunati plošni integral 20

$$\iint_{\partial C} y^2 x \, dydz$$

Ukupno: 20

valjak $x^2+y^2=5^2$ ravnina $z=-5$ parabola $z=x^2+y^2$

$x^2+y^2=r^2$

$r=5$

$dxdydz = r\,dr\,d\varphi\,dz$

$r\in[0,5]$

$\varphi\in[0,2\pi]$

$z\in[-5,r^2]$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^5\int_{-5}^{r^2} r\,dz\,dr\,d\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^5 r\cdot z\Big|_{-5}^{r^2} dr\,d\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^5 r\cdot\left(r^2-(-5)\right) dr\,d\varphi =$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^5 r^3+5r\,dr\,d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{r^4}{4}+5\cdot\frac{r^2}{2}\Big|_0^5 d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{1}{4}\cdot 5^4+\frac{5}{2}\cdot 5^2-0\,d\varphi =$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{625}{4}+\frac{250}{4}\,d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{875}{4}\,d\varphi = \frac{875}{4}\varphi\Big|_0^{2\pi} = \frac{875}{4}\cdot 2\pi$$

$$= \frac{875}{2}\pi$$

(2) Krivuljni integral u vektorskom polju $g = yi - xi$ ovisi o putu integracije. ⊘ ZAŠTO?

$$Y(s) = 12 \cdot \frac{1}{s} + \frac{-7s + 11}{s^2 - 4}$$

$$Y(s) = 12 \cdot \frac{1}{s} - 7 \cdot \frac{s}{s^2 - 2^2} + 11 \cdot \frac{1}{s^2 - 2^2}$$

$$Y(s) = 12 - 7 \cdot \cos(2t) + 11 \cdot \sin(2t)$$

$f(0) = 12 - 7 = 5$ ✓

$f'(t) = 14 \cos(2t) + 22 \sin(2t)$

$f'(0) = 14$ ✗

Tomislav Kraljev

17-01-0052-2011

05.09.2014.

① $f'''(t) + 4f'(t) = t \qquad f(0) = 5 \quad f'(0) = 4 \quad f''(0) = 3$

$$s^3 Y(s) - s^2 f(0) - s f'(0) - f''(0) + 4 \cdot (s Y(s) - f(0)) = t$$

$$s^3 Y(s) - s^2 \cdot 5 - 5 \cdot 4 - 3 + 4 \cdot (s Y(s) - 5) = t$$

$$s^3 Y(s) - 5 \cdot s^2 - 4s - 3 + 4 \cdot s Y(s) - 20 = t$$

$$Y(s) \cdot (s^3 - 4s) = 5s^2 + 4s + 23$$

$$Y(s) = \frac{5s^2 + 4s + 23}{s^3 - 4s}$$

$$\frac{5s^2 + 4s + 23}{s^3 - 4s} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 - 4} \quad / \cdot (s^3 - 4s)$$

$$5s^2 + 4s + 23 = A \cdot (s^2 - 4) + (Bs + C) \cdot (s)$$

$$5s^2 + 4s + 23 = As^2 - 4A + Bs^2 + Cs$$

$A + B = 5$

$B + C = 4$

$A + C = 23$

$B + C = 4$

$-A - C = -23$

$B - A = -19$

$B + A = 5 \Rightarrow A = 5 + 7$

$2B = -14 \qquad A = 12$

$B = -7$

$-7 + C = 4$

$C = 4 + 7$

$C = 11$

$A = 12$

$B = -7$

$C = 11$