MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: ZLATKO LALIĆ BROJ INDEKSA: 57676-2009.

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: 20

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\vec{k}\ .$$

Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: 20

$$\iint_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\,,$$

gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0,2)$ i $B(2,0)$.

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. 20

5. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x,y,z) = (y,z,x)$ i krivulja zadana parametrizacijom 20

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0,\pi].$$

Ukupno: 60

5.

$$r(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\cos t \\ \frac{1}{2}\sin t \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \qquad w = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sin t \\ \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{1}{2}\cos t \end{bmatrix}$$

$$r'(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\sin t \\ \frac{1}{2}\cos t \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\int w\,dr = \int_a^b w\,r(t) \cdot r'(t)\,dt$$

$$w = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sin t \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2}\cos t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\sin t \\ \frac{1}{2}\cos t \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4}\sin^2 t \\ \frac{\sqrt{3}}{4}\cos t \\ 0 \end{bmatrix} = \int_0^{\pi} \left(-\frac{1}{4}\sin^2 t + \frac{\sqrt{3}}{4}\cos t\right) dt$$

15

$$\int_0^\pi -\frac{1}{4}\cdot\frac{1-\cos 2t}{2}\,dt + \int_0^\pi \frac{\sqrt{3}}{4}\cos t\,dt$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\int_0^\pi dt + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\int_0^\pi \cos 2t\,dt + \underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\sin t\Big|_0^\pi}_{=0}$$

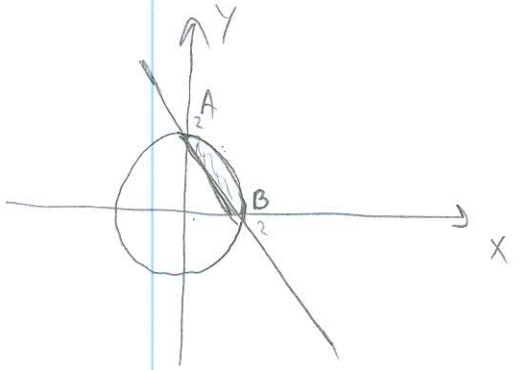
$$\int\cos 2t = \left\{\begin{array}{l} 2t = z \\ 2dt = dz \\ dt = \frac{dz}{2}\end{array}\right.$$

$$= -\frac{1}{8}t\Big|_0^\pi + \underbrace{\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2}(\sin 2\pi - \sin 0)}_{=0}$$

$$= \frac{1}{2}\int\cos z\,dz = \frac{1}{2}\sin z = \frac{1}{2}\sin 2t$$

$$= -\frac{\pi}{8}$$

3.



krug

$x^2+y^2=4$

$r^2=4 \,/\sqrt{}$

$r=\pm 2$

$\varphi\in(0,2\pi)$

$r\in(0,2)$

$x=r\cos\varphi$

$y=r\sin\varphi$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^2 (r\cos\varphi\cdot r\sin\varphi)\,r\,dr\,d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} r^3\int_0^2 \cos\varphi\sin\varphi\,dr\,d\varphi$$

I_1

$$I_1 = \int\cos\varphi\sin\varphi\,d\varphi = \left\{\begin{array}{l}\sin\varphi = z \\ \cos\varphi\,d\varphi = dz\end{array}\right.$$

$$= \int z\,dz = \frac{z^2}{2}$$

$$I_1 = \frac{\sin^2\varphi}{2}$$

$$= \int_0^2 r^3\,\frac{\sin^2\varphi}{2}\Big|_0^{2\pi} dr = r^3\underbrace{\frac{\sin 2\pi^2}{2}}_{=0} - r^3\underbrace{\frac{\sin 0}{2}}_{=0}$$

$$= 0$$

ZLATKO LALIĆ

1. 1

$$F(s) = \frac{1}{s^2} + \frac{2}{s} - 1 \cdot \frac{s}{s^2+1} + \frac{0}{s^2+1}$$

$$f(s) = t + 2 - \cos t$$

PROVJERA

$f(0) = 1$

$f(0) = 0 + 2 - \underbrace{\cos 0}_{=1} = 1$

$f''(0) = 0 + 0 + 1 = 1$

$f'(0) = 1 + 0 + 0 = 1$

2.

$$\operatorname{rot} \vec{g} = \nabla \times \vec{g} = \begin{bmatrix} \partial x \\ \partial y \\ \partial z \\ \partial x \\ \partial y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

VEKTORSKO POLJE JE POTENCIJALNO ZA

$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$

OVO ZNAČI DA NIJE ROTACIONO ✓

ONDA ~~NIJE~~ JEST POTENCIJALNO ✓

POGREŠNO POLJE JE PROVJERAVANO!

TREBALO JE

$$f(x, y, z) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix}$$

0

1. $f'''(t) + f'(t) = 1 \quad f''(0)=1, \; f'(0)=1, \; f(0)=1$

$$\big[s^3 F(s) - s^2 \underset{=1}{f(0)} - s \underset{=1}{f'(0)} - \underset{=1}{f''(0)}\big] + \big[sF(s) - \underset{=1}{f(0)}\big] = \frac{1}{s}$$

$$s^3 \underline{F(s)} - s^2 - s - 1 + s\underline{F(s)} - 1 = \frac{1}{s}$$

$$F(s)\left(s^3 + s\right) = \frac{1}{s} + s^2 + s + 1 + 1$$

$$F(s)\left(s^3 + s\right) = \frac{1}{s} + s^2 + s + 2$$

$$F(s)\left(s^3 + s\right) = \frac{1 + s^3 + s^2 + 2s}{s} \quad \Big| : (s^3 + s)$$

$$F(s) = \frac{1 + s^3 + s^2 + 2s}{(s^4 + s^2)} \qquad (s^4 + s^2) = s^2(s^2 + 1)$$

$$\frac{1 + s^3 + s^2 + 2s}{s^2(s^2+1)} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{Cs + D}{s^2 + 1} \quad \Big| \cdot s^2(s^2+1)$$

$$1 + s^3 + s^2 + 2s = A(s^2+1) + Bs(s^2+1) + (Cs + D)(s^2)$$

$$1 + s^3 + s^2 + 2s = As^2 + A + Bs^3 + Bs + Cs^3 + Ds^2$$

$s^3: B + C = 1$ ✓ $\Rightarrow 2 + C = 1$

$\boxed{C = -1}$

$s^2: A + D = 1$ ✓

$s^1: \boxed{B = 2}$ ✓ $\Rightarrow 1 + D = 1$

$\boxed{D = 0}$

$s^0: \boxed{A = 1}$ ✓

4. $z = x^2 + y^2 \quad , \quad z = 5$

ZLATKO LALIĆ

$x^2 + y^2 = z$

$r^2 = z \quad / \sqrt{\ } \quad \Rightarrow \quad z = r^2$

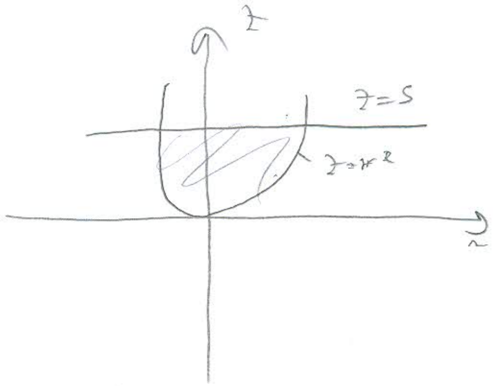
$r = \sqrt{z} \qquad z = 5$

$r = \sqrt{5}$

$r \in [0, \sqrt{5}]$

$z \in [r^2, 5]$

$\varphi \in [0, 2\pi)$



$$V = \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{5}} \int_{r^2}^{5} r \, dr \, d\varphi \, dz = 2\pi \int_0^{\sqrt{5}} dr \int_{r^2}^{5} r \, dz$$

$$= 2\pi \int_0^{\sqrt{5}} r z \Big|_{r^2}^{5} dr = 2\pi \int_0^{\sqrt{5}} r(5 - r^2) \, dr$$

$$= 2\pi \int_0^{\sqrt{5}} (5r - r^3) \, dr = 2\pi \left(5 \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right) \Bigg|_0^{\sqrt{5}}$$

$$= 2\pi \left[\frac{5}{2} (\sqrt{5})^2 - \frac{(\sqrt{5})^4}{4} \right] = 2\pi \left[\frac{25}{2} - \frac{25}{4} \right] = 2\pi \left(\frac{25}{4} \right) = \frac{25}{2} \pi$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: ŠIME MATANOVIĆ BROJ INDEKSA: 57655

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: 20

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\vec{k}\ .$$

Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: ~~20~~

$$\iint_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\,,$$

gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0,2)$ i $B(2,0)$.

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. 20

5. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x, y, z) = (y, z, x)$ i krivulja zadana parametrizacijom ~~20~~

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0, \pi].$$

Ukupno: 40

1.] $f'''(t) + f'(t) = 1 \qquad f''(0) = 1 \quad f'(0) = 1\ , f(0) = 1$

$$s^3F(s) - s^2\underbrace{f(0)}_{1} - s\underbrace{f'(0)}_{1} - \underbrace{f''(0)}_{1} + sF(s) - \underbrace{f(0)}_{1} = \frac{1}{s}$$

$s^4 + 1^2$

$s^2(s^2+1)$

$$s^3F(s) - s^2 - s - 1 + sF(s) - 1 = \frac{1}{s}$$

$$s^3F(s) - s^2 - s - 2 + sF(s) = \frac{1}{s}$$

$$F(s)(s^3+s) = \frac{1}{s} + s^2 + s + 2$$

$$F(s)(s^3+s) = \frac{1 + s^2(s) + s(s) + 2(s)}{s}$$

$$F(s)(s^3+s) = \frac{1 + s^3 + s^2 + 2s}{s}$$

$$F(s)(s^3+s) = \frac{s^3+s^2+2s+1}{s} \quad /: s^3+1$$

$$F(s) = \frac{s^3+s^2+2s+1}{(s^3+s)(s)}$$

$$F(s) = \frac{s^3+s^2+2s+1}{s^2(s^2+1)}$$

$$F(s) = \frac{s^3+s^2+2s+1}{s^2(s^2+1)} \qquad F(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{Cs+D}{s^2+1}$$

$$s^3+s^2+2s+1 = As(s^2+1) + B(s^2+1) + (Cs+D)(s^2)$$

$$s^3+s^2+2s+1 = As^3+As+Bs^2+B+Cs^3+Ds^2$$

$1 = A + C$

$1 = B + D$

$2 = A \longrightarrow \boxed{A=2}$

$1 = B \longrightarrow \boxed{B=1}$

$A+C=1$

$2+C=1$

$C=1-2$

$\boxed{C=-1}$

$B+D=1$

$1+D=1$

$D=1-1$

$\boxed{D=0}$

$$F(s) = 2\cdot\frac{1}{s} + 1\cdot\frac{1}{s^2} - 1\cdot\frac{s}{s^2+1}$$

$$\boxed{f(s) = 2+t-\cos(t)}$$

PROVJERA:

$f(t) = 2+t-\cos(t)$ ✓ 20

$f'(t) =$

$f'(t) = 1+\sin(t)$

$f''(t) = \cos(t)$

$f'''(t) = -\sin(t)$

$-\sin(t) + 1 + \sin(t) = 1$

$\boxed{1=1}$

1. $z = x^2 + y^2$, $z = 5$ $x^2 + y^2 = r^2$

$z = r^2$ $z = r^2$

$r^2 = z$

$r = \sqrt{z}$

$\boxed{r = \sqrt{5}}$

~~$\varphi \in [0, 2\pi]$~~
~~$r \in [0, \sqrt{5}]$~~
~~$z \in [0, \sqrt{5}]$~~

$\varphi \in [0, 2\pi]$
$r \in [0, \sqrt{5}]$
$z \in [r^2, 5]$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}}\int_{r^2}^{5} r\,dr\,d\varphi\,dz = \int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}} r(5-r^2)\,d\varphi\,dr =$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}} 5r - r^3\,d\varphi\,dr = \int_0^{2\pi} 5\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4}\Big|_0^{\sqrt{5}} d\varphi =$$

$$= \int_0^{2\pi} 5\cdot\frac{(\sqrt{5})^2}{2} - \frac{(\sqrt{5})^4}{4}\,d\varphi = \int_0^{2\pi} 5\cdot\frac{5}{2} - \frac{5^2}{4}\,d\varphi =$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{25}{2} - \frac{25}{4}\,d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{50-25}{4}\,d\varphi = \int_0^{2\pi}\frac{25}{4}\,d\varphi = \frac{25}{4}\cdot 2\pi =$$

$$\boxed{\frac{25}{2}\pi}$$

20

ŠIME MATANOVIĆ
57651

ŠIME MATANOVIĆ
57655

5. $x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0, \pi]$

$$r(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\cos t \\ \frac{1}{2}\sin t \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \qquad r'(t) = \begin{pmatrix} -2\sin t \\ 2\cos t \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\|r'(t)\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(-2\sin t)^2 + (2\cos t)^2 + 0^2}$$

$$= \sqrt{4\sin^2 t + 4\cos t^2} = \sqrt{4(\underbrace{\sin t^2 + \cos t^2}_{1})} = \sqrt{4} = 2$$

$$\int_0^{\pi}\int_0^{2} r\,dt = \int_0^{\pi}\int_0^{2} 2r\,dt = \cancel{\ldots}$$

$$\int_0^{\pi}\int_0^{2} \cancel{r\,dr\,dt} = \int_0^{\pi}\int_0^{2} r\,dt\,d = \int_0^{\pi} \frac{r^2}{2}\Big|_0^2 dt = \int_0^{\pi} \frac{2^2}{2}\,dt = \frac{4}{2}\cdot\pi$$

$$\boxed{= \frac{4}{2}\pi}$$

SIME MATANOVIĆ
57655

3. $\iint xy \, dx\,dy$ $\quad x \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ $\quad y \in [$

$A(0,2)$

$B(2,0)$

$x^2+y^2=4$

$r^2=4$

$r=\sqrt{4}$

$r=2$

$(x_2-x_1)(y-y_1)=(y_2-y_1)(x-x_1)$

$AB \ldots (2-0)(y-0)=(0-2)(x-0)$

$2(y)=(-2)(x)$

$2y=-2x \quad /:2$

$\boxed{y=-x}$ $\quad \boxed{x=-y}$

$-x=y \quad /\cdot(-1)$

$x^2+(-x)^2=4$

$x^2+x^2=4$

$2x^2=4 \quad /:2$

$x^2=2$

$x_{1,2}=\pm\sqrt{2}$

REZULTAT:

$\boxed{-\frac{14}{7}}$

OPĆA JEDNADŽBA KRUŽNICE

$(x-x_0)(y-y_0)=x^2+y^2$

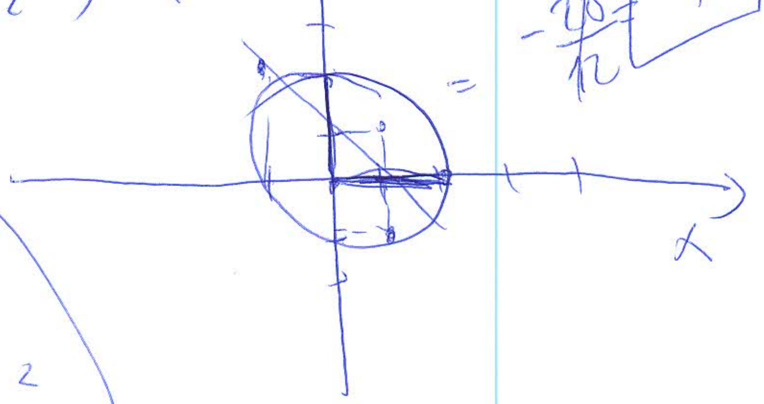
$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \int_{y^2}^{-y} y \, dx\,dy = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} y(-y-y^2)\,dx =$

$= \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} -y^2-y^3 \, dx =$

$= -\frac{y^3}{3}-\frac{y^4}{4}\Big|_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = \left(\frac{(-\sqrt{2})^3}{3}-\frac{(\sqrt{2})^4}{4}\right)-\left(-\frac{(-\sqrt{2})^3}{3}-\frac{(-\sqrt{2})^4}{4}\right)=$

$=\left(-\frac{2}{3}-\frac{4}{4}\right)-\left(-\frac{-2}{3}-\frac{(-2)^2}{4}\right)=\frac{-20-8}{12}$

$=\left(\frac{-8-12}{12}\right)-\left(\frac{2}{3}-\frac{4}{4}\right)=\frac{-20}{12}-\frac{2}{3}=-\frac{28}{12}=\boxed{-\frac{14}{7}}$



x	0	1	-1	-2
$y=-x$	0	-1	1	2

y	0	1	-1	
$x=-y$	0	-1	1	

$$\frac{1}{2}\cdot 3^{-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3^{-\frac{1}{2}}}{2}}{2}$$

$\frac{1}{2}-1 \quad \frac{1-2}{2}$

$\left(\frac{3^{\frac{1}{2}}}{2}\right)' =$

$x'(t) =$

$(2x)' = 2$

$x' = x^{2-1} =$

$\frac{1}{2}-1 \quad \frac{1-2}{2}$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)'$ $\quad (2)'$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{3^{\frac{1}{2}}}{2}\right)' =$

$3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\cdot 3^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{1}}\right)^{-\frac{1}{2}}$

$(2x)' = (2)' = 0$

$\sqrt{3}$

$\frac{3^{-\frac{1}{2}}}{4} = \frac{3}{\sqrt{4}} = \boxed{\frac{3}{2}}$

$f(t) = 2 + t - \cos(t)$

$\cancel{-\sin t} + 1 + \cancel{\sin t} = 1$

$x^{-1} = 1'$

$f'(t) = 1 + \sin(t)$

$1 = 1$

$1' = 0$

$f''(t) = \cos(t)$

$(2)' =$

$f'''(t) = -\sin t$

$$\int_0^{\pi}\int_0^{2} r\,dt = \int_0^{\pi} \frac{r^2}{2}\Big|_0^2 dt \quad \int_0^{\pi} \frac{2^2}{2} = \int_0^{\pi} \frac{4}{2}\,dt = 2\pi$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: LUKA STIPIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0083-2011

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: 20

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\,\vec{k}\ .$$

Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: ~~20~~

$$\iint\limits_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\,,$$

gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0,2)$ i $B(2,0)$.

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. 20 20

5. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x,y,z) = (y,z,x)$ i krivulja zadana parametrizacijom ~~20~~

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0,\pi].$$

Ukupno: 20

4. PARABOLOID

$z = x^2 + y^2$

$z = 5$

$z = r^2$

$x = r\cos\varphi$

$y = r\sin\varphi$

$z = z$

$dx\,dy\,dz = r\,dr\,d\varphi\,dz$

$\varphi \in [0, 2\pi]$

$z \in [r^2, 5]$

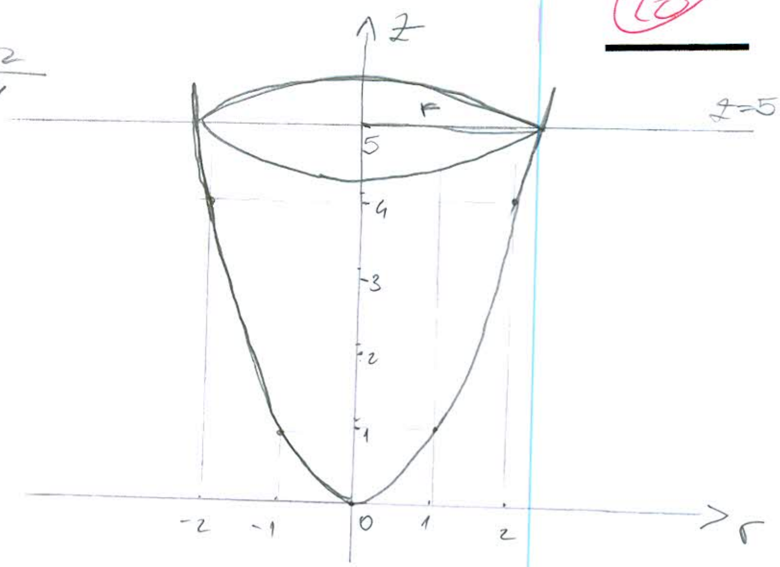
$z = r^2$

$r^2 = 5$

$r = \sqrt{5}$

$r \in [0, \sqrt{5}]$

r	0	-1	1	2	-2
$z=r^2$	0	1	1	4	4



$$V = \int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}}\int_{r^2}^{5} 1\, r\,dz\,dr\,d\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}} r\cdot(5-r^2)\,dr\,d\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}} (5r - r^3)\,dr\,d\varphi =$$

$$= \int_0^{2\pi} \left(\frac{5}{2}r^2 - \frac{1}{4}r^4\right)\Big|_0^{\sqrt{5}} d\varphi = \int_0^{2\pi}\left(\frac{25}{2} - \frac{25}{4}\right)d\varphi = \int_0^{2\pi}\left(\frac{50-25}{4}\right)d\varphi = \int_0^{2\pi}\frac{25}{4}\,d\varphi$$

$$= \frac{25}{4}\varphi\Big|_0^{2\pi} = \frac{25}{4}\cdot 2\pi = \frac{25}{2}\pi$$

3. $\iint_S x \cdot y \, dx\,dy$

$x^2+y^2=4$

$T(0,0)$

$r=2$

$x=r\cos\varphi$

$y=r\sin\varphi$

$dx\,dy=r\,dr\,d\varphi$

$\varphi\in[0,2\pi]$

$r\in[0,2]$

$$\iint_S xy\,dx\,dy=\int_0^{2\pi}\int_0^2 (r\cos\varphi\cdot r\sin\varphi)\,r\,dr\,d\varphi$$

$$=\int_0^{2\pi}\int_0^2 r^2\cdot(\cos\varphi\cdot\sin\varphi)\,dr\,d\varphi=\int_0^{2\pi}\left(\frac{r^3}{3}(\cos\varphi\cdot\sin\varphi)\right)\Big|_0^2\,d\varphi$$

$$=\int_0^{2\pi}\frac{8}{3}(\cos\varphi\cdot\sin\varphi)\,d\varphi=\left|\begin{array}{l}\cos\varphi=t\\ -\sin\varphi\,d\varphi=dt\\ \sin\varphi\,d\varphi=-dt\end{array}\right|,\ -\int t\,dt=-\frac{t^2}{2}$$

$$=-\frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{6}_{3}}\cdot\cos^2\varphi\Big|_0^{2\pi}=-\frac{4}{3}+\frac{4}{3}=0$$

$A\overset{x_1\ y_1}{(0,2)}\quad B\overset{x_2\ y_2}{(2,0)}$

$(x_2-x_1)(y-y_1)=(y_2-y_1)(x-x_1)$

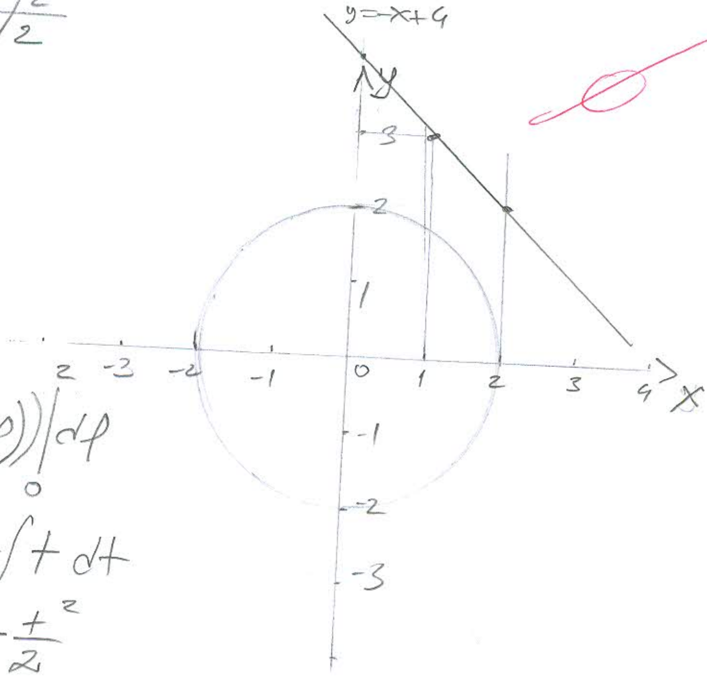
$(2-0)(y-2)=(0-2)(x-0)$

$2y-4=-2x$

$2y=-2x+4$

$y=-x+4$

x	0	1	2
y	4	3	2



$f'''(t) + f'(t) = 1 \qquad f''(0)=1,\ f'(0)=1,\ f(0)=1$

$s^3F(s) - s^2f(0) - sf'(0) - f''(0) + sF(s) - f(0) = \cancel{1}\ \frac{1}{s}$

$s^3F(s) - s^2 - s - 1 + sF(s) - 1 = 1$

$s^3F(s) + sF(s) = 1+1+1+s^2+s$

$F(s)\cdot(s^3+s) = s^2+s+3$

$$F(s) = \frac{s^2+s+3}{s^3+s} = \frac{s^2+s+3}{s\cdot(s^2+1)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+1} \Big/ \cdot s(s^2+1)$$

$s^2+s+3 = A\cdot(s^2+1) + (Bs+C)\cdot s$

$s^2+s+3 = As^2 + A + Bs^2 + Cs$

$A+B=1$

$C=1$

$A=3$

$3+B=1$

$B=1-3$

$B=-2$

$$F(s) = 3\cdot\frac{1}{s} - 2\cdot\frac{s}{s^2+1} + \frac{1}{s^2+1}$$

$= 3 - 2\cdot\cos t + \sin t$

$f(0) = 3 - 2\cdot 1 + 0 = 3-2 = 1$

$f'(t) = 2\sin t + \cos t$

$f'(0) = 2\sin 0 + \cos 0 = 1$

$f''(t) = 2\cos t - \sin t$

$f''(0) = 2\cos 0 - \sin 0 = 2$

$f''(t) = -2\cos t - \cos t$

SIPIC

0

$$3 \cdot \frac{1}{s} - 2 \cdot \frac{s}{s^2+1} + \frac{1}{s^2+1}$$

$$\frac{3 \cdot (s^2+1) - 2s^2 + s}{s \cdot (s^2+1)} = \frac{3s^2+3-2s^2+s}{s \cdot (s^2+1)} = s^2+s+3$$

1) $f'''(t) + f'(t) = 1$, $f''(0)=1$, $f'(0)=1$, $f(0)=1$ 17-2-0083-2011

$s^3F(s) - s^2f(0) - sf'(0) - f''(0) + sF(s) - f(0) = 1$

$s^3F(s) - s^2 - s - 1 + sF(s) - 1 = 1$

$s^3F(s) + sF(s) = 3 + s^2 + s$

$F(s)\cdot(s^3+s) = 3 + s^2 + s$

$F(s) = \frac{3+s^2+s}{(s^3+s)} = \frac{3+s^2+s}{s\cdot(s^2+1)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+1} \Big/ s\cdot(s^2+1)$

$s^2+s+3 = A\cdot(s^2+1) + (Bs+C)\cdot s$

$s^2+s+3 = As^2 + A + Bs^2 + Cs$

$C = 1$

$A = 3$

$A + B = 1$

$3 + B = 1$

$B = -2$

$F(s) = 3 \cdot \frac{1}{s} - 2\frac{s}{s^2+1} + \frac{1}{s^2+1}$

$f(t) = 3\cdot 1 - 2\cdot\cos t + \sin t$

$f(0) = 3 - 2\cdot\cos 0 + \sin 0$

$= 3 - 2 = 1$

$f'(t) = 2\sin t + \cos t$

$f'(0) = 2\cdot\sin 0 + \cos 0$

$= 1$

$f''(t) = 2\cos t - \sin t$

$= 2$

$\frac{3}{s} - 2\frac{s}{s^2+1} + \frac{1}{s^2+1}$

$= \frac{3s^2+3-2s^2+s}{s\cdot(s^2+1)} = \frac{s^2+s+3}{s\cdot(s^2+1)}$

5) $r(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\cos t \\ \frac{1}{2}\sin t \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \qquad r'(t) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sin t \\ \frac{1}{2}\cos t \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\|r(t)\| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\sin t\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\cos t\right)^2 + 0^2} = \sqrt{\frac{1}{4}\cdot \underbrace{(\sin^2 t + \cos^2 t)}_{=1}} = \frac{1}{2}$$

POGRESAN ~~TIP~~ INTEGRALA

$$\int_0^{\pi} \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\sin t + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\cos t\right)dt = \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\cos t + \frac{\sqrt{3}}{2}t + \frac{1}{2}\sin t\right)\Big|_0^{\pi}$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\cos\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}\pi + \frac{1}{2}\sin\pi\right) - \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\cos 0 + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 0 + \frac{1}{2}\sin 0\right)$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\pi + 0\right) - \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2} + 0 + 0\right)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}\pi + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\pi$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: Jure Pavić

BROJ INDEKSA: 51894

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: ~~20~~

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1, \; f'(0) = 1, \; f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\vec{k}\ .$$

Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: ~~20~~

$$\iint_S xy\, dxdy\ ,$$

gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0,2)$ i $B(2,0)$.

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. ~~20~~ 15

5. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathbf{dr})$, ako je $\mathbf{w}(x,y,z) = (y,z,x)$ i krivulja zadana parametrizacijom 20

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\; y = \frac{1}{2}\sin t,\; z = \frac{\sqrt{3}}{2},\; t \in [0,\pi].$$

Ukupno: 15

1.

$f'''(t) + f'(t) = 1$

$f''(0) = 1$

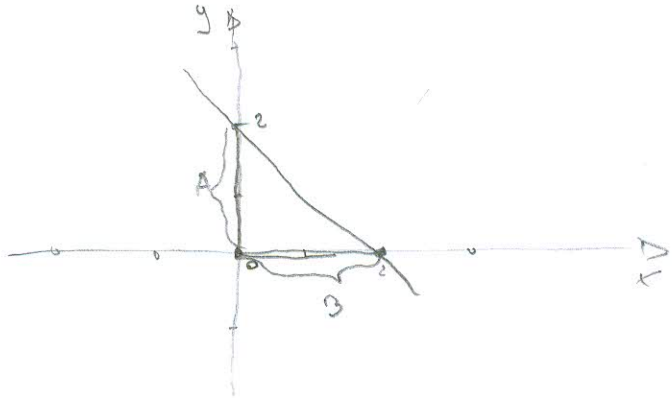
$f'(0) = 1$

$f(0) = 1$

3.) Izračunati dvostruki integral?

$$\iint_S xy\,dx\,dy = \int_2^0 2\,dy\,dx \int_0^2 2\,dx\,dy$$

$x^2+y^2=4$ $A(\overset{x}{0},\overset{y}{2})$, $B(\overset{x}{2},\overset{y}{0})$



$x^2+y^2=4$

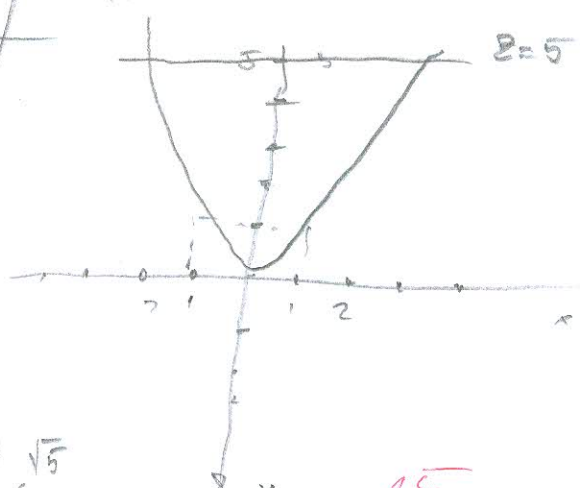
$x+y=\sqrt{4}$

$xy=2$

4.) Izračunati volumen paraboloida?

$z=x^2+y^2$ $z=5$

	0	1	-1	2	-2
$z=r^2$	0	1	1	4	4



$z=r^2$

$r^2=5$

$r=\sqrt{5}$

$r\in[0,\sqrt{5})$

$\varphi=(0,2\pi)$

$z\in(r^2,5)$

$$V=\int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}}\int_{r^2}^{5} r\,dz\,dr\,d\varphi$$

r^2 ?

$$V=\int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}} r(5-r^2)\,dr\,d\varphi=\int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}}(5r-r^3)\,dr\,d\varphi$$

15

$$V=\int_0^{2\pi}\left(5\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4}\right)\Big|_0^{\sqrt{3}}d\varphi=\int_0^{2\pi}\left(5\cdot\frac{5}{2}-\frac{25}{4}\right)d\varphi=\int_0^{2\pi}\left(\frac{25}{2}-\frac{25}{4}\right)d\varphi$$

$$V=\int_0^{2\pi}\frac{25}{2}\,d\varphi-\frac{25}{4}\varphi\Big|_0^{2\pi}=\frac{25}{2}\cdot 2\pi=25\pi$$

4

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: JURE SVILIČIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0043-2016

POPUNJAVA NASTAVNIK

Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: 20

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\,\vec{k}\ .$$

Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: ~~20~~

$$\iint_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\,,$$

gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0,2)$ i $B(2,0)$.

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. 20

5. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x,y,z) = (y,z,x)$ i krivulja zadana parametrizacijom 20

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0,\pi].$$

Ukupno: 40

① $f'''(t) + f'(t) = 1 \qquad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1$

$$s^3 F(s) - s^2 \underbrace{f(0)}_{=1} - s \underbrace{f'(0)}_{=1} - \underbrace{f''(0)}_{=1} + s F(s) - \underbrace{f(0)}_{=1} = \frac{1}{s}$$

$$s^3 F(s) - s^2 - s - 1 + s F(s) - 1 = \frac{1}{s}$$

$$s^3 F(s) + s F(s) = \frac{1}{s} + s^2 + s + 2$$

$$F(s)(s^3 + s) = \frac{s^3 + s^2 + 2s + 1}{s} \quad / : (s^3 + s)$$

$$F(s) = \frac{\frac{s^3 + s^2 + 2s + 1}{s}}{\frac{s^3 + s}{1}}$$

$$F(s) = \frac{s^3 + s^2 + 2s + 1}{s(s^3 + s)}$$

$$F(s) = \frac{s^3+s^2+2s+1}{s(s^3+s)} = \frac{s^3+s^2+2s+1}{s^4+s^2}$$

$$F(s) = \frac{s^3+s^2+2s+1}{s^2(s^2+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{Cs+D}{s^2-1} \quad / \cdot s^2(s^2+1)$$

$$s^3+s^2+2s+1 = As(s^2+1) + B(s^2+1) + (Cs+D)s^2$$

$$s^3+s^2+2s+1 = As^3 + As + Bs^2 + B + Cs^3 + Ds^2$$

$$s^3+s^2+2s+1 = (A+C)s^3 + (B+D)s^2 + As + B$$

$A+C=1 \longrightarrow 2+C=1$ $\quad$ $1+D=1$

$B+D=1$ $\quad$ $C=1-2$ $\quad$ $D=1-1$

$A=2$ $\quad$ $C=-1$ $\quad$ $D=0$

$B=1$

$$F(s) = \frac{2}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{-1s+0}{s^2-1}$$

$$F(s) = 2\cdot\frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} - \frac{s}{s^2-1^2}$$

$$F(s) = 2\cdot 1 + t - \cos t$$

$$F(s) = 2 + t - \cos t$$ ✓ 20

PROVJERA

$f(0) = 2+0-\cos 0$

$f(0) = 2-\cos 0$

$f(0) = 2-1$

$f(0) = 1$

$f'(t) = 0+1+\sin t$

$f'(t) = 1+\sin t$

$f'(0) = 1+\sin 0$

$f'(0) = 1+0$

$f'(0) = 1$

$f''(t) = 0+\cos t$

$f''(t) = \cos t$

$f''(0) = 1$

PROVJERA

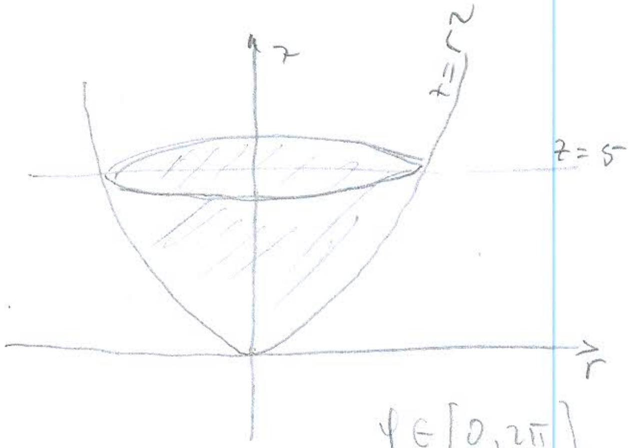
ODJ: $f''' + f' = -\sin t + 1 + \sin t = 1$ ✓

$f'''(t) = -\sin t$

JURE SVILIČIĆ

(4.) PARABOLOID

$z = x^2 + y^2 \quad z = 5$



$x^2 + y^2 = r^2$

$r^2 = z$

$r^2 = 5$

$r = \sqrt{5}$

$z = r^2$ => parabola

$\varphi \in [0, 2\pi]$

$r \in [0, \sqrt{5}]$

$z \in [r^2, 5]$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}}\int_{r^2}^{5} r\,dz\,dr\,d\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}} (5 - r^2)\, r\,dr\,d\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}} (5r - r^3)\,dr\,d\varphi$$

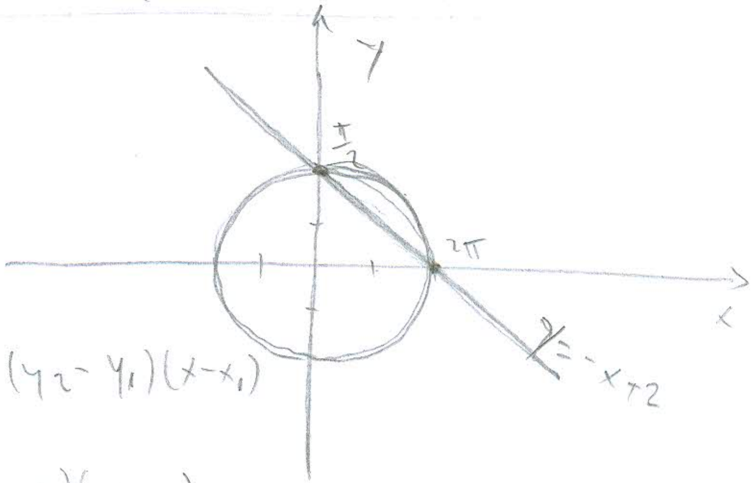
$$= \int_0^{2\pi} \left(5 \cdot \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4}\right)\Bigg|_0^{\sqrt{5}} d\varphi = \int_0^{2\pi} \left(5 \cdot \frac{(\sqrt{5})^2}{2} - \frac{(\sqrt{5})^4}{4}\right) - \left(5 \cdot \frac{0^2}{2} - \frac{0^4}{4}\right) d\varphi =$$

$$= \int_0^{2\pi} \left(\frac{25}{2} - \frac{25}{4}\right) d\varphi = \int_0^{2\pi} \left(\frac{25}{4}\right) d\varphi = \frac{25}{4}\varphi \Bigg|_0^{2\pi} =$$

$$= \frac{25}{4} \cdot 2\pi - \frac{25}{4} \cdot 0 = \frac{50}{4}\pi = \boxed{\frac{25}{2}\pi}$$

3.

$$\iint_S xy\,dx\,dy \qquad x^2+y^2=4 \qquad A(\overset{x_1}{0},\overset{y_1}{2}) \quad B(\overset{x_2}{2},\overset{y_2}{0})$$



$x^2+y^2=4$

$r^2=4$

$r=2$

$$(x_2-x_1)(y-y_1)=(y_2-y_1)(x-x_1)$$

$$(2-0)(y-2)=(0-2)(x-0)$$

$$2(y-2)=-2x$$

$$2y-4=-2x$$

$$2y=-2x+4 \;/:2$$

$$\underline{y=-x+2}$$

$x=r\cos\varphi$

$y=r\sin\varphi$

$dx\,dy=r\,dr\,d\varphi$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi}\int_{0}^{-r\cos\varphi+2}(r\cos\varphi\cdot r\sin\varphi)\,dr\,d\varphi=$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK
IME I PREZIME: Adriano Vipotnik BROJ INDEKSA: 17-2-0138-2011	Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: 20

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\vec{k}\ .$$

Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: ~~20~~ 7

$$\iint_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\ ,$$

gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0,2)$ i $B(2,0)$.

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. ~~20~~

5. Izračunati: $\int_{\overset{\frown}{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x,y,z) = (y,z,x)$ i krivulja zadana parametrizacijom 20

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0,\pi].$$

Ukupno: 7

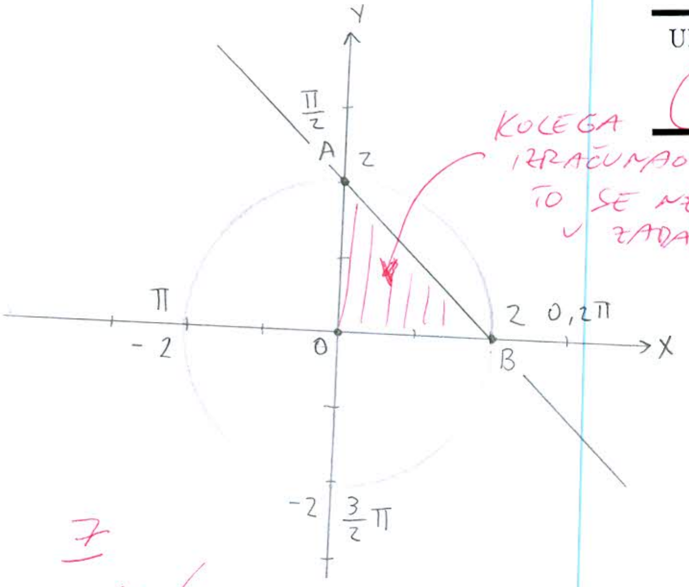
3.) $\iint_S xy\,dx\,dy$

$x^2+y^2=4$ kružnica $r=2$

pravac

x	0	2
y	2	0

$T(0,0)$



KOLEGA IZRAČUNAO OVO. TO SE NE TRAŽI U ZADATKU.

$x = r\cos\varphi$

$y = r\sin\varphi$

$dx\,dy = r\,dr\,d\varphi$

$r \in [0,2]$

$\varphi \in [0, \frac{\pi}{2}]$

7 ~~15~~

$$\iint_S xy\,dx\,dy = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^2 (r\cos\varphi \cdot r\sin\varphi)\,r\,dr\,d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^2 (r^3\cos\varphi\sin\varphi)\,dr\,d\varphi$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{r^4}{4}\cos\varphi\sin\varphi\Big|_0^2\,d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4\cos\varphi\sin\varphi)\,d\varphi = -4\sin\varphi\cos\varphi\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -4\sin\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2} - (-4\sin\varphi_0\cos\varphi_0) = -4\cdot 1\cdot 0 + 4\cdot 1\cdot 0 = 0$$

4.) $z = x^2 + y^2$

$z = 5$

$V = ?$

$x^2 + y^2 = 5$ valjak $r = \sqrt{5}$

$x = r\cos\varphi$

$y = r\sin\varphi$

$z = z$

$dx\,dy\,dz = r\,dr\,d\varphi\,dz$

$T(0,0,0)$ $\quad r \in [0, \sqrt{5}]$, $\varphi \in [0, 2\pi]$, $z \in [5, x^2+y^2] \Rightarrow [5, r\cos\varphi + r\sin\varphi]$

$$V = \iiint_X 1\,dx\,dy\,dz = \int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}}\int_5^{r\cos\varphi + r\sin\varphi} 1\,r\,dz\,dr\,d\varphi = \int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}} (r z)\Big|_5^{r\cos\varphi + r\sin\varphi} dr\,d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}} \left(r^2\cos\varphi + r^2\sin\varphi - 5r\right) dr\,d\varphi = \int_0^{2\pi}\left(\frac{r^3}{3}\cos\varphi + \frac{r^3}{3}\sin\varphi - 5\frac{r^2}{2}\right)\Big|_0^{\sqrt{5}} d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi}\left(\frac{5\sqrt{5}}{27}\cos\varphi + \frac{5\sqrt{5}}{27}\sin\varphi - 5\right) d\varphi = \left(\frac{5\sqrt{5}}{27}\sin\varphi - \frac{5\sqrt{5}}{27}\cos\varphi - 5\varphi\right)\Big|_0^{2\pi}$$

$$= 0 - 1 - 10\pi - (0 - 1 - 10\pi) = 0$$

✓ ×

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK
IME I PREZIME: MARIN GVOZDEN BROJ INDEKSA: 17-2-0137-2011	Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: ~~20~~

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\vec{k}\ .$$

Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: ~~20~~

$$\iint_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\,,$$

gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0,2)$ i $B(2,0)$.

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. 20

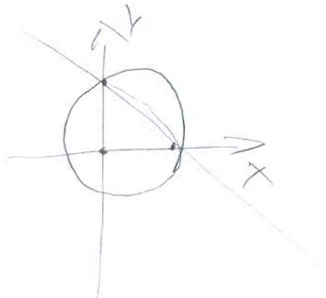
5. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{dr})$, ako je $\mathbf{w}(x,y,z) = (y,z,x)$ i krivulja zadana parametrizacijom ~~20~~

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0,\pi].$$

Ukupno: 0

$\begin{cases} x = r\cos\varphi + 2 \\ y = r\sin\varphi + 2 \end{cases}$

3.



$x^2 + y^2 = 4$

$r^2 = 4$

$r = 2$

$r \in (0,2)$

$\varphi \in (0, 2\pi)$

$dx\,dy = r\,dr\,d\varphi$

$\int_0^{2\pi}\int_0^2 xy\,dx\,dy = \int_0^{2\pi}\int_0^2 (r\cos\varphi + 2)\cdot(r\sin\varphi + 2)\,r\,dr\,d\varphi$

4. $x^2 + y^2 = z$ — PARABOLOID

$z = 5$ — PRAVAC

$r^2 = z$

$r = \sqrt{5}$

$r \in (0, \sqrt{5})$

$\varphi \in (0, 2\pi)$

$z \in (-\sqrt{5 - r^2}, \sqrt{5 - r^2})$

$\int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{5}}\int_{(-\sqrt{5-r^2})}^{(\sqrt{5-r^2})} 1\,r\,dz\,dr\,d\varphi =$

5.

$$W = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\cos t \\ \frac{1}{2}\sin t \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sin t \\ \frac{1}{2}\cos t \\ 0 \end{pmatrix} = \|r'\| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\sin t\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\cos t\right)} \times$$

$$= \sqrt{-\frac{1}{4} \cdot \sin^2 t + \cos^2 t}$$

$$= -\frac{1}{2} \times$$

$t \in (0, \pi)$

TRAŽI SE INTEGRAL VEK. FUNKCIJE

$$\int_0^{\pi} \left(\frac{1}{2}\cos t + \frac{1}{2}\sin t + \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) dt = \int_0^{\pi} -\frac{1}{4}\cos t - \frac{1}{4}\sin t - \frac{\sqrt{3}}{4} \, dt$$

$$= -\frac{1}{4}\sin t \Big|_0^{\pi} + \frac{1}{4}\cos t \Big|_0^{\pi} - \frac{\sqrt{3}}{4} t \Big|_0^{\pi} = 0 - 0.25 - 1.35 = -1.6$$

GVOZDEN

1. $f''' + f'(t) = 1$

$f''(0) = 1$
$f'(0) = 1$
$f(0) = 1$

$s^3F(s) - s^2 f(0) - s f'(0) - f''(0) + sF(s) - f(0) = \frac{1}{s}$

$s^3F(s) - s^2 - s - 1 + sF(s) - 1 = \frac{1}{s}$

$s^3F(s) + sF(s) = \frac{1}{s} + s^2 + s + 2 \quad / : s^3$

$\cancel{0}$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: IVAN ŠIKIĆ

BROJ INDEKSA: 0007067105

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: 20

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\vec{k}\ .$$

Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: ~~20~~

$$\iint_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\,,$$

gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0, 2)$ i $B(2, 0)$.

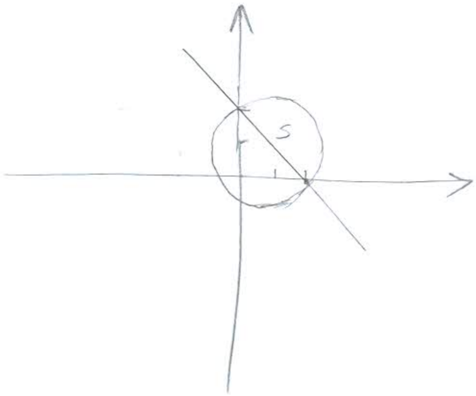
4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. 20

5. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x, y, z) = (y, z, x)$ i krivulja zadana parametrizacijom 20

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0, \pi].$$

Ukupno: ~~0~~

3.



$x^2 + y^2 = r^2$

$r = 2$

P... $y - 2 = \frac{2-0}{0-2}(x-0)$

$y - 2 = \frac{2}{-2}x$

$y - 2 = -x$

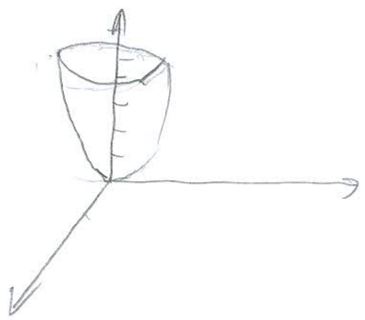
$y = -x + 2$

$$\int_0^{2\pi}\int_{-x+2}^{2} r\,dr\,d\varphi =$$

4. $z = x^2 + y^2$

$z = 5$

$x^2 + y^2 = 5$



$\int_0^{2\pi} \int$

5. $w(x, y, z) = (y, z, x)$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sin t \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2}\cos t \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} \frac{1}{2}\cos t \\ 0 \\ -\frac{1}{2}\sin t \end{matrix}$$

$\int_0^{\pi}$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: Mitrović Martin

BROJ INDEKSA: 17-2-0033-2010

POPUNJAVA NASTAVNIK

Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: 20

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\vec{k}\ .$$

Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: 20

$$\iint_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\ ,$$

gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0,2)$ i $B(2,0)$.

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. 20

5. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x, y, z) = (y, z, x)$ i krivulja zadana parametrizacijom 20

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0, \pi].$$

Ukupno: $\emptyset$

1/ $f'''(t) + f'(t) = 1$

$f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1$

$s^3F(s) - s^2f(0) - sf'(0) - f''(0) + sF(s) - f(0) = 1$

$s^3F(s) - s^2f(0) - sf'(0) - 1 + sF(s) - 1 = 1$

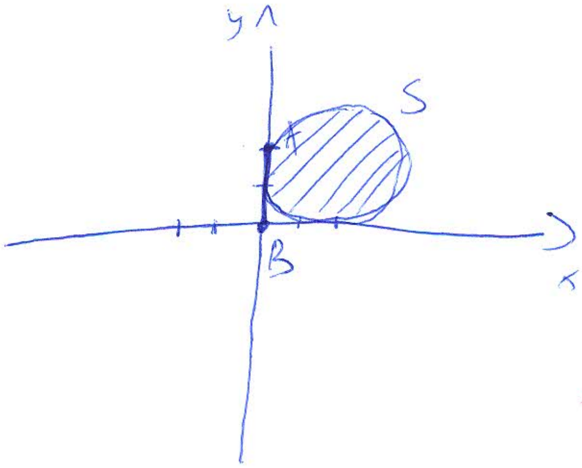
$s^3F(s) - s^2f(0) - sf'(0) + sF(s) - 2 = 1$

3) $\iint_S xy \, dx \, dy$

$x^2+y^2=4$

$A(0,2)$

$B(2,0)$



<u>MATEMATIKA 3</u>: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA NASTAVNIK

Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: IVAN STOJANOV

BROJ INDEKSA: 17-2-0062-2010

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: 20

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\vec{k}\ .$$

Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: 20

$$\iint_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\ ,$$

gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0,2)$ i $B(2,0)$.

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. 20

5. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x,y,z) = (y,z,x)$ i krivulja zadana parametrizacijom 20

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0,\pi].$$

Ukupno: $\emptyset$

1. $f'''(t)+f'(t)=1, \quad f''(0)=1, \quad f'(0)=1, \quad f(0)=1$

$s^3F(s) - s^2f(0) - sf'(0) - f''(0) + sF(s) - f(0) = 1$

$\cancel{s^3F(s) - s^2 f(0)}$

$s^3F(s) - s^2 - s - 1 + sF(s) - 1 = 1$

$s^3F(s) - s^2 - s - 2 + sF(s) = 1 \qquad s^3F(s) - s^2 - s + sF(s) = 3 \qquad s^3F(s) + sF(s) = 3 + s^2 + s$

$\cancel{F(s)(s^3+s) = \frac{-s^2-s}{3}}$

$F(s)(s^3+s) = 3 + s^2 + s$

$F(s) = \frac{3+s^2+s}{s^3+s} \qquad \cancel{F(s) = \frac{3+s(s+1)}{s^3+s}} \qquad \cancel{F(s) = \frac{3+s(s+1)}{s(s^2+1)}} \qquad \cancel{F(s) = \frac{3+(s+1)}{s^2+1}}$

$s^2+s = s(s+1) \qquad \cancel{F(s) = \frac{3+(s+1)}{s(s+1)}}$

$s^3+s = s(s^2+1)$

$F(s) = \frac{3+s^2+s}{s^3+s}$

$\emptyset$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova
IME I PREZIME: JURE MILKOVIĆ BROJ INDEKSA: 0112046699	

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: 20

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\vec{k}\ .$$

Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: 20

$$\iint_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\ ,$$

gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0,2)$ i $B(2,0)$.

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. 20

5. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x,y,z) = (y,z,x)$ i krivulja zadana parametrizacijom 20

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0,\pi].$$

Ukupno: Ø

1. $f'''(t) + f'(t) = 1,\ f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: Luka Hušjev   BROJ INDEKSA: 2009.-58079

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: 20

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\vec{k}\,.$$

Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: 20

$$\iint\limits_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\,,$$

gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0,2)$ i $B(2,0)$.

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. 20

5. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x,y,z) = (y,z,x)$ i krivulja zadana parametrizacijom 20

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0,\pi].$$

Ukupno: 0

3. $\iint\limits_S xy\,dx\,dy \qquad x^2+y^2=4 \qquad A(0,2) \qquad B(2,0)$

$r^2 = 4$

$r = 2$

$\cancel{\int_0^{2\pi}\int_0^2 xy\, r\,dr\,d\varphi}$

$\cancel{\int_0^{\pi/2}\int_0^2 r(xy)\,dr\,d\varphi}$

$\cancel{\int_0^{4\pi}\int_0^2}$

~~5.~~ $\cancel{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK
IME I PREZIME: Ivo Bašić BROJ INDEKSA: 57668-2009	Broj ↓ bodova

1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: 20

$$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$

2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa 20

$$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\vec{k}\ .$$

   Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?

3. Izračunati dvostruki integral: 20

$$\iint_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\,,$$

   gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0, 2)$ i $B(2, 0)$.

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$. 20

5. Izračunati: $\int_{\widehat{\Gamma}} (\mathbf{w}|\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x, y, z) = (y, z, x)$ i krivulja zadana parametrizacijom 20

$$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0, \pi].$$

Ukupno:

$\emptyset$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA NASTAVNIK

IME I PREZIME: Filip Mirković

BROJ INDEKSA: 57822-2009

	Broj ↓ bodova
1. Koristeći Laplaceovu transformaciju nađi realnu funkciju f koja zadovoljava sljedeće uvjete: $$f'''(t) + f'(t) = 1, \quad f''(0) = 1,\ f'(0) = 1,\ f(0) = 1.$$	20
2. Poznato je da zemljina sila teža oko razine površine dobro odgovara izrazu $f = -mg\vec{k}$, gdje su konstante m masa tijela i g konstanta ubrzanja oko 9.81, vektor $\vec{k}$ pokazuje prema gore (od zemlje). Pretpostavimo da je zemlja ravna ploča, barem u dijelu prostora od interesa i da je koordinatni vektori pokazuju $\vec{i}$ prema sjeveru, $\vec{j}$ prema zapadu i $\vec{k}$ prema gore. Efektivno stoga promatramo vektorsko polje sile zadano sa $$f(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = -mg\vec{k}\ .$$ Pokaži da je ovako zadana sila teže potencijalno polje?	20
3. Izračunati dvostruki integral: $$\iint\limits_S xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\ ,$$ gdje je S jedno od dva područja omeđenih kružnicom $x^2 + y^2 = 4$ i pravcem koji prolazi točkama $A(0,2)$ i $B(2,0)$.	20
4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2 + y^2$, $z = 5$.	20
5. Izračunati: $\int_{\Gamma}(\mathbf{w}\vert\mathrm{d}\mathbf{r})$, ako je $\mathbf{w}(x,y,z) = (y,z,x)$ i krivulja zadana parametrizacijom $$x = \frac{1}{2}\cos t,\ y = \frac{1}{2}\sin t,\ z = \frac{\sqrt{3}}{2},\ t \in [0,\pi].$$	20

Ukupno: 0

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: MATEO SEJBLAR

BROJ INDEKSA: 172-0067-2010

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{5}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\,\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int\limits_C f\mathrm{d}s$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \ldots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 5.$$

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos(xy) \\ \frac{x}{y} \end{bmatrix}$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno: Ø