

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
Bodova

IME I PREZIME: *Antonio-Niordž Galešić* BROJ INDEKSA: *17-1-0018-2012*

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0, x = 1, y = 0, z = 0, z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $r(t) = \frac{t}{5}i + (\cos(t) + 3)j + \sin tk, t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednažbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \left[\frac{\cos(xy)}{\frac{x}{y}} \right]$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno:

40

4) $y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5$

$$s^2 Y(s) - s y(0) - y'(0) + 2(s Y(s) - y(0)) + 2 Y(s) = 0$$

$$s^2 Y(s) - 5 + 2s Y(s) + 2 Y(s) = 0$$

$$s^2 Y(s) + 2s Y(s) + 2 Y(s) = 5$$

$$Y(s) (s^2 + 2s + 2) = 5 \quad / : s^2 + 2s + 2$$

$$Y(s) = \frac{5}{s^2 + 2s + 2} = 5 \cdot \frac{1}{(s - (-1))^2 + 1^2}$$

$$y(t) = 5 (1 \cdot e^{-t} \sin t)$$

$$\underline{\underline{y(t) = 5 e^{-t} \sin t \quad \checkmark}}$$

PROVERA

$$y(0) = 5 e^0 \cdot \sin 0$$

$$y(0) = 5 \cdot 0 = 0$$

$$y'(0) = 5 e^{-t} \cos t = 5 e^0 \cos 0 = 5 \cdot 1 = 5 //$$

$$2) \quad r(t) = \begin{pmatrix} x = \frac{t}{5} \\ y = \cos t + 3 \\ z = \sin t \end{pmatrix} \quad r'(t) = \begin{pmatrix} x = \frac{1}{5} \\ y = -\sin t \\ z = \cos t \end{pmatrix} \quad t \in [0, 5\pi]$$

$$\|r'(t)\| = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + (-\sin t)^2 + (\cos t)^2} = \sqrt{\frac{1}{25} + \underbrace{\sin^2 t + \cos^2 t}_1}$$

$$\|r'(t)\| = \sqrt{\frac{1}{25} + 1} = \sqrt{\frac{26}{25}} \quad \checkmark$$

$$\int_0^{5\pi} \left(\frac{t}{5} + \sin t\right) \cdot \sqrt{\frac{26}{25}} dt = \sqrt{\frac{26}{25}} \int_0^{5\pi} \frac{t}{5} dt + \sqrt{\frac{26}{25}} \int_0^{5\pi} \sin t dt$$

$$\frac{1}{5} \cdot \sqrt{\frac{26}{25}} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^{5\pi} - \sqrt{\frac{26}{25}} \cdot \cos t \Big|_0^{5\pi} = \frac{1}{5} \cdot \sqrt{\frac{26}{25}} \cdot \frac{25\pi^2}{2} - \sqrt{\frac{26}{25}} \cdot (\cos 5\pi - \cos 0)$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \sqrt{\frac{26}{25}} \cdot \frac{25\pi^2}{2} = \frac{25}{10} \pi^2 \sqrt{\frac{26}{25}} = \frac{1}{2} \pi^2 \sqrt{26} \quad \checkmark$$

20

$$5) \quad f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos(xy) \\ \frac{x}{y} \end{bmatrix} \quad T(1, 2)$$

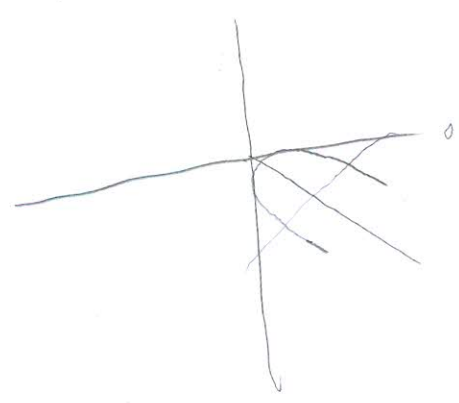
$$\frac{\partial f}{\partial x} = \cos(xy) = -\sin x \quad \text{diff} = -\sin x + \frac{1}{y}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)' = \frac{1}{y} \quad \text{diff} = -\sin 1 + \frac{1}{2} \quad \times$$

$$\text{diff} = 0,4825475936$$

$$\frac{y^2}{3} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$$

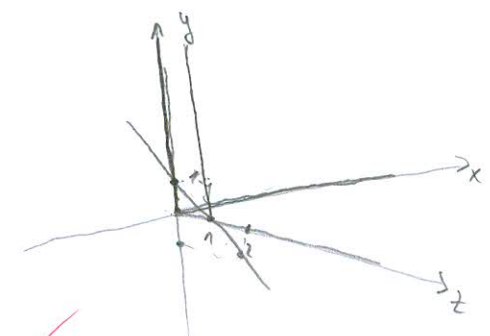
$$y = r \sin \theta$$



$$\int r dr d\theta dz$$

z	0	1	2
y	1	0	-1

$x=0$
 $x=1$
 $y=0$
 $z=0$
 $z=1-y$



$$\int_0^1 \int_{1-y}^0 \int_{z-1}^0 dy dz dx = \int_0^1 dy \int_{z-1}^0 dz \cdot x = \int_0^1 dy \left[\frac{z^2}{2} \right]_{z-1}^0 + z \Big|_{z-1}^0$$

$$\int_0^1 dy \int_{1-y}^0 dz \cdot (-z+1) = \int_0^1 dy \int_{1-y}^0 (-z+1) dz = \int_0^1 dy \left[-\frac{z^2}{2} + z \right]_{z=1-y}^0$$

$$\int_0^1 dy \left[\frac{(1+y)^2}{2} - 1+y \right] = \int_0^1 dy \left[\frac{y^2+2y+1}{2} - 1+y \right] = \int_0^1 dy \left[\frac{y^2}{2} - \frac{y}{2} \right] = \left[\frac{y^3}{6} - \frac{y^2}{4} \right]_0^1 = \frac{1}{6} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{12}$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: MATEO MAVAR

BROJ INDEKSA: 17-2-0087-2011

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0, x = 1, y = 0, z = 0, z = 1 - y$. 20
2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{5}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}, t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20
3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20
4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednačbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$
5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos(xy) \\ x \\ y \end{bmatrix}$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno:

40

1. $x=0, x=1, y=0, z=0, z=1-y$

$x \in [0, 1]$

$z \in [0, 1-y]$

$y \in [0, 1]$

$z = 1 - y$
 $0 = 1 - y$
 $y = 1$

$\int_0^1 \int_0^{1-y} \int_0^1 dz dy dx$ ✓

$\int_0^1 \int_0^1 z |_{y=0}^{1-y} dy dx$

$\int_0^1 \int_0^1 (1-y) dy dx$

$\int_0^1 \left(y - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^1 dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{2} \right) dx = \int_0^1 \frac{1}{2} dx$

$\frac{1}{2} x \Big|_0^1 = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$ ✓

20



MATEO MAVAR

2. $r(t) = \frac{t}{5}i + (\cos t + 3)j + \sin t k$
 $t \in [0, 5\pi]$

$f(x, y, z) = x + z$ Izračunaj $\int_C f d\alpha$

$r(t) = \begin{pmatrix} \frac{t}{5} \\ \cos t + 3 \\ \sin t \end{pmatrix}, r'(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ -\sin t \\ \cos t \end{pmatrix}$

$\|r'(t)\| = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + (-\sin t)^2 + (\cos t)^2} = \sqrt{\frac{1}{25} + \sin^2 t + \cos^2 t} = \sqrt{\frac{1}{25} + 1}$
 $= \sqrt{\frac{26}{25}} = \frac{\sqrt{26}}{5} \checkmark$

$\int_C f d\alpha = \int_0^{5\pi} \frac{\sqrt{26}}{5} (x+z) dt = \int_0^{5\pi} \frac{\sqrt{26}}{5} \left(\frac{t}{5} + \sin t\right) dt \checkmark$

$= \frac{\sqrt{26}}{5} \cdot \left(\frac{1}{5} \frac{t^2}{2} - \cos t\right) \Big|_0^{5\pi}$

$= \frac{\sqrt{26}}{5} \cdot 5\pi \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{25\pi^2}{2} + 1 - \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{0}{2} - 1\right)\right)$

$= \pi \sqrt{26} \cdot \left(\frac{25}{2}\pi^2 + 1 + 1\right) = \pi \sqrt{26} \cdot \left(\frac{5}{2}\pi^2 + 2\right) = 427,2921031 \checkmark$
20

3. $P(S) = \iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}$

$3z = x^2 + y^2$

$r^2 = 3z$

$z = 3$

$r^2 = 9$

$r = 3$

$z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3} / 3$

$3z = x^2 + y^2$

$3 \frac{\partial z}{\partial x} = 2x$

$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{3}$

$3z = x^2 + y^2$

$3 \frac{\partial z}{\partial y} = 2y$

$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{3}$

$\theta \in [0, 2\pi]$

$r \in [0, 3]$ X



3.

MATEO NAVAR

$$\sqrt{1 + \left(\frac{2x}{3}\right)^2 + \left(\frac{2y}{3}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1 + \left(\frac{4x^2}{9} + \frac{4y^2}{9}\right)}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{4x^2 + 4y^2}{9}}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{4(x^2 + y^2)}{9}}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{4r^2}{9}}$$

$$\int \sqrt{1 + \frac{4r^2}{9}}$$

$$1 + \frac{4r^2}{9} = t$$

$$\frac{8}{3} r dr = dt \cdot \frac{8}{3}$$

$$r dr = \frac{dt}{8}$$

$$r dr = \frac{3}{8} dt$$

$$\int \sqrt{t} \cdot \frac{3}{8} dt$$

$$\int \frac{3}{8} t^{\frac{1}{2}} dt = \frac{3}{8} \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{t^3} = \frac{1}{4} \sqrt{\left(1 + \frac{4r^2}{9}\right)^3}$$

$$P(s) = \int_0^{2\pi} \int_0^3 \frac{1}{4} \sqrt{\left(1 + \frac{4r^2}{9}\right)^3} r dr d\varphi$$

$$\frac{6855}{27}$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^3 \frac{1}{4} r \sqrt{1 + \frac{4r^2}{27}} dr d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{1}{4} \cdot \frac{r^2}{2} \sqrt{1 + \frac{4}{27} \cdot \frac{r^6}{6}} d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{2} \sqrt{1 + \frac{4}{27} \cdot \frac{64}{6}} d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{4^2 \cdot 2^3}{27 \cdot 3}} d\varphi$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \sqrt{19} d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{19}}{2} d\varphi$$

$$= \frac{\sqrt{19}}{2} \varphi \Big|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{19}}{2} \cdot 2\pi - \frac{\sqrt{19}}{2} \cdot 0 = \sqrt{19} \pi$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: LUKA BORZIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0016-2010

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0, x = 1, y = 0, z = 0, z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $r(t) = \frac{t}{5}i + (\cos(t) + 3)j + \sin tk, t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednačbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \left[\begin{matrix} \cos(xy) \\ x \\ y \end{matrix} \right]$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno:

20

2.

$$r(t) = \begin{pmatrix} \frac{t}{5} \\ \cos t + 3 \\ \sin t \end{pmatrix} = r'(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ -\sin t \\ \cos t \end{pmatrix}$$

$$\|r'(t)\| = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + (-\sin t)^2 + (\cos t)^2} = \sqrt{\frac{1}{25} + \sin^2 t + \cos^2 t}$$

$$\|r'(t)\| = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5} \|f\|$$

POGREŠKA U ZBRAJANJU,
OSTALO JE U REDU

$$f(x, y, z) = x + z = \frac{t}{5} + \sin t$$

$$\int f ds = \int_0^{5\pi} \left(\frac{1}{5} \frac{t}{5} + \sin t \right) dt = \frac{1}{5} \int_0^{5\pi} \left(\frac{1}{5} \frac{t^2}{2} - \cos t \right) dt$$

$$= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{5} \frac{t^2}{2} - \cos t \right) \Big|_0^{5\pi} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{5} \frac{5\pi^2}{2} - \cos 5\pi - \cos 0 \right)$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{5\pi^2}{2} = \frac{1}{2} \pi^2$$

$$(4.) y'' + 2y' + 2y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 5$$

$$y'' = \int^2 Y(s) = \Delta y(0) = y'(0)$$

$$2y' = \int Y(s) - \Delta y(0) = 2 \int Y(s) - 2 \Delta y(0)$$

$$2y = 2 \int Y(s)$$

$$\int^2 Y(s) - \Delta \cdot 0 - 5 + 2 \int Y(s) - 2 \Delta \cdot 0 + 2 \int Y(s) = 0$$

$$= \int^2 Y(s) + 2 \int Y(s) + 2 \int Y(s) = 5$$

$$= Y(s) (s^2 + 2s + 2) = 5 / (s^2 + 2s + 2) =$$

$$Y(s) = \frac{5}{(s^2 + 2s + 2)} = \frac{5}{(s+1)^2 + 1^2} = \frac{5}{(s+1)^2 + 1^2} = \frac{5}{s^2 + 2s + 2}$$

$$= 5 (1 \cdot e^{-t} \sin t) = 5 e^{-t} \sin t$$

$$= 5 e^{-t} \sin t // \quad \checkmark \quad \underline{20}$$

PROVJERA:

$$y(t) = 5e^{-t} \sin t$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(t) = -5e^{-t} \sin t + 5e^{-t} \cos t$$

$$y'(0) = 5$$

$$y''(t) = 5e^{-t} \sin t - 5e^{-t} \cos t - 5e^{-t} \cos t - 5e^{-t} \sin t$$

$$= -10e^{-t} \sin t \cos t$$

OŠJ:

$$y'' + 2y' + 2y = -10e^{-t} \sin t \cos t + 2(-5e^{-t} \sin t + 5e^{-t} \cos t) + 2 \cdot 5e^{-t} \sin t$$

$$= e^{-t} \sin t (-10 + 10) + e^{-t} \cos t (-10 + 10) = 0 \quad \checkmark$$

③ $\frac{\partial r}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{x}{3y^2} \end{pmatrix}$ $\frac{\partial r}{\partial y} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{y}{3} \end{pmatrix} =$

$= \frac{\partial r}{\partial x} \times \frac{\partial r}{\partial y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{x}{3} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{y}{3} \end{pmatrix} =$

$\begin{vmatrix} i & j & k & | & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{x}{3} & | & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{y}{3} & | & 0 & 1 \end{vmatrix} = k - \frac{x}{3} - \frac{y}{3}$

$= -\left[\left(\frac{x}{3}\right)^2 - \left(\frac{y}{3}\right)^2 + 1\right] = -\sqrt{\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} + 1}$

$\|\vec{r}\| = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{9} + 1}$

$x = r \sin \theta$
 $y = r \cos \theta$
 $dx dy = r dr d\theta$

$\frac{x^2+y^2}{9} = \frac{(r \sin \theta)^2 + (r \cos \theta)^2}{9}$
 $= \frac{r^2 \sin^2 \theta + r^2 \cos^2 \theta}{9} = \frac{r^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}{9} = \frac{r^2}{9}$
 $r^2 \leq 2 \Rightarrow r = \sqrt{2}$

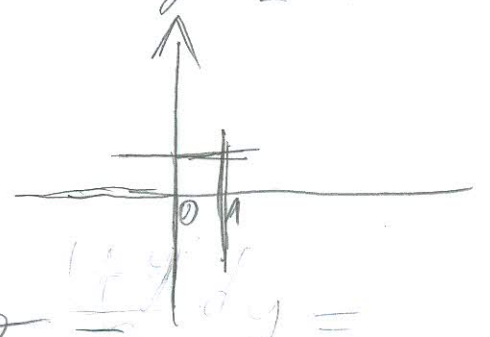
$\int \frac{1}{\|\vec{r}\|} r dr d\theta = \int \frac{r^2}{9} r dr d\theta =$

$= \frac{1}{9} \int_0^{2\pi} \int_{\sqrt{2}}^2 r^3 dr d\theta = \frac{1}{9} \frac{r^4}{4} \Big|_{\sqrt{2}}^2 = \frac{1}{9} \cdot \frac{16}{4} - \frac{4}{4} d\theta =$

$= \frac{1}{9} \cdot 3 = \frac{1}{3}$

① $x=0, x=1, y=0, z=0, z=1-y \Rightarrow -y=1-2$
 $y=z-1$

$$\int_0^1 \int_0^{z-1} \int_0^{1-y} dx dy dz =$$



$$\int_0^1 dx \int_0^{z-1} dy \int_0^{1-y} dz = \frac{x^2}{2} \Big|_0^{1-y} \int_0^{z-1} dy \int_0^z dz = \frac{1}{2} \int_0^z dy \int_0^z dz =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^z dy \int_0^{1-y} dz = \frac{1}{2} \frac{y^2}{2} \Big|_0^{1-y} \int_0^z dz =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{z^2 - 1}{2} \int_0^z dz = \frac{1}{4} \frac{z^3}{3} \Big|_0^z =$$

$$= -\frac{1}{4} \cdot \frac{1-y^3}{3} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{3} y^3 = 0 // \times$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME:

STIPE DUŠEVIĆ

BROJ INDEKSA:

17-2-0051-2010

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{5}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednažbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos(xy) \\ \frac{x}{y} \\ y \end{bmatrix}$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno:

15

$$2. \quad \mathbf{r}(t) = \begin{bmatrix} x = \frac{t}{5} \\ y = \cos t + 3 \\ z = \sin t \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}'(t) = \begin{bmatrix} x = \frac{1}{5} \\ y = -\sin t \\ z = \cos t \end{bmatrix} \quad t \in [0, 5\pi]$$

$$\|\mathbf{r}'(t)\| = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + (-\sin t)^2 + (\cos t)^2} = \sqrt{\frac{1}{25} + \sin^2 t + \cos^2 t}$$

$$\|\mathbf{r}'(t)\| = \sqrt{\frac{1}{25} + 1} = \sqrt{\frac{26}{25}}$$

$$\int_0^{5\pi} \left(\frac{t}{5} + \sin t\right) \cdot \sqrt{\frac{26}{25}} dt = \sqrt{\frac{26}{25}} \cdot \int_0^{5\pi} \frac{t}{5} dt + \sqrt{\frac{26}{25}} \int_0^{5\pi} \sin t dt$$

$$= \sqrt{\frac{26}{25}} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^{5\pi} + \sqrt{\frac{26}{25}} \cdot (-\cos t) \Big|_0^{5\pi}$$

RIJEŠENJE?

15

$$4. \quad y'' + 2y' + 2y = 0$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 5$$

~~0~~

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME:

Luka Bekarac

BROJ INDEKSA:

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{5}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu:

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

~~20~~

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos(xy) \\ \frac{x}{y} \end{bmatrix}$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno:

~~20~~

$$C = \left(\frac{t}{5} \mathbf{i} + (\cos(t) + 3) \mathbf{j} + \sin t \mathbf{k} \right)$$

$$t \in [0, 5\pi]$$

$$f(x, y, z) = x + z$$

$$s^2 y(s) - sy(0) - y'(0) + 2[sy(s) - y(0)] + 2[y(s)] = 0$$

2.11.29. Silvana

$$s^2 y(s) - 5 + 4sy(s) + 4y(s) = 0$$

$$y(s) (s^2 + 4s + 4) = 5$$

$$y(s) = \frac{5}{(s^2 + 4s + 4)} = \frac{5}{(s+2)^2} = \frac{A}{(s+2)^2} + \frac{B}{(s+2)}$$

$$5 = A + B(s+2)$$

~~s=0~~ s=

$$s = -2 \quad \boxed{5 = A}$$

$$A - 5 = 0$$

$$5 = 5 + Bs + 2B$$

$$y(t) = \frac{5}{(s+2)^2} =$$

$$0 = 0$$

$$2B = 0$$

$$B + 2B = 0$$

$$3B = 0$$

$$\boxed{B = 0}$$

PROVERA

$$y(t) = 5te^{-2t} \quad \times$$

$$y(0) = 0 \quad \checkmark$$

$$y'(t) = 5e^{-2t} + 5t(-2)e^{-2t}$$

$$y'(0) = 5 \quad \checkmark$$

$$y''(t) = -10e^{-2t} - 10e^{-2t} + 20te^{-2t} \\ = -20e^{-2t} + 20te^{-2t}$$

$$\text{ODJ: } y'' + 2y' + 2y = (-20e^{-2t} + 20te^{-2t}) + 2(5e^{-2t} - 10te^{-2t}) + 10e^{-2t} \\ = e^{-2t}(-20 + 10) + te^{-2t}(20 - 20) + 10 \\ \text{ODJ} = e^{-2t}(-10) + te^{-2t} \cdot 10 \neq 0$$

OVO NIJE RJEŠENJE POLARNE ODJ

odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: JOSIP ŠIMIČEV

BROJ INDEKSA: 17-1-0101-2011

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0, x = 1, y = 0, z = 0, z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{5}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}, t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos(xy) \\ x \\ y \end{bmatrix}$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno:

$$2. \dots \mathbf{r}(t) = \frac{t}{5} \mathbf{i} + (\cos(t) + 3) \mathbf{j} + \sin(t) \mathbf{k} \quad t \in [0, 5\pi]$$

$$x = r \cos \varphi = r \cos(\varphi) + 3 \quad z = \frac{t}{5}$$

$$y = r \sin \varphi = r \sin(\varphi)$$

$$z = \frac{t}{5}$$

$$\int_C f ds = \int_0^{5\pi} \left((r \cos \varphi + 3) + \frac{t}{5} \right) \cdot r \, d\varphi$$

$$= \int_0^{5\pi} r^2 \cos \varphi + 3r + \frac{t}{5} r \, d\varphi$$

$$= r^2 \sin 2\pi + 3r + \frac{r}{5} \cdot 2\pi$$

$$= 3r + \frac{r}{5} \cdot 2\pi = 3r + \frac{2\pi r}{5} = \frac{15r + 2\pi r}{5}$$

$$y'' + 2y' + 2y = 0$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 5$$

$$s^2 y(s) - s y(0) - y'(0) + 2(s y(s) - y(0)) + 2y(s) = 0$$

$$s^2 y(s) - 0 - 5 + 2s y(s) - 2y(0) + 2y(s) = 0$$

$$s^2 y(s) - 5 + 2s y(s) - 0 + 2y(s) = 0$$

$$y(s) (s^2 + 2s + 2) = 5s + 5 \quad /: s^2 + 2s + 2$$

$$y(s) = \frac{5s + 5}{s^2 + 2s + 2} = \frac{5s + 5}{s^2 + 2s + 2} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{2s} + \frac{C}{2} \quad /: s^2 + 2s + 2$$

$$5s + 5 = 2As + 2A + Bs^2 + 2B + Cs^2 + 2Cs$$

$$5 = 2A + 2 \quad B = 0$$

$$2A + 2B = 5$$

$$2A = 5$$

$$A = \frac{5}{2}$$

$$2A + 2C = 5$$

$$\frac{10}{2} + 2C = 5 \Rightarrow 2C = 5 - 5 \quad C = 0$$

PROVERA:

$$y''(t) = 0$$

$$y(s) = \frac{5}{s^2} = 5t = y(t)$$

$$y(0) = 5 \cdot 0 = 0 \quad \checkmark$$

$$y'(t) = 5 \quad \checkmark$$

$$y'' + 2y' + 2y$$

$$10 + 10 = 0 \quad \checkmark$$

$$00: y'' + 2y' + 2y = 0 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 5t = 10 + 10t \neq 0$$

\(\Rightarrow\) POGRESNO RIJESENJE

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME:

Ivan Nazarević

BROJ INDEKSA:

56186/2008

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{5}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\mathbf{j} + \sin tk$, $t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednačbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos(xy) \\ \frac{x}{y} \end{bmatrix}$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno:

~~0~~

$$4. \quad y'' + 2y' + 2y = 0 \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: *BORIS KREŠIĆ*

BRJ INDEKSA: *17-01-0022-2010*

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0, x = 1, y = 0, z = 0, z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $r(t) = \frac{t}{5}i + (\cos(t) + 3)j + \sin tk, t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednažbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos(xy) \\ x \\ y \end{bmatrix}$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno:

② $r(t) = \frac{t}{5}i + (\cos(t) + 3)j + \sin tk, t \in [0, 5\pi]$ $f(x, y, z) = x + z$

Izračunaj $\int_C f ds$.

④ $y'' + 2y' + 2y = 0 \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5$

$$s^2 F(s) - s f(0) - f'(0) + s F(s) - f(0) = 0$$

$$s^2 F(s) - s f(0) - f'(0) + s F(s) - f(0) = 0$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: MARKO PARANCIĆ

BROJ INDEKSA: 141-0062-2011

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{5}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednažbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos(xy) \\ x \\ y \end{bmatrix}$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno:

$$\textcircled{4} \quad y'' + 2y' + 2y = 0 \quad | \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 5$$

$$s^2 Y(s) - s y(0) - y'(0) + s Y(s) - y(0) + 2 Y(s) = 0$$

$$Y'' = s^2 Y(s) - \cancel{s \cdot 0} - 5$$

$$= s^2 Y(s) - 5$$

$$2y' = s Y(s) - y(0)$$

$$2y' = s Y(s) - \cancel{y(0)}$$

$$2y = 2Y(s)$$

$$s^2 Y(s) - 5 + s Y(s) + 2Y(s) = 0$$

$$Y(s)(s^2 + s + 2) = 0 \quad | : (s^2 + s + 2)$$

$$Y(s) = \frac{5}{s^2 + s + 2}$$

$$\frac{1}{s^2+s+2} = \frac{A}{s^2} + \frac{Bs+C}{s+2} \quad | \cdot s^2+s+2$$

$$= As^2 + A + Bs^2 + Cs$$

$$A = 2$$

$$C = 0$$

$$B = 1$$

$$2 \cdot 1 + \frac{1 \cdot s}{s^2+2} = 2 + \sin(t) // = f(t)$$

PROVJERA:

$$f(0) = 2 \quad \times$$

$$f'(t) = \cos t$$

$$f'(0) = 1$$

$$f''(t) = -\sin t$$

$$f''(0) = 0$$

RJESENJE NIJE DOBRO.

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: MANDICA ERCEG

BROJ INDEKSA: SS 146-2007

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0, x = 1, y = 0, z = 0, z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{3}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\mathbf{j} + \sin tk, t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednačbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \left[\begin{array}{c} \cos(xy) \\ \frac{x}{y} \end{array} \right]$ u točki $T(1, 2)$. 20

5.) $y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5$

~~$$s^2 F(s) - sf(0) - f'(0) + 2F(s) - f(2) + 2y$$~~

~~$$s^2 F - sf(0) - f'(0) + 2F(2) - f(2) + 2y$$~~

~~$$2F - sf - f' + 4F - 2F + 2y$$~~

~~$$s^2 F(s) - sf(0) - f'(0) + 2F(2) - f(2) + 2y$$~~

~~$$s^2 F(s) - sf(0) - sF(s) - f(0) + 2F(2) - f(2) + 2y$$~~

~~$$s^2 F - sf(0) - s^2 F - f(0) + 4F - 2f + 2y$$~~

~~$$4F = 2f + 2y$$~~

~~$$y'(0) = 5 \Rightarrow 5F(s) - f(0)$$~~

~~$$2sF = f$$~~

~~$$4F - 2f + 2y + 2sF - f$$~~

~~$$4 - 2 + 2y + 2s$$~~

~~$$2y - 2s = 4 + 2$$~~

~~$$23y = 2$$~~

~~$$y = 23 - 2$$~~

~~$$y = 21$$~~

Ukupno:

~~0~~

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: Igov Brajica

BROJ INDEKSA: 52803-2005

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{5}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\mathbf{j} + \sin tk$, $t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednačbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \left[\begin{array}{c} \cos(xy) \\ \frac{x}{y} \end{array} \right]$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno:

$$s^2 F(s) - s f(0) - f'(0) + 2(s F(s) - f(0)) + 0 = 5$$

$$s^2 F(s) - 5 + 2s F(s) = 5$$

$$F(s) (s^2 + 2s) = 10$$

$$F(s) = \frac{10}{s^2 + 2s} = \frac{10}{s(s+2)}$$

$$F(s) = \frac{10}{s(s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2}$$

$$F(s) = A(s+2) + B(s)$$

$$F(s) = 5 \cdot \frac{1}{s} + 5 \cdot \frac{1}{s+2}$$

$$F(s) = As + 2A + Bs$$

$$0 = A + B \quad 0 = 5 - 5$$

$$10 = 2A \quad B = -5$$

$$A = 5$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: **IVAN KAŠTELA**

BROJ INDEKSA: **57363-2009**

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{5}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\mathbf{j} + \sin tk$, $t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos(xy) \\ x \\ y \end{bmatrix}$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno:



MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME:

JURE PORTADA

BROJ INDEKSA:

57350

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

1. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1 - y$. 20

2. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{5}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 5\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = x + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. 20

3. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{3}$ što leži iznad područja $D \dots x^2 + y^2 \leq 2$. Nije potrebno računati površinu baze. 20

4. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednažbu: 20

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

5. Izračunati diferencijal od $f(x, y) = \begin{bmatrix} \cos(xy) \\ \frac{x}{y} \end{bmatrix}$ u točki $T(1, 2)$. 20

Ukupno:

