

odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME:

BROJ INDEKSA:

Tomislav Kaljević

17-01-0052-2011

Broj ↓

bodova

1. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 1$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint_{\partial K} 2dS$? 20

2. Izračunati $\iint_{\partial K} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ gdje je $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} x^2 + y^2 \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$ i ∂K rub kugle K radijusa 1 s centrom u točki $T(2, 1, 0)$, a koji je orijentiran vanjskom normalom. 20

3. Izračunati integral funkcije $f(x, y) = x$ na krugu radijusa $r = 2$ sa središtem u $T(1, 0)$. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednačnu: 20

$$x''(t) + 3x(t) = 1, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

5. Zadana je parametrizacija $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + \frac{1}{2}t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$.

Izračunaj $\int_C f ds$. 20

Ukupno:

15

3) $f(x, y) = x$

$r = 2$

$T(1, 0)$

$x = r \cos \varphi + 1$ ✓

$y = r \sin \varphi$ ✓

$dx dy = r dr d\varphi$

$r \in [0, 2]$

$\varphi \in [0, 2\pi]$

$\int_0^{2\pi} \int_0^2 (r \cos \varphi + 1) r dr d\varphi = \int_0^{2\pi} \left(\frac{r^2}{2} \cos \varphi + 1 \right) \Big|_0^2 \cdot r d\varphi =$ 15

$= \int_0^{2\pi} \left(\frac{2^2}{2} \cdot \cos \varphi + 1 \right) - \left(\frac{0^2}{2} \cdot \cos \varphi + 1 \right) \cdot 2 d\varphi =$ X

$= \int_0^{2\pi} (2 \cdot \cos \varphi) - (1 + 1) \cdot 2 d\varphi = \int_0^{2\pi} 2 \cos \varphi - 4 d\varphi =$

$= (-2 \sin \varphi - 4\varphi) \Big|_0^{2\pi} = (-2 \sin 2\pi - 4 \cdot 2\pi) - (-2 \sin 0 - 4 \cdot 0) \cdot 2\pi = -4 + 4 \cdot 2\pi = 0$

$$\textcircled{4} \quad x''(t) + 3x(t) = 1 \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$$

$$s^2 \cancel{x(t)} - s x(0) - x'(0) + 3 \cdot (\cancel{X(s)}) = \frac{1}{s}$$

$$s^2 x(t) - s x(0) - x'(0) + 3 X(s) = \frac{1}{s}$$

$$\underline{s^2 x(t) - s \cdot 0 - 0 + 3 X(s)} = \frac{1}{s}$$

$$(X(s)) (s^2 + 3) = \frac{1}{s} \quad / \cdot \frac{1}{s^2 + 3}$$

$$X(s) = \frac{1}{s \cdot (s^2 + 3)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + 3} \quad / \cdot s(s^2 + 3)$$

$$1 = A \cdot (s^2 + 3) + (Bs + C) \cdot s$$

$$1 = As^2 + 3A + Bs^2 + Cs$$

$$\boxed{3A = 1} \quad \boxed{B = 0} \quad \boxed{C = 0}$$
$$A = \frac{1}{3} \quad \times$$

$$X(s) = \frac{\frac{1}{3}}{s} + \frac{0 + 0}{s^2 + 3} = \frac{1}{3} \quad \times$$

Tomislav Kaljev

17-01-0052-2011

1) $r=1$ $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$

$T(0,0)$

$\iint_S 2 \, ds = ?$

$r \in [0,1]$

∂K

$z \in [0, \sqrt{1-x^2-y^2}]$

$x = r \cos \varphi$

$\varphi \in [0, 2\pi]$

$y = r \sin \varphi$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \int_0^1 \underline{\underline{2}} \, dr \, dz \, d\varphi$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME:

JASMIN NEKIĆ

BROJ INDEKSA:

17-1-0058-2011

1. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 1$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint_{\partial K} 2dS$? 20

2. Izračunati $\iint_{\partial K} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ gdje je $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} x^2 + y^2 \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$ i ∂K rub kugle K radijusa 1 s centrom u točki $T(2, 1, 0)$, a koji je orijentiran vanjskom normalom. 20

3. Izračunati integral funkcije $f(x, y) = x$ na krugu radijusa $r = 2$ sa središtem u $T(1, 0)$. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednačbu: 20

$$x''(t) + 3x(t) = 1, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

5. Zadana je parametrizacija $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + \frac{t}{2}\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

Ukupno:

4.

$$x''(t) + 3x(t) = 1$$

$$s^2 F(s) - s x(0) - x'(0) + 3F(s) = 1$$

$$s^2 F(s) - 0 - 0 + 3F(s) = 1$$

$$F(s) = \frac{1}{s^2 + 3}$$

NEMA U TABLICI!

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME:

TOUY CAR

BROJ INDEKSA:

17-2-0045-2010

1. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 1$ sa centrom u ishodištu, $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. Kako preko definicije izračunati $\iint_{\partial K} 2dS$? 20

2. Izračunati $\iint_{\partial K} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ gdje je $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} x^2 + y^2 \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$ i ∂K rub kugle K radijusa 1 s centrom u točki $T(2, 1, 0)$, a koji je orijentiran vanjskom normalom. 20

3. Izračunati integral funkcije $f(x, y) = x$ na krugu radijusa $r = 2$ sa središtem u $T(1, 0)$. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednažbu: 20

$$x''(t) + 3x(t) = 1, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

5. Zadana je parametrizacija $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + \frac{1}{2}t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

Ukupno:

