

$$\textcircled{1} z^4 - (4 - i)^2 = 0$$

$$z^4 = (4 - i)^2$$

$$z^4 = 16 - 8i + i^2$$

$$z^4 = 16 - 8i - 1$$

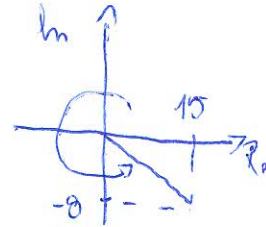
$$z^4 = 15 - 8i$$

$$w = 15 - 8i$$

$$x = 15$$

$$y = -8$$

$$|w| = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17 \checkmark$$



$$\varphi = 2\tilde{\pi} - 0,4899573263$$

$$\varphi = 5,793227981 \checkmark$$

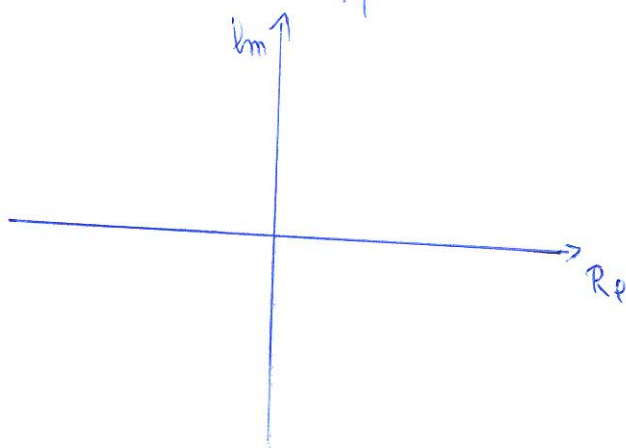
$$w_0 = \sqrt[4]{17} \left(\cos \frac{5,793227981}{4} + i \sin \frac{5,793227981}{4} \right)$$

$$= \sqrt[4]{17} (0,9996805353 + i 0,02527503381)$$

$$w_1 = \sqrt[4]{17} \left(\cos \left(\frac{5,793227981 + 2\tilde{\pi}}{4} \right) + i \sin \left(\frac{5,793227981 + 2\tilde{\pi}}{4} \right) \right)$$

$$w_2 = \sqrt[4]{17} \left(\cos \left(\frac{5,793227981 + 4\tilde{\pi}}{4} \right) + i \sin \left(\frac{5,793227981 + 4\tilde{\pi}}{4} \right) \right)$$

$$w_3 = \sqrt[4]{17} \left(\cos \left(\frac{5,793227981 + 6\tilde{\pi}}{4} \right) + i \sin \left(\frac{5,793227981 + 6\tilde{\pi}}{4} \right) \right)$$



! ZPACUNATI

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} (-x - \sqrt{x^2 - 2}) \cdot \frac{-x + \sqrt{x^2 - 2}}{-x + \sqrt{x^2 - 2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - (x^2 - 2)}{-x + \sqrt{x^2 - 2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{-x + \sqrt{x^2 - 2}} = \frac{2}{\infty} = 0$$

$y = 0$ je horizontalna asimptota ✓ (DESNA) NIJE LIJEVA

3) nema drugu asimptotu jer postoji horizontalna X

POSTOJI LIJEVA K.A.

DERIVACIJE

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2} = x - (x^2 - 2)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{2}(x^2 - 2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x^2 - 2)'$$

$$= 1 - \frac{1}{2}(x^2 - 2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x = 1 - (x^2 - 2)^{-\frac{1}{2}} \cdot x$$

$$= 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}}$$

$$f''(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2x \cdot x - (x^2 - 2)^{-\frac{1}{2}} \quad \checkmark$$

$$= \frac{x^2}{\sqrt{(x^2 - 2)^3}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2}}$$

$$(2) f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$$

DINO DOKOZA

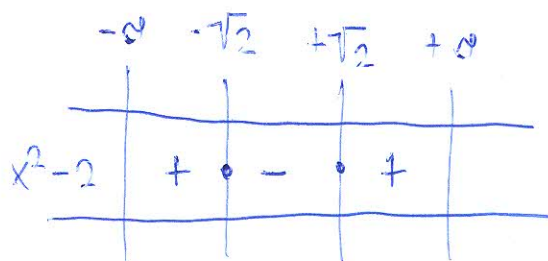
DOMENA

$$x^2 - 2 > 0$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2 / \sqrt{}$$

$$x = \pm \sqrt{2}$$



$$D_f: \langle -\infty, -\sqrt{2} \rangle \cup [\sqrt{2}, +\infty) \checkmark$$

ASIMPTOTE

1.) V. A

$$\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} (x - \sqrt{x^2 - 2}) = -\sqrt{2}$$

niży V.A.

$$\lim_{x \rightarrow +\sqrt{2}} (x - \sqrt{x^2 - 2}) = \sqrt{2}$$

niży V.A.

2) H. A

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 - 2}) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x - \sqrt{(-x)^2 - 2})$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} (-x - \sqrt{x^2 - 2})$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} (-x - \sqrt{x^2 - 2})$$

$$(3.) \quad g(x) = \ln(4-x^2)$$

DOMENA

$$4-x^2 > 0$$

$$4-x^2 = 0$$

$$-x^2 = -4$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$4-x^2$		-	+	-

$$D_g: (-2, 2) \quad \checkmark$$

PARNOST

$$g(x) = \ln(4-x^2)$$

$$g(-x) = \ln(4-(-x)^2)$$

$$= \ln(4-x^2)$$

$$g(x) = g(-x) \quad \text{funkcija je parna} \quad \checkmark$$

ZAKRIVLJENOST

$$g'(x) = \frac{1}{4-x^2} \cdot (-2x) = -\frac{2x}{4-x^2}$$

$$g''(x) = \frac{2(4-x^2) - 2x(-2x)}{(4-x^2)^2} = \frac{8-2x^2+4x^2}{(4-x^2)^2}$$

$$= -\frac{8+2x^2}{(4-x^2)^2}$$

$$g''(x) = - \frac{8 + 2x^2}{(4 - x^2)^2}$$

DINO

DUKOZA

$$g''(x) = 0$$

$$- \frac{8 + 2x^2}{(4 - x^2)^2} = 0$$

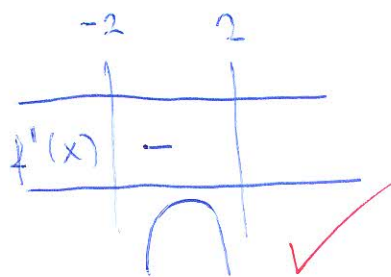
$$\Rightarrow 8 + 2x^2 = 0 \quad | : 2$$

$$4 + x^2 = 0$$

$$x^2 = -4$$

$$x = \pm \sqrt{-4}$$

memer realitas ajengnya



MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: **KARLO FRANOV**

BROJ INDEKSA: **17-2-0311-2013**

H2

- Riješiti jednačbu: $z^4 - (4-i)^2 = 0$. Prikaži rješenja u kompleksnoj ravnini! 12+3
- Odrediti domenu, sve asimptote i drugu derivaciju funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$. 5+15+5
- Ispitati domenu, (ne)parnost i zakrivljenost grafa funkcije $g(x) = \ln(4-x^2)$. 5+5+10
- Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2+1)}{x^2 + 1}$. Ne treba ispitivati zakrivljenost jer se izraz komplicira. 20(graf)
- Gaussovom metodom riješiti matični sustav i obavezno provjeri rješenje: 15

$$\begin{aligned} x + 2y - z + u &= 2 \\ 2x + 5y - z + 2u &= 3 \\ 3x - y - 2z + u &= 2 \\ x - y + 3z - 5u &= 3 \end{aligned}$$

- Izračunati i provjeriti uvrštavanjem: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$. 5

Ukupno:

27

2. $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$

$$x^2 - 2 \geq 0$$

$$x^2 \geq 2$$

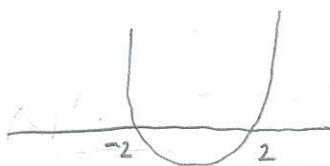
$$x^2 \geq 2 \cdot \sqrt{x}$$

$$x \geq \pm 2$$

$$D_f = \langle -\infty, -2 \rangle \cup [2, +\infty) \checkmark$$

$$x^2 - 2 \geq 0$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{2}$$



ASIMPTOTE

= NEMA VERTIKALNE

HORIZONTALNE

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 2}) = \frac{x + \sqrt{x^2 - 2}}{x + \sqrt{x^2 - 2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^2 + 2}{x + \sqrt{x^2 - 2}} = 0$$

? IMA D.H.A.
y = 0

= NEMA KOSKE X

y = 0 ✓

$$f'(x) = (x - \sqrt{x^2 - 2})' = 1 - \frac{1}{2(\sqrt{x^2 - 2})} \cdot 2x = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}} \quad \checkmark$$

$$f''(x) = \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}}\right)' = -\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}}\right)' = -\frac{\sqrt{x^2 - 2} - x = \frac{1}{2 - \sqrt{x^2 - 2}}}{(x^2 - 2)} \quad \checkmark$$

$$f''(x) = -\frac{\sqrt{x^2 - 2} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 2}}}{x^2 - 2} \quad \checkmark$$

$$1. z^4 - (4 - i)^2 = 0$$

$$z^4 - 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot i + i^2 = 0$$

$$z^4 - 16 - 8i + i^2$$

$$z^4 = 18i + 17$$

$$x = 8 \\ y = 17$$

3. BOJENA

$$\ln(4-x^2)$$

$$D_f = \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 2, +\infty \rangle \checkmark$$

$$4-x^2 > 0$$

$$-x^2 > -4 \quad | : -$$

$$x^2 < 4 \quad | \cdot \sqrt{\quad}$$

$$x < \pm 2$$

NEPARNOST

$$f(-x) = g(x) \Rightarrow \text{PARNA} \checkmark$$

$$f'(x) = \frac{-2x}{4-x^2} = \frac{2x}{x^2-4} \rightarrow x=0 \text{ MAX}$$

$$T(0, \ln(4))$$

$$f''(x) = \frac{2(x^2-4) - 2x \cdot 2x}{(x^2-4)^2} = \frac{2x^2 - 8 - 4x^2}{(x^2-4)^2} = \frac{-2(x^2+4)}{(x^2-4)^2}$$

$$\downarrow$$

$$x^2+4=0 \quad \text{NEMA INFLEKSIJE}$$

ZAKRIVLJENOST ?

DA LI JE



ILI



MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: *MARIN KALMETA*

BROJ INDEKSA: *17101802013*

H2

1. Riješiti jednačbu: $z^4 - (4 - i)^2 = 0$. *Prikaži rješenja u kompleksnoj ravnini!* 12+3
2. Odrediti domenu, sve asimptote i drugu derivaciju funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$. 5+15+5
3. Ispitati domenu, (ne)parnost i zakrivljenost grafa funkcije $g(x) = \ln(4 - x^2)$. 5+5+10
4. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2 + 1)}{x^2 + 1}$. Ne treba ispitivati zakrivljenost jer se izraz komplicira. 20(graf)
5. Gaussovom metodom riješiti matični sustav i obavezno provjeri rješenje: 15

$$\begin{aligned}x + 2y - z + u &= 2 \\2x + 5y - z + 2u &= 3 \\3x - y - 2z + u &= 2 \\x - y + 3z - 5u &= 3\end{aligned}$$

6. Izračunati i provjeriti uvrštavanjem: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$.

5

Ukupno:

0

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME:

KOURE RADOVIĆ

BROJ INDEKSA:

17-1-0177-2013

H2

1. Riješiti jednačbu: $z^4 - (4 - i)^2 = 0$. Prikaži rješenja u kompleksnoj ravnini! 12+3
2. Odrediti domenu, sve asimptote i drugu derivaciju funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$. 5+15+5
3. Ispitati domenu, (ne)parnost i zakrivljenost grafa funkcije $g(x) = \ln(4 - x^2)$. 5+5+10
4. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2 + 1)}{x^2 + 1}$. Ne treba ispitivati zakrivljenost jer se izraz komplicira. 20(graf)
5. Gaussovom metodom riješiti matricni sustav i obavezno provjeri rješenje: 15

$$\begin{aligned}x + 2y - z + u &= 2 \\2x + 5y - z + 2u &= 3 \\3x - y - 2z + u &= 2 \\x - y + 3z - 5u &= 3\end{aligned}$$

6. Izračunati i provjeriti uvrštavanjem: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$.

5

Ukupno:

5

③ $g(x) = \ln(4 - x^2)$

1. DOMENA

$$4 - x^2 > 0$$

$$-x^2 > -4$$

$$x^2 < 4$$

$$x < 2$$

~~$x > -2$~~

~~$D \in (-\infty, 2)$~~ X

2. PARNOST / NE PARNOST

$$\begin{aligned}g(-x) &= \ln(4 - (-x^2)) \\ &= \ln(4 + x^2)\end{aligned}$$

PARNA FUNKCIJA ✓

DERIVACIJA

$$\begin{aligned}g'(x) &= (\ln(4 - x^2))' \\ &= \frac{1}{4 - x^2} (4 - x^2)' \\ &= \frac{1}{4 - x^2} (-2x) = \frac{-2x}{4 - x^2}\end{aligned}$$

$$g''(x) = \left(\frac{-2x}{4-x^2} \right)'$$

$$= \frac{(-2x)'(4-x^2) - (-2x)(4-x^2)'}{(4-x^2)^2}$$

$$= \frac{-2(4-x^2) + 2x(-2x)}{(4-x^2)^2}$$

$$= \frac{-8 + 2x^2 - 4x^2}{(4-x^2)^2} = \frac{-2x^2 - 8}{(4-x^2)^2}$$

$$\frac{-2x^2 - 8}{(4-x^2)^2} = 0 \quad | \cdot (4-x^2)^2$$

$$-2x^2 - 8 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$2x^2 + 8 = 0$$

$$2x^2 = -8 \quad | :2$$

$$x^2 = -4$$

NEMA

$$x = \pm \sqrt{-4}$$

TOČKE

INFLEKSIJE

↓ NE POSTOJI

ZAKRIVLJENOST?

② $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$

DOMENA

$$x^2 - 2 \geq 0$$

$$x^2 \geq 2$$

$$x \geq \pm\sqrt{2}$$

$$D_f [-\sqrt{2}, +\infty)$$

ASIMPTOTE

V.A.

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \sqrt{2} - \sqrt{\sqrt{2}^2 - 2} = \sqrt{2}$$

NEMA V.A.

H.A.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 - 2} \cdot \frac{x + \sqrt{x^2 - 2}}{x + \sqrt{x^2 - 2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - (\sqrt{x^2 - 2})^2}{x + \sqrt{x^2 - 2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^2 - 2}{x + \sqrt{x^2 - 2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2}{x + \sqrt{x^2 - 2}} \stackrel{L'H}{=} \frac{0}{2} = 0 \quad y=0$$

K.A.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - 2}}{x} \stackrel{L'H}{=} \frac{0}{1} = 0 \quad \text{NEMA K.A.}$$

DERIVACIJA

$$f(x) = (x - \sqrt{x^2 - 2})'$$

$$= (x)' - (\sqrt{x^2 - 2})' \cdot (x^2 - 2)'$$

$$= 1 - \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 2}} \cdot 2x = 1 - \frac{2x}{2\sqrt{x^2 - 2}} = \frac{2\sqrt{x^2 - 2} - 2x}{2\sqrt{x^2 - 2}} \quad \times$$

$$f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}}$$

$$f''(x) = - \frac{1 \cdot \sqrt{x^2 - 2} - x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2 - 2}}}{x^2 - 2}$$

8) KONVEKSNOST I KONKAVNOST

LOURE RADOVIĆ

$$h''(x) = \left(\frac{2x^2 + 8x - 2}{(x^2 + 1)^2} \right)'$$

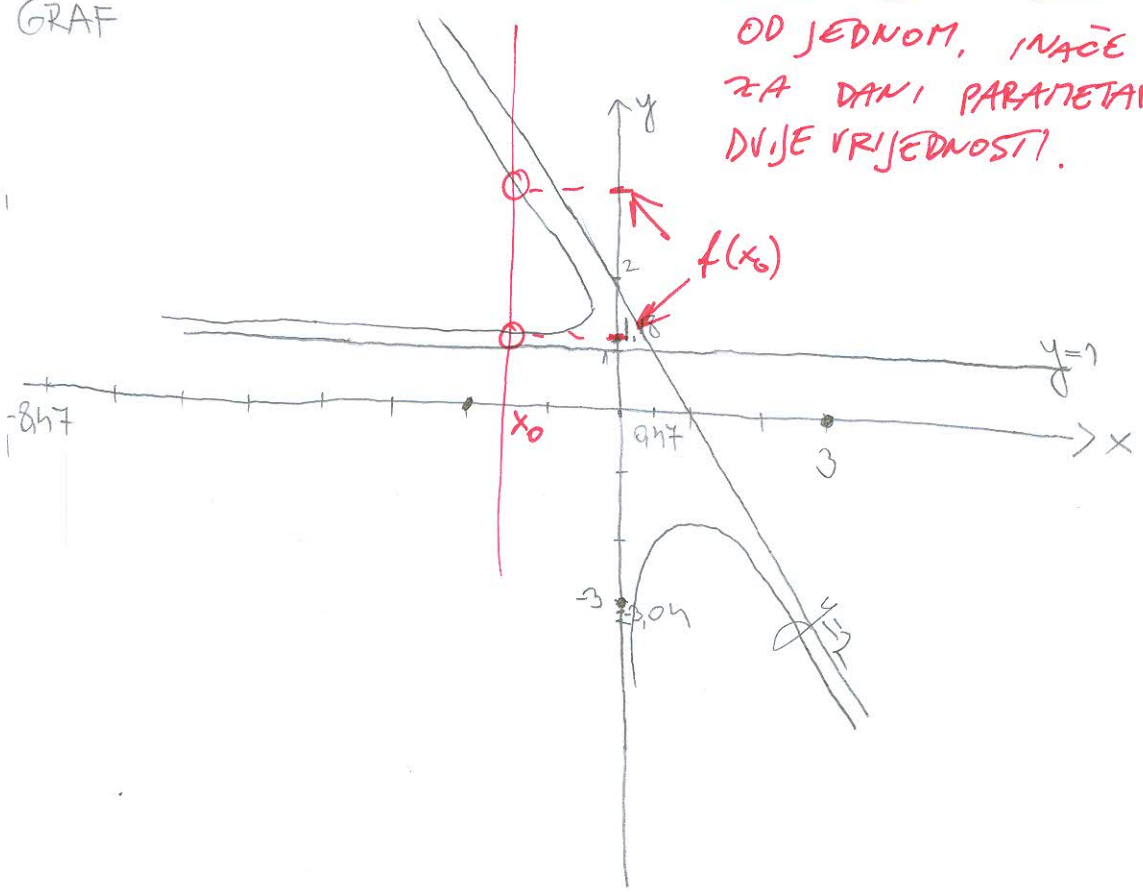
$$= \frac{(2x^2 + 8x - 2)'(x^2 + 1)^2 - (2x^2 + 8x - 2)((x^2 + 1)^2)'}{(x^2 + 1)^4}$$

$$= \frac{(4x + 8)(x^2 + 1)^2 - (2x^2 + 8x - 2) \cdot 2(x^2 + 1)(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^4}$$

$$= \frac{(4x + 8)(x^2 + 1) - (2x^2 + 8x - 2)(2x^2 + 2) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^4}$$

PARAMETRE: VERTIKALNI PRAVAC NIKAD NE SMIJE SJECI GRAF FUNKCIJE VIŠE OD JEDNOM, INAČE BI FUNKCIJA ZA DANI PARAMETAR IMALA DVIJE VRIJEDNOSTI.

GRAF



	y=2	
x	0	1
y	0	2

- MULTOČKE
 (3, 0)
 (-2, 0)
 EKSTREMI
 (-8.47, 1.18)
 (0.47, -3.04)

$$4) h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2+1)}{x^2 + 1}$$

1) DOMENA

$$x^2 + 1 \neq 0$$

$$x^2 \neq -1$$

$$x = \pm \sqrt{-1} \quad Df: \mathbb{R} \quad \checkmark$$

2) ASIMPTOTE

V.A. - NE POSTOJI

H.A.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - (2+1)}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 2 - 1}{x^2 + 1} \stackrel{!}{\cdot} \frac{1}{x^2} = \frac{1}{1} = 1 \quad y=1$$

K.A.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 2 - 1}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 2 - 1}{x^3 + x} \stackrel{!}{\cdot} \frac{1}{x^3} = \frac{0}{1} = 0 \quad k=0$$

$$l = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 2 - 1}{x^2 + 1} \stackrel{!}{\cdot} \frac{1}{x^2} = \frac{1}{1} = 1 \quad y=1$$

3) GLOBALNA SVOJSTVA - PARNOST I NEPARNOST

$$h(-x) = \frac{-x^2 - (-2x) - 2 - 1}{-x^2 + 1} = \frac{-x^2 + 2x - 2 - 1}{-x^2 + 1}$$

NITI PARNA NITI NEPARNA

4) NULTOČKE FUNKCIJE

$$\frac{x^2 - 2x - (2+1)}{x^2 + 1} = 0 \quad | \cdot (x^2 + 1)$$

$$x^2 - 2x - (2+1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 2 - 1 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{2+4}{2} = 3$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2}$$

$$x_2 = \frac{2-4}{2} = -2$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$(3, 0)$$

$$= \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$(-2, 0)$$

5) SECIŠTE S OSI y $(0, -3)$

$$h(0) = \frac{0^2 - 2 \cdot 0 - 2 - 1}{0^2 + 1} = \frac{-3}{1} = -3$$

⑤ DERIVACIJA

$$h(x) = \frac{x^2 - 2x - 2 - 1}{x^2 + 1} = \left(\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 1} \right)'$$

$$= \frac{(x^2 - 2x - 3)'(x^2 + 1) - (x^2 - 2x - 3)(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{(2x - 2)(x^2 + 1) - (x^2 - 2x - 3)2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{2x^3 + 2x - 2x^2 - 2 - 2x^3 + 4x^2 + 6x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{2x^2 + 8x - 2}{(x^2 + 1)^2}$$

⑥ KRITIČNE TOČKE

$$\frac{2x^2 + 8x - 2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \quad | \cdot (x^2 + 1)^2$$

$$x_1 = \frac{-8 + 8,94}{2} = 0,47$$

$$x_2 = \frac{-8 - 8,94}{2} = -8,47$$

$$2x^2 + 8x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2}$$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 16}}{2}$$

$$= \frac{-8 \pm 8,94}{2}$$

⑦ MONOTONOST

	$-\infty$	$-8,47$	$0,47$	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	+	
$f(x)$	\nearrow	\searrow	\nearrow	
		MAX	MIN	

$$f(-8,47) = \frac{(-8,47)^2 - 2(-8,47) - 3}{(-8,47)^2 + 1}$$

$$= 1,18$$

$$f(0,47) = \frac{(0,47)^2 - 2(0,47) - 3}{(0,47)^2 + 1}$$

$$= -3,04$$

$(-8,47, 1,18)$ $(0,47, -3,04)$

LOVRE RADONČIĆ

$$f''(x) = \left(\frac{2\sqrt{x^2-2} - 2x}{2\sqrt{x^2-2}} \right)'$$

$$= \frac{(2\sqrt{x^2-2})'(-2x) - (2\sqrt{x^2-2})(-2x)'}{(2\sqrt{x^2-2})^2}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x^2-2}} \right)'(-2x) - (2\sqrt{x^2-2})(-2)'}{(2\sqrt{x^2-2})^2}$$

$$= \frac{-\frac{2x}{2\sqrt{x^2-2}} + 4\sqrt{x^2-2}}{(2\sqrt{x^2-2})^2}$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

H2

IME I PREZIME: **DINO BADIĆKA**

BROJ INDEKSA:

- Riješiti jednačbu: $z^4 - (4 - i)^2 = 0$. Prikaži rješenja u kompleksnoj ravnini! 12+3
- Odrediti domenu, sve asimptote i drugu derivaciju funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$. ~~5+15+5~~
- Ispitati domenu, (ne)parnost i zakrivljenost grafa funkcije $g(x) = \ln(4 - x^2)$. ~~5+5+10~~
- Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2 + 1)}{x^2 + 1}$. Ne treba ispitivati zakrivljenost jer se izraz komplicira. 20(graf)
- Gaussovom metodom riješiti matricni sustav i obavezno provjeri rješenje: 15

$$\begin{aligned} x + 2y - z + u &= 2 \\ 2x + 5y - z + 2u &= 3 \\ 3x - y - 2z + u &= 2 \\ x - y + 3z - 5u &= 3 \end{aligned}$$

- Izračunati i provjeriti uvrštavanjem: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$. 5

Ukupno:

25

2.) $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$

$$x^2 - 2 \geq 0$$

$$x^2 \geq 2$$

$$x \leq -\sqrt{2} \quad x \geq \sqrt{2}$$

$$x \in \langle -\infty, -\sqrt{2} \rangle \cup \langle \sqrt{2}, +\infty \rangle \quad \checkmark$$

v.l. $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} x - \sqrt{x^2 - 2} = -\sqrt{2}$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} x - \sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{2}$$

H.A.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x - \sqrt{x^2 - 2} = -\infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x^2 - 2} &= \infty - \infty = 1 \cdot \sqrt{1 - \frac{2}{x^2}} \\ &= 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}}$$

$$f''(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2}} - x \cdot \frac{-\frac{1}{2} (x^2 - 2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x}{x^2 - 2}$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{x^2 - 2} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 2}}}{x^2 - 2}$$

$$3.) \quad g(x) = \ln(4 - x^2)$$

$$D: 4 - x^2 > 0$$

$$x \in (-2, 2) \quad \checkmark$$

$$x^2 < 4$$

$$-2 < x < 2$$

$$g(-x) = \ln(4 - (-x)^2) = \ln(4 - x^2) = g(x)$$

$$g(x) = g(-x) \quad \text{FUNKCIJA JE PARNJA} \quad \checkmark$$

$$f'(x) = \frac{1}{4-x^2} \cdot (-2x) = \frac{-2x}{4-x^2} \quad \checkmark$$

$$f''(x) = \frac{2(x^2-4) - 2x \cdot 2x}{(x^2-4)^2} = \frac{2x^2 - 8 - 4x^2}{(x^2-4)^2} = \frac{-2x^2 - 8}{(x^2-4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm 2$$

$$f''(x) = 0$$

$$-2x^2 = 8$$

$$x^2 = -4 \neq 0 \quad \text{~~XXXX~~}$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

	-2	1	0	1	2
$f'(x)$	-			-	
$f(x)$		\searrow		\searrow	

	-2	0	2
$f'(x)$	-		
$f(x)$		\searrow	\searrow

zaključ.

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

H2

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME:

JURE GENDA

BROJ INDEKSA:

0269081799

1. Riješiti jednačbu: $z^4 - (4 - i)^2 = 0$. Prikaži rješenja u kompleksnoj ravnini! 12+3
2. Odrediti domenu, sve asimptote i drugu derivaciju funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$. ~~5+15+5~~
3. Ispitati domenu, (ne)parnost i zakrivljenost grafa funkcije $g(x) = \ln(4 - x^2)$. 5+5+10
4. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2 + 1)}{x^2 + 1}$. Ne treba ispitivati zakrivljenost jer se izraz komplicira. 20(~~graf~~)
5. Gaussovom metodom riješiti matricni sustav i obavezno provjeri rješenje: 15

$$\begin{aligned}x + 2y - z + u &= 2 \\2x + 5y - z + 2u &= 3 \\3x - y - 2z + u &= 2 \\x - y + 3z - 5u &= 3\end{aligned}$$

6. Izračunati i provjeriti uvrštavanjem: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$.

5

Ukupno:

10

2. $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$

$x^2 - 2 \geq 0$

$x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$

$x^2 - 2 \mid \begin{matrix} -\infty & -\sqrt{2} & \sqrt{2} & +\infty \\ \oplus & \ominus & \ominus & \oplus \end{matrix}$

$x \in \langle -\infty, -\sqrt{2} \rangle \cup \langle \sqrt{2}, +\infty \rangle \checkmark$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2}} \cdot \cancel{x} = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}} \checkmark$

$f''(x) = -\frac{\sqrt{x^2 - 2} - x \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2}}}{x^2 - 2} \checkmark$

$= \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 2} \cdot (x^2 - 2)} - \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{x^2 - 2}$

\Rightarrow VERTIKALNE ASIMPTOTE NEMA

\Rightarrow HORIZONTALNE ASIMPTOTE NEMA

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - 2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{x} \right) \cdot \frac{1}{1} = 0$

\Rightarrow NEMA KOSIH ASIMPTOTA \times

3. $g(x) = \ln(4 - x^2)$

$4 - x^2 > 0$

$4 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

$4 - x^2 \mid \begin{matrix} -\infty & -2 & 2 & +\infty \\ \ominus & \oplus & \oplus & \ominus \end{matrix}$

$x \in \langle -2, 2 \rangle$

$g(-x) = \ln(4 - (-x)^2) =$

$= \ln(4 - x^2) = g(x)$

\Rightarrow F-ija je parna!

$g'(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}$

$g''(x) = \frac{2(x^2 - 4) - 2x \cdot 2x}{(x^2 - 4)^2} =$

$= \frac{2x^2 - 8 - 4x^2}{(x^2 - 4)^2} =$

$= \frac{-2x^2 - 8}{(x^2 - 4)^2}$

$-2x^2 - 8 = 0 \mid : (-2)$

$x^2 + 4 = 0$

\Rightarrow Nema točaka infleksije

$$4. h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2+1)}{x^2+1} = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2+1}$$

$D \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Doména je číselný skup \mathbb{R}

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{array} \right\} \text{NULTOČKY}$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= \frac{(2x-2)(x^2+1) - (x^2-2x-3) \cdot 2x}{(x^2+1)^2} \\ &= \frac{2x^3 + 2x - 2x^3 - 2 - 2x^3 + 4x^2 + 6x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x^2 + 8x - 2}{(x^2+1)^2} \end{aligned}$$

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16+4}}{2} =$$

SKICA GRAFA?

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: *Alen Mršević*

BROJ INDEKSA: *0112045569*

72

- Riješiti jednačbu: $z^4 - (4 - i)^2 = 0$. Prikaži rješenja u kompleksnoj ravni! ~~12+3~~
- Odrediti domenu, sve asimptote i drugu derivaciju funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$. 5+15+5
- Ispitati domenu, (ne)parnost i zakrivljenost grafa funkcije $g(x) = \ln(4 - x^2)$. 5+5+10
- Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2 + 1)}{x^2 + 1}$. Ne treba ispitivati zakrivljenost jer se izraz komplicira. 20(graf)
- Gaussovom metodom riješiti matricni sustav i obavezno provjeri rješenje: ~~15~~

$$\begin{array}{rcl} x + 2y - z + u & = & 2 \quad \times \\ 2x + 5y - z + 2u & = & 3 \quad \checkmark \\ 3x - y - 2z + u & = & 2 \quad \checkmark \\ x - y + 3z - 5u & = & 3 \quad \checkmark \end{array}$$

- Izračunati i provjeriti uvrštavanjem: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$. ~~5~~

Ukupno:

~~0~~

① $z^4 - (4 - i)^2 = 0$

$$(4 + i)^2 = 0$$

$$8 + 8i + i^2 = 0$$

$$i^2 + 8i + 8 = 0$$

$$-1 + 8i + 8 = 0$$

$$8i + 7 = 0 \quad \times$$

② $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$

$$\sqrt{x^2 - 2} \geq 0 \quad | \cdot^2$$

$$x^2 - 2 \geq 0$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2 \quad | \sqrt{\quad}$$

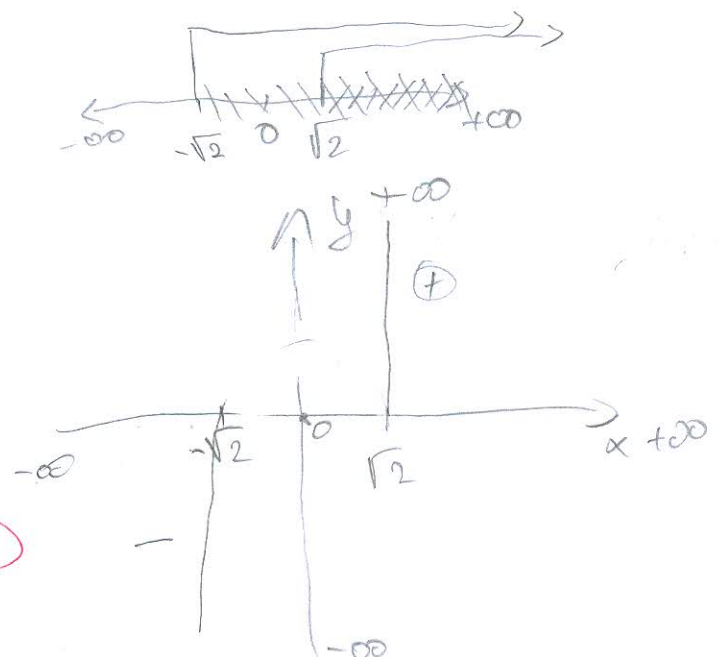
$$x = \sqrt{2}$$

$$x = -\sqrt{2}$$

$$\langle -\infty, -\sqrt{2} \rangle$$

$$[\sqrt{2}, +\infty)$$

$D_f = [\sqrt{2}, +\infty)$ X



$$\begin{array}{l|l} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & -5 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} R_1 - 2R_2 \\ R_2 - 2R_1 \\ R_3 - 3R_1 \\ R_4 - R_1 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l|l} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -7 & -5 & -2 \\ 0 & -3 & 4 & -6 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} R_1 - 2R_2 \\ R_3 + 7R_2 \\ R_4 + 3R_2 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & -11 \\ 0 & 0 & 7 & -6 & -6 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} R_1 + 7R_2 \\ R_3 - R_4 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l|l} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -5 \\ 0 & 0 & 7 & -6 & -6 \end{pmatrix} & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -5 \\ 0 & 0 & 7 & -6 & -6 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} R_1 + 3R_3 \\ R_2 + R_3 \\ R_4 - 7R_3 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l|l} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -17 & -16 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -6,5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -5,5 \\ 0 & 0 & 0 & -11 & 32,5 \end{pmatrix} & (1/11) \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -17 & -16 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -6,5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -5,5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -2,31 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} R_1 + 17R_4 \\ R_2 + R_4 \\ R_3 - R_4 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l|l} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 33,5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -9,41 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -8,41 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2,31 \end{pmatrix} & \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33,5 \\ -9,41 \\ -8,41 \\ -2,31 \end{pmatrix}$$

PROVJERA?

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

H2

IME I PREZIME: **IVAN-MAXIMILIAN SIMOVIĆ**

BROJ INDEKSA: **026 9060519**

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

1. Riješiti jednačinu: $z^4 - (4 - i)^2 = 0$. *Prikaži rješenja u kompleksnoj ravnini!* 12+3
2. Odrediti domenu, sve asimptote i drugu derivaciju funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$. 5+15+5
3. Ispitati domenu, (ne)parnost i zakrivljenost grafa funkcije $g(x) = \ln(4 - x^2)$. 5+5+10
4. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2 + 1)}{x^2 + 1}$. Ne treba ispitivati zakrivljenost jer se izraz komplicira. 20(graf)
5. Gausovom metodom riješiti matični sustav i obavezno provjeri rješenje: 15

$$\begin{aligned}x + 2y - z + u &= 2 \\2x + 5y - z + 2u &= 3 \\3x - y - 2z + u &= 2 \\x - y + 3z - 5u &= 3\end{aligned}$$

6. Izračunati i provjeriti uvrštavanjem: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$.

5

Ukupno:

2

5)

$$x + 2y - z + u = 2$$

$$2x + 5y - z + 2u = 3$$

$$3x - y - 2z + u = 2$$

$$x - y + 3z - 5u = 3$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & -5 & 3 \end{array} \right] \begin{array}{l} / \cdot (-2) \quad / \cdot (-3) \quad / \cdot (-1) \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -4 & 1 & -2 & -4 \\ 0 & -3 & 4 & -6 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} / \cdot (-1) \quad / \cdot 4 \quad / \cdot 3 \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & -1 & -5 \\ 4 & 4 & 6 & 5 & 10 \\ 3 & 3 & -1 & -3 & 15 \end{array} \right] ?$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: **IVAN JARIĆ**

BROJ INDEKSA: **0269081297**

H2

1. Riješiti jednačbu: $z^4 - (4 - i)^2 = 0$. Prikaži rješenja u kompleksnoj ravni! 12+3
2. Odrediti domenu, sve asimptote i drugu derivaciju funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$. 5+15+5
3. Ispitati domenu, (ne)parnost i zakrivljenost grafa funkcije $g(x) = \ln(4 - x^2)$. 5+5+10
4. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2 + 1)}{x^2 + 1}$. Ne treba ispitivati zakrivljenost jer se izraz komplicira. 20(graf)
5. Gaussovom metodom riješiti matricni sustav i obavezno provjeri rješenje: 15

$$\begin{aligned}x + 2y - z + u &= 2 \\2x + 5y - z + 2u &= 3 \\3x - y - 2z + u &= 2 \\x - y + 3z - 5u &= 3\end{aligned}$$

6. Izračunati i provjeriti uvrštavanjem: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$.

5

Ukupno:

~~0~~

1.) $z^4 - (4 - i)^2 = 0$

5.)

1	2	-1	1	2
2	5	-1	2	3
3	-1	-2	1	2
1	-1	3	-5	3

1	2	-1	1	= 2
2	5	-1	2	= 3
3	-1	-2	1	= 2
1	-1	3	-5	= 3

$$4) h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2+1)}{x^2 + 1}$$

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME:

LUKA ŽILOSIĆ

BROJ INDEKSA:

17-2-003-2010

H2

1. Riješiti jednačbu: $z^4 - (4 - i)^2 = 0$. Prikaži rješenja u kompleksnoj ravnini! 12+3
2. Odrediti domenu, sve asimptote i drugu derivaciju funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$. 5+15+5
3. Ispitati domenu, (ne)parnost i zakrivljenost grafa funkcije $g(x) = \ln(4 - x^2)$. 5+5+10
4. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2 + 1)}{x^2 + 1}$. Ne treba ispitivati zakrivljenost jer se izraz komplicira. 20(graf)
5. Gaussovom metodom riješiti matični sustav i obavezno provjeri rješenje: 15

$$\begin{aligned}x + 2y - z + u &= 2 \\2x + 5y - z + 2u &= 3 \\3x - y - 2z + u &= 2 \\x - y + 3z - 5u &= 3\end{aligned}$$

6. Izračunati i provjeriti uvrštavanjem: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$.

~~5~~

Ukupno:

~~0~~

②

$$\begin{aligned}x &= 0 \\x &\neq 0 \\ \sqrt{x^2 - 2} &= 0 \\ x^2 - 2 &> 0 \\ x^2 &> 2 \\ x &> \sqrt{2}\end{aligned}$$

$$D \in (-\infty, 0) \cup (\sqrt{2}, +\infty) \quad \times$$

⑥

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{x}{|x|}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{0} = \frac{0}{0}$$

5

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 12 \\ 2 & 5 & -1 & 2 & 13 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & 12 \\ 1 & -1 & 3 & -5 & 13 \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

\sim

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ & & & & 1 \\ & & & & 1 \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$r_0(-2) + 2r_1$

osti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

7/2

IME I PREZIME: **BERO SMIRČIĆ**

BROJ INDEKSA: **17-1-0168-2013**

- 1. Riješiti jednačbu: $z^4 - (4 - i)^2 = 0$. *Prikaži rješenja u kompleksnoj ravnini!* 12+3
- 2. Odrediti domenu, sve asimptote i drugu derivaciju funkcije $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2}$. 5+15+5
- 3. Ispitati domenu, (ne)parnost i zakrivljenost grafa funkcije $g(x) = \ln(4 - x^2)$. 5+5+10
- 4. Na temelju ispitivanja toka funkcije napraviti skicu grafa funkcije $h(x) = \frac{x^2 - 2x - (2 + 1)}{x^2 + 1}$. Ne treba ispitivati zakrivljenost jer se izraz komplicira. 20(graf)
- 5. Gaussovom metodom riješiti matrični sustav i obavezno provjeri rješenje: 15

$$\begin{aligned} x + 2y - z + u &= 2 \\ 2x + 5y - z + 2u &= 3 \\ 3x - y - 2z + u &= 2 \\ x - y + 3z - 5u &= 3 \end{aligned}$$

6. Izračunati i provjeriti uvrštavanjem: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$.

5

1. $z^4 - (4 - i)^2 = 0$

Ukupno: