MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: RIJEŠENI ZADACI

BROJ INDEKSA:

1. Izaberi bilo koji romb R u ravnini i na njemu odredi integral $\iint\limits_R x + y \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y$. 20

2. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 1$, $x = -1$, $y = 1$, $y = -1$, $z = 3 + x^2$, $z = -y^2$. 20

3. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{4}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\,\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = 1 + z$. Izračunaj $\int\limits_C f \mathrm{d}s$. 20

4. Izračunati $\iint_S (x^2 + y^2)\mathrm{d}S$ ako je S kružni stožac zadan jednadžbom $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i $0 \leq z \leq 3$. 20

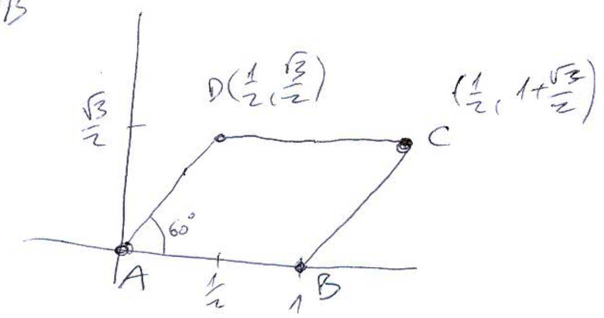
5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$f'''(t) + 2f''(t) + f'(t) + 2f(t) = t, \quad f(0) = 4,\ f'(0) = 3,\ f''(0) = 5.$$

Ukupno:

---

① ROMB

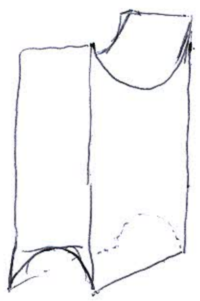


OVO JE DAJE JEDNOSTAVNO VIDI LALIĆ.

② SKICA

$$V = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{-y^2}^{3+x^2} dz\, dy\, dx = \ldots$$

DAJE JEDNOSTAVNO INTEGRIRANJE



③ $$\int_C f\, dS = \int_0^{4\pi} (1+\sin t)\sqrt{\frac{17}{16}}\, dt = \ldots = \pi\sqrt{17}$$

④ IZA ...

④ EKSPLICITNA JEDNADŽBA PLOHE $z=\sqrt{x^2+y^2}$

NORMALA: $\frac{\partial r}{\partial x}=\begin{pmatrix}1\\0\\\frac{2x}{2\sqrt{x^2+y^2}}\end{pmatrix}$ $\quad\frac{\partial r}{\partial y}=\begin{pmatrix}0\\1\\\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\end{pmatrix}$

~~NORMALA~~ PARAMETRIZACIJA $r(x,y)=\begin{pmatrix}x\\y\\\sqrt{x^2+y^2}\end{pmatrix}$

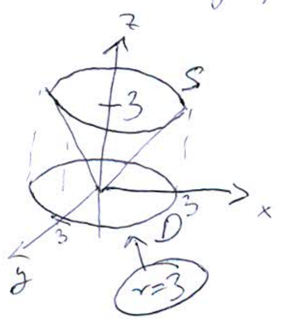
$\vec{n}=\partial_x r\times\partial_y r=$

$=\begin{pmatrix}1\\0\\\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}-\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\\-\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\\1\end{pmatrix}=\vec{n}$

$$\iint_S (x^2+y^2)\,dS=\sqrt{2}\iint_D x^2+y^2\,dx\,dy=\left\{\begin{matrix}\text{PRIJELAZ NA}\\\text{POLARNE}\\\text{KOORDINATE}\end{matrix}\right\}$$

$\|\vec{n}\|=\sqrt{1+\frac{x^2+y^2}{(\sqrt{x^2+y^2})^2}}=\sqrt{2}$

D= krug ispod stošca u x-y ravnini



$$=\sqrt{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{3}\left[(r\cos\varphi)^2+(r\sin\varphi)^2\right]\cdot r\,dr\,d\varphi=\sqrt{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{3} r^3\,dr\,d\varphi\,.$$

$$=\sqrt{2}\cdot\cancel{2}\pi\cdot\frac{3^4}{\cancel{4}_2}=\frac{81\sqrt{2}}{2}$$

---

⑤ GLAVNI KORAK:

NAKON LAPLACEOVE TRANSFORMACIJE:

$$-9-3s-4s^2+2F(s)+sF(s)+s^3F(s)+2(3-4s+s^2F(s))=\frac{1}{s^2}$$

ALGEBARSKO RJEŠENJE:

$$F(s)=\frac{1+15s^2+11s^3+4s^4}{s^2(2+s)(s^2+1)}$$

RASTAV NA PARCIJALNE RAZLOMKE:

$$F(s)=\frac{1}{2s^2}-\frac{1}{4s}+\frac{37}{20(s+2)}+\frac{31+12s}{5(s^2+1)}$$

PRIMJENA INVERZNE LAPLACEOVE TRANSFORMACIJE:

$$f(t)=-\frac{1}{4}+\frac{37e^{-2t}}{20}+\frac{t}{2}+\frac{1}{5}(12\cos t+31\sin t)$$

PROVJERA ...

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: ZLATKO LALIĆ **BROJ INDEKSA:** 51646-2009

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Izaberi bilo koji romb R u ravnini i na njemu odredi integral $\iint_R x + y \, dxdy$. ~~20~~ 15

2. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 1$, $x = -1$, $y = 1$, $y = -1$, $z = 3 + x^2$, $z = -y^2$. ~~20~~

3. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{4}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\,\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = 1 + z$. Izračunaj $\int_C f ds$. ~~20~~ 5

4. Izračunati $\iint_S (x^2 + y^2) dS$ ako je S kružni stožac zadan jednadžbom $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i $0 \leq z \leq 3$. ~~20~~

5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: ~~20~~

$$f'''(t) + 2f''(t) + f'(t) + 2f(t) = t, \quad f(0) = 4,\ f'(0) = 3,\ f''(0) = 5.$$

Ukupno: ~~15~~

20 MK

3.

$$r(t) = \begin{pmatrix} \frac{t}{4} \\ \cos t + 3 \\ \sin t \end{pmatrix} \checkmark \qquad t \in (0, 4\pi) \checkmark$$

$$f(x, y, z) = 1 + z \checkmark$$

$$r'(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ -\sin t \\ \cos t \end{pmatrix} \checkmark$$

$$\|r'(t)\| = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + (-\sin t)^2 + (\cos t)^2} = \sqrt{\frac{1}{16} + \underbrace{\sin^2 t + \cos^2 t}_{=1}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{16} + 1} = \sqrt{\frac{17}{16}}$$

5

$$f(x, y, z) = 1 + z$$
$$= 1 + \sin t$$

$$\int f ds = \int_0^{4\pi} (1 + \sin t) \cdot \frac{1}{4} \, dt = \int_0^{4\pi} \frac{1}{4} \, dt + \frac{1}{4} \int \sin t \, dt$$

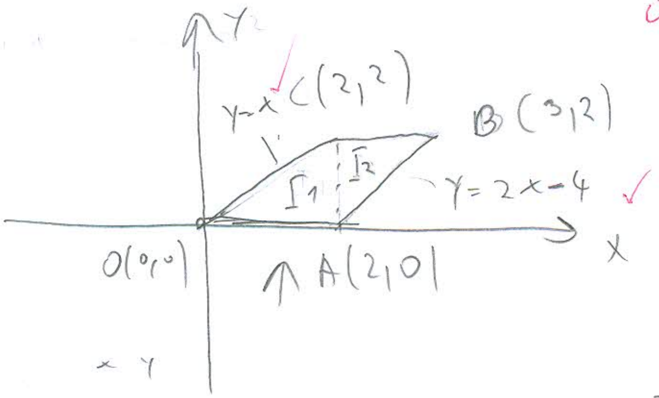
$$= \frac{1}{4} t \Big|_0^{4\pi} - \frac{1}{4} \cos t \Big|_0^{4\pi} = \frac{1}{4}(4\pi - 0) - \frac{1}{4}(\cos 4\pi - \cos 0)$$

$$= \pi$$

1. $\iint_R x+y \, dx\, dy$ $\quad O(0,0),\ A(2,0),\ B(3,2),\ C(2,2)$.

KOORDINATE

NASTAVNIK JE DOPUSTIO PARALELOGRAM
OVO NIJE NITI ROMB NITI PARALELOGRAM!



$\overline{AB}$ $\quad A(2,0)$, $B(3,2)$

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

$$y-0=\frac{2-0}{3-2}(x-2)$$

$$y=2x-4$$

$\overline{OC}$ $\quad O(0,0)$, $C(2,2)$

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

$$y-0=\frac{2-0}{2-0}(x-0)$$

$$y=x$$

$$\iint_R x+y\,dx\,dy=\underbrace{\int_0^2 dx\int_0^x (x+y)\,dy}_{I_1}+\underbrace{\int_2^3 dx\int_{2x-4}^2 (x+y)\,dy}_{I_2}$$

$$I_1=\int_0^2 dx\int_0^x (x+y)\,dy$$

$$=\int_0^2 \left(xy+\frac{y^2}{2}\right)\Big|_0^x dx$$

$$=\int_0^2 \left(x\cdot x+\frac{x^2}{2}\right)dx$$

$$=\int_0^2 \left(x^2+\frac{x^2}{2}\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2=\left(\frac{x^3}{3}+\frac{1}{6}x^3\right)\Big|_0^2$$

$$=\left(\frac{(2)^3}{3}+\frac{1}{6}\cdot(2)^3\right)=\frac{8}{3}+\frac{4}{3}=4$$

ZLATKO LALIĆ

9. $I_2 = \int_2^3 dx \int_{2x-4}^{2} (x+y)\,dy$

$$= \int_2^3 \left(xy + \frac{y^2}{2}\right)\Bigg|_{2x-4}^{2} dx$$

$$= \int_2^3 \left(x\cdot 2 + \frac{2^2}{2} - \left(x\cdot(2x-4) + \frac{(2x-4)^2}{2}\right)\right) dx$$

$$= \int_2^3 \left(2x + 2 - 2x^2 + 4x - \frac{4x^2 - 2\cdot 2x\cdot 4 + 4^2}{2}\right) dx$$

$$= \int_2^3 \left(2x + 2 - 2x^2 + 4x - \frac{4x^2 - 16x + 16}{2}\right) dx$$

$$= \int_2^3 \left(2x + 2 - 2x^2 + 4x - 2x^2 + 8x - 8\right) dx$$

$$= \int_2^3 \left(-6 + 14x - 4x^2\right) dx \quad ✓$$

$$= -6x\Big|_2^3 + \cancel{14}^{7}\frac{x^2}{\cancel{2}}\Big|_2^3 - 4\frac{x^3}{3}\Big|_2^3 \quad ✓$$

$$= -6(3-2) + 7(3^2 \mp 2^2) - 4\left(\frac{3^3}{3} \mp \frac{2^3}{3}\right) \quad ✗$$

$$= -6 + 91 - 36 - \frac{32}{3}$$

$$= \frac{115}{3}$$

$I = I_1 + I_2$

$$= 4 + \frac{115}{3}$$

1.0 $= \frac{127}{3}$ ✓

ZADATAK JE DOBRO POSTAVLJEN (INTEGRAL) OSIM ŠTO NIJE ODABRAN PARALELOGRAM.

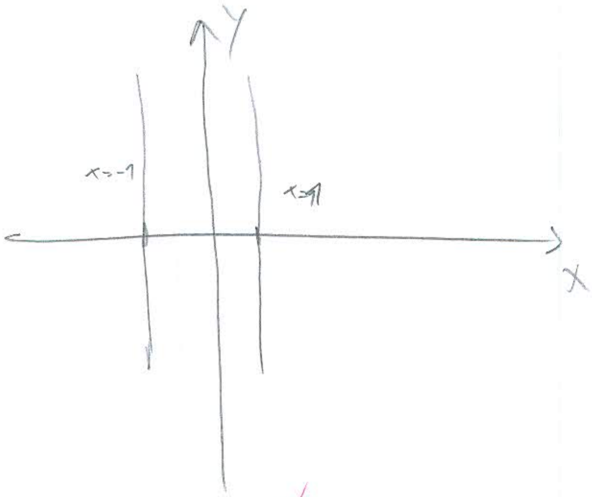
15

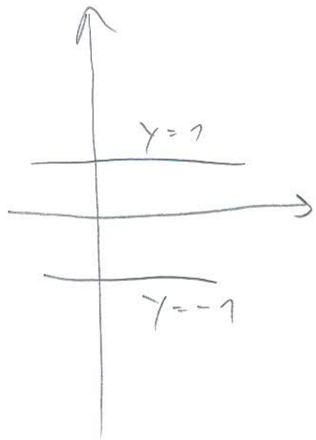
2. Volumen

$x = 1,\ x = -1$

$y = 1,\ y = -1,$

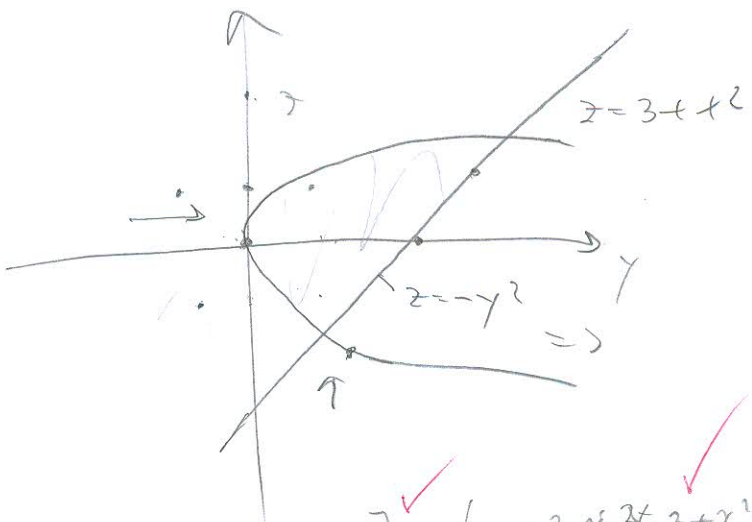
$z = 3 + x^2,\ z = -y^2$





$x \in [-1, 1] \Rightarrow r(-1, 1)$

$y \in [-1, 1] \Rightarrow \varphi\, [-1, 1$



$z = 3 + x^2,\ z = -y^2$

z	-1	-4	0
y	1	2	0

z	0	1
x	3	4

$z \in [-y^2, 3 + x^2] = [-r^2 \sin^2 t, 3 + r^2 \cos^2 t]$

$$V = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-y^2}^{3+x^2} r \, dx \, dy \, dz$$

~~15~~

0 MK

POGREŠNO POSTAVLJEN INTEGRAL JER SU ~~POGREŠNO~~ POMIJEŠANE ~~CILINDR~~, KARTEZIJEVE KOORDINATE SA JAKOBIJANOM KOD PRELASKA U CILINDRIČNE.

4. $\iint_S (x^2+y^2)\,dS \qquad z=\sqrt{x^2+y^2} \qquad 0\le z\le 3$ ZLATKO LALIĆ

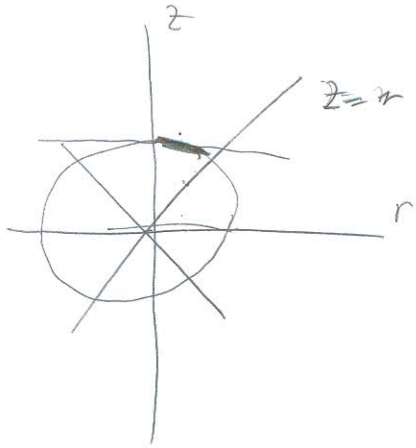
$\sqrt{x^2+y^2} = z \;/\;^2$

$x^2+y^2=z^2$

$r^2 = z^2 \;/\;\sqrt{\ }$

$r = z$ ✓

$z = r$



$r\in[0,3]$ ✓

$z\in[r,\sqrt{9-r^2}]$ ✗

$\varphi\in[0,2\pi)$

$x^2+y^2+z^2=9$

$r^2+z^2=9$

$z^2=9-r^2 \;/\;\sqrt{\ }$

$z=\sqrt{9-r^2}$

$$\iint_S (x^2+y^2)\,dS = \boxed{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^3 dr \int_r^{\sqrt{9-r^2}} (r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi)\, r\,dz}$$

POGREŠAN TIP INTEGRALA

TRAŽI SE PLOŠNI INTEGRAL!

$$= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^3 dr \int_r^{\sqrt{9-r^2}} r^3\cos^2\varphi + r^3\sin^2\varphi \, dz$$

$$= \int_0^3 dr \int_r^{\sqrt{9-r^2}} dz \int_0^{2\pi} r^3\frac{1+\cos 2\varphi}{2} + r^3\frac{1-\cos 2\varphi}{2}\, d\varphi$$

0

$$= \int_0^3 dr \int_r^{\sqrt{9-r^2}} dz \int_0^{2\pi} \Big(r^3\frac12 + \underbrace{\frac12\cos 2\varphi}_{=0}\Big)d\varphi + \int_0^{2\pi}\Big(r^3\frac12 - \underbrace{\frac12\cos 2\varphi}_{=0}\Big)d\varphi$$

$$= \int_0^3 dr \int_r^{\sqrt{9-r^2}} r^3\frac12\varphi\Big|_0^{2\pi} + r^3\frac12\varphi\Big|_0^{2\pi}\, dz$$

$$= \int_0^3 dr \int_r^{\sqrt{9-r^2}} r^3\frac12(2\pi-0) + r^3\frac12(2\pi-0)\, dz$$

$$= \int_0^3 dr \int_r^{\sqrt{9-r^2}} (\pi r^3 + \pi r^3)\, dz$$

$$= \pi \int_0^3 dr \int_r^{\sqrt{9-r^2}} 2r^3 \, dz$$

$$= \pi \int_r^{\sqrt{9-r^2}} 2\frac{r^4}{4}\Big|_0^3 \, dz$$

$$= \pi \int_r^{\sqrt{9-r^2}} \left(\frac{3^4}{2} \right) dz$$

$$= \pi \int_r^{\sqrt{9-r^2}} \frac{81}{2} \, dz$$

$$= \frac{81}{2} \pi \, z \Big|_r^{9-r^2}$$

$$= \frac{81\pi}{2} \left(\sqrt{9-r^2} - r \right)$$

$$= \frac{81\sqrt{9-r^2}}{2}\pi - \frac{81r}{2}\pi \;//$$

$f(0)=4,\ f'(0)=3$

$f''(0)=5$

$$\Big(s^3F(s)-s^2\underbrace{f(0)}_{=4}-s\underbrace{f'(0)}_{=3}-\underbrace{f''(0)}_{=5}\Big)+2\Big(s^2F(s)-s\underbrace{f(0)}_{=4}-\underbrace{f'(0)}_{=3}\Big)+\Big(sF(s)-\underbrace{f(0)}_{=4}\Big)+2F(s)=\frac{1}{s^2}$$

$$s^3F(s)-4s^2-3s-5+2s^2F(s)-8s-6+sF(s)-4+2F(s)=\frac{1}{s^2}$$

$$F(s)\left(s^3+2s^2+s+2\right)=\frac{1}{s^2}+4s^2+3s+5+8s+6+4$$

$$F(s)\left(s^3+2s^2+s+2\right)=\frac{1}{s^2}+4s^2+11s+15$$

$$F(s)\left(s^3+2s^2+s+2\right)=\frac{1+4s^4+11s^3+15s^2}{s^2} \quad \Big|:\underbrace{\left(s^3+2s^2+s+2\right)}$$

$$\frac{1+4s^4+11s^3+15s^2}{s^2\left(s^3+2s^2+s+2\right)}$$

$$(s+2)(s^2+1)$$

$$s^3+2s^2+s+2$$

$$\frac{1+4s^4+11s^3+15s^2}{s^2(s+2)(s^2+1)}=\frac{A}{s^2}+\frac{B}{s}+\frac{C}{s+2}+\frac{Ds+E}{s^2+1} \quad \Big|\cdot \underbrace{s^2(s+2)(s^2+1)}_{s^3+2s^2+s+2}$$

$$4s^4+11s^3+15s^2=A\left(s^3+2s^2+s+2\right)+Bs\left(s^3+2s^2+s+2\right)+Cs^2\left(s^2+1\right)+$$

$$+(Ds+E)\Big(\underbrace{s^2(s+2)}_{s^3+2s^2}\Big)=$$

$$4s^4+11s^3+15s^2=As^3+2As^2+As+2A+Bs^4+2Bs^3+Bs^2+2Bs+Cs^4+Cs^2+$$

$$Ds^4+2Ds^3$$

$$+Es^3+2Es^2$$

$s^4: B + C + D = 4$

$s^3: A + 2B + 2D + E = 11$

$s^2: 2A + B + C + 2E = 15$

$s^1: A + 2B = 0 \Rightarrow 1 + 2B = 0$

$s^0: \boxed{A = 1}$

$2B = -1 \quad | : 2$

$\boxed{B = -\frac{1}{2}}$

PROVJERA DA LI VRIJEDI

$$\frac{1}{s^2} - \frac{1/2}{s} + \frac{19/10}{s+2} + \frac{-\frac{1}{10}s + \frac{29}{5}}{s^2+1} = \frac{1 + 4s^4 + 11s^3 + 15s^2}{s^2(s+2)(s^2+1)}$$

IZMNOŽITI I PROVJERITI

...

$-\frac{1}{2} + C + D = 4$

$C + D = \frac{9}{2} \qquad C = -D + \frac{9}{2}$

$1 - 1 + 2D + E = 11$

$2D + E = 11$

$2 - \frac{1}{2} + C + 2E = 15$

$C + 2E = \frac{27}{2}$

$2D + E = 11$

$-D + \frac{9}{2} + 2E = \frac{27}{2} \quad | \cdot 2$

$\cancel{2}D + E = 11$

$-\cancel{2D} + 9 + 4E = 27 \quad +$

$5E = 11 + 27 - 9$

$5E = 29$

$\boxed{E = \frac{29}{5}}$

$\frac{19}{10} + D = \frac{9}{2}$

$D = \frac{9}{2} - \frac{19}{10}$

$\boxed{D = -\frac{1}{10}}$

$C + 2 \cdot \frac{29}{5} = \frac{27}{2}$

$C = \frac{27}{2} - \frac{58}{5} \qquad \boxed{C = \frac{19}{10}}$

ZLATKO LALIĆ

$$F(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{s} + \frac{19}{10}\frac{1}{s+2} - \frac{1}{10}\frac{s}{s^2+1} + \frac{29}{5}\frac{1}{s^2+1}$$

$$f(s) = t - \frac{1}{2} + \frac{19}{10}e^{-2t} - \frac{1}{10}\cos t + \frac{29}{5}\sin t$$

PROVJERA:

$$f(0) = 0 - \frac{1}{2} + \frac{19}{10} - \frac{1}{10} = \frac{-5+19-1}{10} = \frac{13}{10} \times$$ TRAŽI SE $f(0)=4$

2. KOSTOUAIL

$$V = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-r^2 \sin^2 t}^{3 + r^2 \cos^2 t} r \, dr \, dy \, dz$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

Ime i prezime: LUKA BORZIĆ **Broj indeksa:** 17-2-0016-2010

Popunjava nastavnik
Broj ↓ bodova

1. Izaberi bilo koji romb R u ravnini i na njemu odredi integral $\iint_R x + y \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. 20
2. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 1$, $x = -1$, $y = 1$, $y = -1$, $z = 3 + x^2$, $z = -y^2$. 20
3. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{4}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\,\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = 1 + z$. Izračunaj $\int_C f \mathrm{d}s$. 20
4. Izračunati $\iint_S (x^2 + y^2)\mathrm{d}S$ ako je S kružni stožac zadan jednadžbom $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i $0 \le z \le 3$. 20
5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: ~~20~~

$$f'''(t) + 2f''(t) + f'(t) + 2f(t) = t, \quad f(0) = 4,\ f'(0) = 3,\ f''(0) = 5.$$

Ukupno: 0

5. $f'''(t) + 2f''(t) + f'(t) + 2f(t) = t \quad f(0) = 4 \quad f'(0) = 3, f''(0) = 5$

$f'''(t) = s^3 Y(s) - s^2 y(0) - s y'(0) - y''(0)$

$2f''(t) = 2(s^2 Y(s) - s y(0) - y'(0))$

$f'(t) = sY(s) - s y(0)$ $\quad t = \frac{1}{s^2}$

$2f(t) = Y(s)$

$s^3 Y(s) - s^2 y(0) - s y'(0) - y''(0) + 2((s^2 Y(s) - s y(0) - y'(0)) +$
$+ sY(s) - s y(0) + Y(s) = \frac{1}{s^2}$

$= s^3 Y(s) - s^2 \cdot 4 - s \cdot 3 - 5 + 2s^2 Y(s) - 2s \cdot 4 - 2 \cdot 3 + sY(s) -$
$- s \cdot 4 + Y(s) = \frac{1}{s^2}$

$= s^3 Y(s) - 4s^2 - 3s - 5 + 2s^2 Y(s) - 8s - 6 + sY(s) -$
$- 4s + Y(s) = s^3 Y(s) + 2s^2 Y(s) + sY(s) + Y(s) - 4s^2$
$- 15s - 11 = s^3 Y(s) + 2s^2 Y(s) + 2sY(s) - 4s^2$
$- 15s - 11 = \frac{1}{s^2}$

$s^3 Y(s) + 2s^2 Y(s) + 2sY(s) = 4s^2 + 15s + 11 + \frac{1}{s^2}$

$s^3 Y(s) + 2s^2 Y(s) + 2sY(s) = \frac{4s^2 + 15s + 12}{s^2}$

$$s^3 Y(s) + 2s^2 Y(s) + 2s Y(s) = \frac{4s^2 + 15s + 12}{s^2}$$

$$5 s^6 Y(s) = \frac{4s^2 + 15s + 12}{}$$

$$s^3(5 + s^2) = \frac{4s^2 s^2 + 15s + 12}{s^2} \quad / s^3(5 + s^2)$$

$$1 = \frac{4s^2 + 15s + 12}{s^6(5s^2 + 5s^4)} = \frac{A}{s^6} + \frac{B}{s} + \frac{C}{(5s^2 + 5s^4)}$$

DALJE....?

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano. **IME I PREZIME:** MATEO SKOBERR **BROJ INDEKSA:**	POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Izaberi bilo koji romb R u ravnini i na njemu odredi integral $\iint\limits_R x + y \, dxdy$. 20

2. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 1$, $x = -1$, $y = 1$, $y = -1$, $z = 3 + x^2$, $z = -y^2$. 20

3. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{4}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\,\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = 1 + z$. Izračunaj $\int\limits_C f ds$. 20

4. Izračunati $\iint_S (x^2 + y^2) dS$ ako je S kružni stožac zadan jednadžbom $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i $0 \leq z \leq 3$. 20

5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$f'''(t) + 2f''(t) + f'(t) + 2f(t) = t, \quad f(0) = 4,\ f'(0) = 3,\ f''(0) = 5.$$

Ukupno: Ø

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova
IME I PREZIME: LUKA HULJEV BROJ INDEKSA: 58079-2009	

1. Izaberi bilo koji romb R u ravnini i na njemu odredi integral $\iint\limits_R x + y \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. 20

2. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 1$, $x = -1$, $y = 1$, $y = -1$, $z = 3 + x^2$, $z = -y^2$. 20

3. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{4}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\,\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = 1 + z$. Izračunaj $\int\limits_C f \mathrm{d}s$. 20

4. Izračunati $\iint_S (x^2 + y^2)\mathrm{d}S$ ako je S kružni stožac zadan jednadžbom $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i $0 \leq z \leq 3$. 20

5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$f'''(t) + 2f''(t) + f'(t) + 2f(t) = t, \quad f(0) = 4,\ f'(0) = 3,\ f''(0) = 5\,.$$

Ukupno:

$\emptyset$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: Ivan Škara

BROJ INDEKSA: 56180-2008

POPUNJAVA NASTAVNIK

Broj ↓ bodova

1. Izaberi bilo koji romb R u ravnini i na njemu odredi integral $\iint\limits_R x + y \, dx dy$. — 20

2. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 1$, $x = -1$, $y = 1$, $y = -1$, $z = 3 + x^2$, $z = -y^2$. — 20

3. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{4}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\,\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = 1 + z$. Izračunaj $\int\limits_C f ds$. — 20

4. Izračunati $\iint_S (x^2 + y^2) dS$ ako je S kružni stožac zadan jednadžbom $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i $0 \leq z \leq 3$. — 20

5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: — 20

$$f'''(t) + 2 f''(t) + f'(t) + 2f(t) = t, \quad f(0) = 4,\ f'(0) = 3,\ f''(0) = 5\,.$$

Ukupno: ∅

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano. **Ime i prezime:** JURE SVILIČIĆ **Broj indeksa:** 17-2-0043-2010	Popunjava nastavnik Broj ↓ bodova

1. Izaberi bilo koji romb R u ravnini i na njemu odredi integral $\iint\limits_R x + y \, dx dy$. 20

2. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 1$, $x = -1$, $y = 1$, $y = -1$, $z = 3 + x^2$, $z = -y^2$. 20

3. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{4}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\,\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = 1 + z$. Izračunaj $\int\limits_C f ds$. 20

4. Izračunati $\iint_S (x^2 + y^2) dS$ ako je S kružni stožac zadan jednadžbom $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i $0 \leq z \leq 3$. 20

5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$f'''(t) + 2f''(t) + f'(t) + 2f(t) = t, \quad f(0) = 4,\ f'(0) = 3,\ f''(0) = 5 .$$

Ukupno:

$\emptyset$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	Popunjava nastavnik
Ime i prezime: IVAN STOJANOV **Broj indeksa:** 17-2-0062-2010	Broj ↓ bodova

1. Izaberi bilo koji romb R u ravnini i na njemu odredi integral $\iint\limits_R x+y\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. 20
2. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x=1$, $x=-1$, $y=1$, $y=-1$, $z=3+x^2$, $z=-y^2$. 20
3. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t)=\frac{t}{4}\mathbf{i}+(\cos(t)+3)\,\mathbf{j}+\sin t\mathbf{k}$, $t\in[0,4\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x,y,z)=1+z$. Izračunaj $\int\limits_C f\mathrm{d}s$. 20
4. Izračunati $\iint_S(x^2+y^2)\mathrm{d}S$ ako je S kružni stožac zadan jednadžbom $z=\sqrt{x^2+y^2}$ i $0\le z\le 3$. 20
5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$f'''(t)+2f''(t)+f'(t)+2f(t)=t,\quad f(0)=4,\ f'(0)=3,\ f''(0)=5\,.$$

Ukupno: Ø

5. $f'''(t)+2f''(t)+f'(t)+2f(t)=t \qquad f(0)=4,\ f'(0)=3,\ f''(0)=5$

$s^3F(s)-s^2f(0)-sf'(0)-f''(0)+2s^2F(s)-sf(0)-f'(0)+sF(s)-f(0)+F(s)=\frac{1}{s^2}$

$\cancel{s^3F(s)-4s^2-3s-5}$

$s^3F(s)-4s^2-3s-5+2s^2F(s)-4s-3+sF(s)-4+F(s)=\frac{1}{s^2}$

$\cancel{s^3}F(s)+\cancel{2s^2}F(s)+F(s)-5-3-4=\frac{1}{s^2}-4s^2-3s+2s^2-4s-s^3$

$\cancel{s^3F(s)+2F(s)-12=\frac{1}{s^2}-2s^2-7s}$ $\qquad 3F(s)=\frac{1}{s^2}-2s^2-7s-s^3$

$\cancel{s^3F(s)+2F(s)=\frac{1}{s^2}-2s^2-7s-12}$ $\qquad 3F(s)=\frac{1-2s^4-7s^3-s^5}{s^2}$

$\cancel{3s^3F(s)=\frac{1}{s^2}=\frac{1-2s^4-7s^3-12s^2}{s^2}}$

$\cancel{3s^3F(s)}=\quad \cancel{F(s)=\frac{\frac{1}{s^2}-2s^2-7s-s^3}{3}}$ $\qquad 3F(s)=$

$\cancel{F(s)=\frac{1-2s^2-7s-s^3}{3s^2}}=$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano. IME I PREZIME: IVAN NAZAREVIĆ BROJ INDEKSA: 56186-2008	POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Izaberi bilo koji romb R u ravnini i na njemu odredi integral $\iint\limits_R x + y \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. 20

2. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 1$, $x = -1$, $y = 1$, $y = -1$, $z = 3 + x^2$, $z = -y^2$. 20

3. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{4}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\,\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = 1 + z$. Izračunaj $\int\limits_C f \mathrm{d}s$. 20

4. Izračunati $\iint_S (x^2 + y^2)\mathrm{d}S$ ako je S kružni stožac zadan jednadžbom $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i $0 \leq z \leq 3$. 20

5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$f'''(t) + 2f''(t) + f'(t) + 2f(t) = t, \quad f(0) = 4,\ f'(0) = 3,\ f''(0) = 5.$$

Ukupno: Ø

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA NASTAVNIK

Broj ↓ bodova

IME I PREZIME: Filip Mirković

BROJ INDEKSA: 57822-2009

1. Izaberi bilo koji romb R u ravnini i na njemu odredi integral $\iint\limits_R x + y \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. 20

2. Izračunati volumen tijela omeđenog ravninama $x = 1$, $x = -1$, $y = 1$, $y = -1$, $z = 3 + x^2$, $z = -y^2$. 20

3. Neka je C krivulja sa parametrizacijom $\mathbf{r}(t) = \frac{t}{4}\mathbf{i} + (\cos(t) + 3)\,\mathbf{j} + \sin t\mathbf{k}$, $t \in [0, 4\pi]$. Zadano je skalarno polje $f(x, y, z) = 1 + z$. Izračunaj $\int\limits_C f \mathrm{d}s$. 20

4. Izračunati $\iint_S (x^2 + y^2)\mathrm{d}S$ ako je S kružni stožac zadan jednadžbom $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i $0 \le z \le 3$. 20

5. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 20

$$f'''(t) + 2f''(t) + f'(t) + 2f(t) = t, \quad f(0) = 4,\ f'(0) = 3,\ f''(0) = 5\,.$$

Ukupno: 0