MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: STIPE DUŠEVIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0051-2010

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Neka je K krug radijusa $r = 1$ sa centrom u točki $T(8, 0)$. Izračunati $\int\limits_{\partial K} xy\,\mathrm{d}s$. ~~20~~

2. Neka je K krug radijusa $r = 1$ sa centrom u točki $T(0, -1)$, a $\widehat{\partial K}$ kružnica orjentirana suprotno od kazaljke na satu. Izračunati $\int\limits_{\widehat{\partial K}} (2x + 3)\,\mathrm{d}y$. 20

3. Izračunati $\displaystyle\int_{(3,2)}^{(5,5)} \mathrm{d}y + x\mathrm{d}x$ 10

4. Neka je K kocka stranice duljine $a = 2$ centrirana u ishodištu. Izračunati $\iint\limits_{\widehat{\partial K}} (8x + 8)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$? 20

5. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = x^2 + y^2$ što leži iznad područja $D \ldots x^2 + y^2 \leq 8$. Nije potrebno računati površinu baze. 15

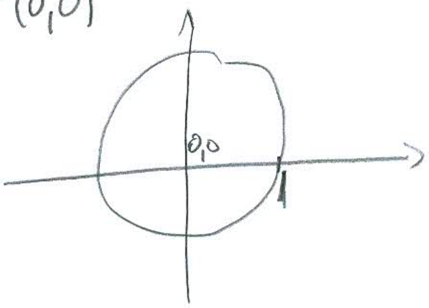
6. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: ~~15~~

$$y'''(t) + 2y''(t) + y'(t) = t, \quad y(0) = 2,\, y'(0) = 0,\, y''(0) = 1.$$

Ukupno: 0

$r=1$

1. $T(0,0)$



PARAMETRIZACIJA:

$$r(t) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t + 8 \\ \sin t \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi]$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -\sin t \\ \cos t \end{pmatrix}$$

$$\int\limits_{\partial K} xy\,ds = ?$$

$$\int_0^{2\pi} (\cos t + 8) \sin t \, dt$$

$$\int\limits_{\partial K} xy\,ds = \int_0^{2\pi} \cos t \cdot \sin t \cdot \underbrace{\sqrt{(-\sin t)^2 + (\cos t)^2}}_{=1}\, dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \cos t \sin t \, dt = 0$$

6. $y'''(t) + 2y''(t) + y'(t) = t$

$y(0) = 2, \; y'(0) = 0, \; y''(0) = 0$

$$s^3 Y(s) - s^2 \underbrace{y(0)}_{=2} - s \underbrace{y'(0)}_{=0} - \underbrace{y''(0)}_{=0} + 2\left[s^2 Y(s) - s \underbrace{y(0)}_{=2} - \underbrace{y'(0)}_{=0}\right] + sY(s) - \underbrace{y(0)}_{=2} = 0$$

$$Y(s)\left[s^3 + 2s^2 + s\right] = 2 + 4s + 2s^2$$

$$Y(s) = \frac{2(s+1)^2}{s(s+1)^2} = \frac{2}{s}$$

$y'(t) = 0, \; y''(t) = 0, \; y'''(t) = 0$

ODJ. $\Rightarrow 0 + 2 \cdot 0 + 0 = 0$

UVJETI $\Rightarrow$ $y(0) = 2$

$y'(0) = 0$

$y''(0) = 0$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

POPUNJAVA NASTAVNIK

IME I PREZIME: Andrija Ribić **BROJ INDEKSA:** 57688-2009

Broj ↓ bodova

1. Neka je K krug radijusa $r = 2$ sa centrom u točki $T(0,0)$. Izračunati $\int\limits_{\partial K} (5x+8)\,\mathrm{d}s$. 20

2. Neka je K krug radijusa $r = 1$ sa centrom u točki $T(2,1)$. Izračunati $\iint\limits_{K} (5x+8)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. 20

3. Prijelazom na cilindrične koordinate izračunati volumen dijela kugle $x^2+y^2+z^2 = 8$ za koji vrijedi $z \geq 1$. 15

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2+y^2$, $z = 8$. 15

5. Zadana krivulja Γ s parametrizacijom $x = 5\cos t$, $y = 5\sin t$ i $z = t^2$, $t \in [-1,1]$. Još je zadano $f(x,y,z) = \sqrt{z}$. Izračunati: $\int_\Gamma f\,\mathrm{d}s$. 15

6. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 15

$$y'''(t) - 2y''(t) + y'(t) = t^2, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

Ukupno: $\emptyset$

Ime i prezime: Andrija Ribić **Broj indeksa:** 57688-2009

1) ∂K parametrizemo sa $\gamma(t) = (2\cos t, 2\sin t)$, $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$

$|\gamma'(t)| = |(-2\sin t), (2\cos t)|$

?

Koristeći Laplaceovu transformaciju riješi diferencijalnu jednadžbu

$$y'''(t) - 2y''(t) + y'(t) = t^2$$

$$y(0) = 0, \; y'(0) = 0, \; y''(0) = 1$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.	POPUNJAVA NASTAVNIK
IME I PREZIME: MARKO TKALČEC BROJ INDEKSA: 56188-2008	Broj ↓ bodova

1. Neka je K krug radijusa $r = 2$ sa centrom u točki $T(0,0)$. Izračunati $\int\limits_{\partial K} (5x+8)\,\mathrm{d}s$. 20

2. Neka je K krug radijusa $r = 1$ sa centrom u točki $T(2,1)$. Izračunati $\iint\limits_{K} (5x+8)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. 20

3. Prijelazom na cilindrične koordinate izračunati volumen dijela kugle $x^2+y^2+z^2=8$ za koji vrijedi $z \geq 1$. 15

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2+y^2$, $z = 8$. 15

5. Zadana krivulja Γ s parametrizacijom $x = 5\cos t$, $y = 5\sin t$ i $z = t^2$, $t \in [-1,1]$. Još je zadano $f(x,y,z) = \sqrt{z}$. Izračunati: $\int_\Gamma f\,\mathrm{d}s$. 15

6. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 15

$$y'''(t) - 2y''(t) + y'(t) = t^2, \quad y(0)=0,\ y'(0)=0,\ y''(0)=1.$$

Ukupno: $\emptyset$

(1) $r = 2 \quad T(0,0)$

$$\int\limits_{\partial K} (5x+8)\,ds$$

?

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano. IME I PREZIME: Ivo Bašić BROJ INDEKSA: 57668-2009	POPUNJAVA NASTAVNIK Broj ↓ bodova

1. Neka je K krug radijusa $r = 2$ sa centrom u točki $T(0,0)$. Izračunati $\int_{\partial K} (5x+8)\,\mathrm{d}s$. 20

2. Neka je K krug radijusa $r = 1$ sa centrom u točki $T(2,1)$. Izračunati $\iint_{K} (5x+8)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. 20

3. Prijelazom na cilindrične koordinate izračunati volumen dijela kugle $x^2+y^2+z^2=8$ za koji vrijedi $z \geq 1$. 15

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2+y^2$, $z = 8$. 15

5. Zadana krivulja Γ s parametrizacijom $x = 5\cos t$, $y = 5\sin t$ i $z = t^2$, $t \in [-1,1]$. Još je zadano $f(x,y,z) = \sqrt{z}$. Izračunati: $\int_\Gamma f\,\mathrm{d}s$. 15

6. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 15

$$y'''(t) - 2y''(t) + y'(t) = t^2, \quad y(0)=0,\ y'(0)=0,\ y''(0)=1.$$

Ukupno: 0

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: Luka Bilavac BROJ INDEKSA: 17-2-0022-2010

POPUNJAVA NASTAVNIK
Broj ↓ bodova

1. Neka je K krug radijusa $r = 1$ sa centrom u točki $T(8,0)$. Izračunati $\int\limits_{\partial K} xy \, ds$. 20

2. Neka je K krug radijusa $r = 1$ sa centrom u točki $T(0,-1)$, a $\widehat{\partial K}$ kružnica orjentirana suprotno od kazaljke na satu. Izračunati $\int\limits_{\widehat{\partial K}} (2x+3)\, dy$. 20

3. Izračunati $\int\limits_{(3,2)}^{(5,5)} dy + x dx$ 10

4. Neka je K kocka stranice duljine $a = 2$ centrirana u ishodištu. Izračunati $\iint\limits_{\widehat{\partial K}} (8x+8)\, dx dy$? 20

5. Koristeći plošni integral postaviti formulu za ploštinu dijela paraboloida $z = x^2 + y^2$ što leži iznad područja $D \ldots x^2 + y^2 \leq 8$. Nije potrebno računati površinu baze. 15

6. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 15

$$y'''(t) + 2y''(t) + y'(t) = t, \quad y(0) = 2,\, y'(0) = 0,\, y''(0) = 1.$$

Ukupno: 0

① $r = 1$ $T(8,0)$ $\int\limits_{\partial K} xy\, ds$

$$\left.\begin{aligned} x &= r\cos(t) + 8 \\ y &= r\sin(t) \end{aligned}\right\} = \begin{aligned} &\cos(t) + 8 \\ &\sin(t) \end{aligned}$$

$$r' = \begin{pmatrix} -\sin(t) \\ \cos(t) \end{pmatrix} = \|r'(t)\| = \sqrt{\sin^2(t) + \cos^2(t)} = 1$$

$$\int_0^{2\pi} (\cos(t) + 8)(\sin(t))$$

IZBAČEN ZBOG POSJEDOVANJA MNOŠTVA SITNO KOPIRANIH LISTOVA PAPIRA. SVEŽNJIĆ JE BIO NA KLUPI, DJELOMIČNO SAKRIVEN U RUCI. TO NISU BILE SAMO FORMULE OBZIROM DA SU FORMULE DANE OD STRANE NASTAVNIKA (LAPLACE, INTEGRALI, DERIVACIJE)

② $r=1$

$T(0,-1)$

$$\int_{\partial k} (2x+3)\,dy$$

$$\left.\begin{aligned} x &= r\cos(t) \\ y &= r\sin(t) - 1 \end{aligned}\right\} r=1 \qquad \left.\begin{aligned} x &= \cos(t) \\ y &= \sin(t) - 1 \end{aligned}\right\} r' = \begin{matrix} -\sin(t) \\ \cos(t) \end{matrix}$$

$$\|r'(t)\| = \sqrt{\sin^2(t) + \cos^2(t)} = \sqrt{1} = 1$$

$$\int_0^{2\pi} (2\cos(t) + 3)\,dt =$$

$$2\sin(t) + 3t \Big|_0^{2\pi} = 2\cdot 0 + 6\pi - 0$$

$$= 6\pi$$

Ime i prezime: Luka Brkavac **Broj indeksa:** 17-2-0022-2010

$y(0)=2 \quad y''(0)=1$
$y'(0)=0$

6. $y'''(t)+2y''(t)+y'(t)=t \ /\mathcal{L}$

$$s^3Y(s)-\underbrace{s^2y(0)}_{2}-\underbrace{sy'(0)}_{0}-\underbrace{y''(0)}_{1}+2\left[s^2Y(s)-\underbrace{sy(0)}_{2}-\underbrace{y'(0)}_{0}\right]+sY(s)-\underbrace{y(0)}_{2}=\frac{1}{s^2}$$

$$\underline{s^3Y(s)}-2s^2-1+\underline{2s^2Y(s)}-4s+\underline{sY(s)}-2=\frac{1}{s^2}$$

$$Y(s)\left(s^3+2s^2+s\right)=\frac{1}{s^2}+2s^2+4s+3$$

$$Y(s)=\frac{2s^4+4s^3+3s^2+1}{s^2(s^3+2s^2+s)}=\frac{2s^4+4s^3+3s^2+1}{s^3(s+1)^2}=$$

$$=\frac{A}{s^3}+\frac{B}{s^2}+\frac{C}{s}+\frac{D}{(s+1)^2}+\frac{E}{s+1} \quad / s^3(s+1)^2$$

$$2s^4+4s^3+3s^2+1=A(s+1)^2+Bs(s+1)^2+Cs^2(s+1)^2+Ds^3+Es^3(s+1)$$

$s=0 \Rightarrow \boxed{1=A}$

$s=-1 \Rightarrow 2-4+3+1=-D=$ $\qquad s^2+2s+1$

$D=-2$

$$2s^4+4s^3+3s^2+\cancel{1}=s^2+\boxed{2s}+\cancel{1}+\underline{Bs^3}+2s^2+\boxed{Bs}+\underline{Cs^4}+\underline{2Cs^3}+Cs^2-\underline{2s^3}+\underline{Es^4}+\underline{Es^3}$$

$C+E=2$

$B+2C-2+E=4 \Rightarrow -1-2+E=4 \Rightarrow \boxed{E=7}$

$1+2+C=3 \Rightarrow \boxed{C=0}$

$2+B=1 \Rightarrow \boxed{B=-1} \quad \boxed{A=1} \quad \boxed{D=-2}$

$$y(t) = \frac{1}{s^3} - \frac{1}{s^2} - \frac{2}{(s+1)^2} + \frac{7}{(s+1)} \Big| L^{-1}$$

$$y(t) = \frac{1}{s^{2+1}} - t - 2te^{-t} + 7e^{-t}$$

MATEMATIKA 3: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. Pišite dvostrano.

IME I PREZIME: LUKA BORZIĆ

BROJ INDEKSA: 17-2-0016-2010

POPUNJAVA NASTAVNIK

Broj ↓ bodova

1. Neka je K krug radijusa $r = 2$ sa centrom u točki $T(0,0)$. Izračunati $\int\limits_{\partial K} (5x+8)\,\mathrm{d}s$. 20

2. Neka je K krug radijusa $r = 1$ sa centrom u točki $T(2,1)$. Izračunati $\iint\limits_{K} (5x+8)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. 20

3. Prijelazom na cilindrične koordinate izračunati volumen dijela kugle $x^2+y^2+z^2 = 8$ za koji vrijedi $z \geq 1$. 15

4. Izračunati volumen paraboloida omeđenog plohama: $z = x^2+y^2$, $z = 8$. 15

5. Zadana krivulja Γ s parametrizacijom $x = 5\cos t$, $y = 5\sin t$ i $z = t^2$, $t \in [-1,1]$. Još je zadano $f(x,y,z) = \sqrt{z}$. Izračunati: $\int_\Gamma f\,\mathrm{d}s$. 15

6. Koristeći Laplaceovu transformaciju riješiti diferencijalnu jednadžbu: 15

$$y'''(t) - 2y''(t) + y'(t) = t^2, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$$

Ukupno: 0

1. $r = 2$

$T(0,0)$

$\int\limits_{\partial K} (5x+8)\,ds$

$x^2 + (y-0)^2 = 25$

$r(t) = \begin{pmatrix} r\sin t \\ r\sin t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5\cos t \\ 8\sin t \end{pmatrix}$ ×

$r'(t) = \begin{pmatrix} -5\sin t \\ 8\cos t \end{pmatrix}$ ×

$\|r'(t)\| = \sqrt{25\sin^2 t + 64\cos^2 t} = \sqrt{25\sin^2 t} + \sqrt{64\cos^2 t}$

$\overset{?}{=} \sqrt{25} + \sqrt{64} = 13$

$\int\limits_0^{2\pi} (5x+8)\,ds =$

2. $r = 1$

$T(2, 1)$

$$\iint\limits_K (5x+8)\,dx\,dy$$