

MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

M1

IME I PREZIME: **Matija Miočić**

BROJ INDEKSA:

ZAOKRUŽITI AKO ŽELITE: ustmeni kod prof. Uglešića

17-1-0110-2012

40

1. Riješiti jednačbu: $z^3 + \overline{1+i} = 0$. Prikaži ih u kompleksnoj ravnini!
2. Riješi jednačbu $\sqrt[3]{x} + 1 = |x|$ grafičkom metodom. Provjeri uvrštavanjem!
3. Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$.
4. Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $h(x) = \frac{e^x}{x}$.
5. Odrediti domenu i prvu derivaciju funkcije: $f(x) = \ln(x^2 + 4) + \sin(2x - 3)$.
6. Da li red $\sum_n \frac{5^n}{n^2}$ konvergira i zašto?

12+3

12+3

5+15

20(graf)

5+15

10

Ukupno:

5. $f(x) = \ln(x^2 + 4) + \sin(2x - 3)$

$$f'(x) = (\ln(x^2 + 4))' + (\sin(2x - 3))' = \frac{1}{x^2 + 4} \cdot (x^2 + 4)' + \cos(2x - 3) (2x - 3)'$$

$$f' = \frac{2x}{x^2 + 4} + \cos(2x - 3) \cdot 2$$

$$f' = \frac{2x}{x^2 + 4} + 2\cos(2x - 3) \quad \checkmark$$

3. $f(x) = \sqrt{4x^2 + x} - 2x$

DOMENA

$$4x^2 + x \geq 0$$

$$4x^2 + x + 0 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 4 \cdot 0}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 1}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$x_2 = \frac{-1 - 1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$D_f [0, +\infty)$$

ASIMPTOTE

H. A.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x} - 2x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x} - 2x \cdot \frac{\sqrt{4x^2 + x} + 2x}{\sqrt{4x^2 + x} + 2x}}{\sqrt{4x^2 + x} + 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(4x^2 + x) - 4x^2}{\sqrt{4x^2 + x} + 2x} = \frac{x}{\sqrt{4x^2 + x} + 2x} \stackrel{/:x}{=} \frac{1}{\sqrt{4 + \frac{1}{x}} + 2} = \frac{1}{2 + 1 + 2} = \frac{1}{5}$$

$$h(x) = \frac{e^x}{x}$$

1) DOMENA

$$x \neq 0$$

$$D_f \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

2) ASIMPTOTE

V. A.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x}{x} = \frac{e^0}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x}{x} = \frac{e^0}{0^+} = +\infty$$

H. A.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right]_{LH} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right]_{LH} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{1} = e^{-\infty} = 0$$

$$y = 0 \rightarrow \text{H. A.}$$

3) GLOBALNA SVOPSTVA

nije periodična

$$f(-x) = \frac{e^{-x}}{-x}$$

nije ni parna ni neparna

4) NULTOČKE

$$f(x) = 0$$

$$\frac{e^x}{x} = 0$$

$$e^x = 0$$

nema nultočeka

5) DERIVACIJA

$$f(x) = \frac{e^x}{x}$$

$$f'(x) = \frac{x \cdot e^x - e^x}{x^2}$$

6) KRITIČNE TOČKE

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{e^x(x-1)}{x^2} = 0$$

$$x-1 = 0$$

$$x = 1$$

$$f(1) = e$$

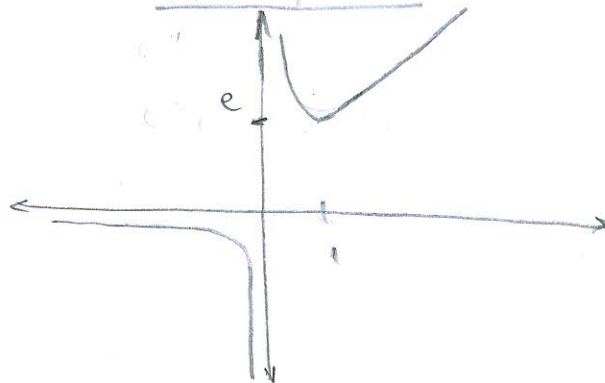
$$T(1, e)$$

7) MONOTONOST

	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	+	
$f(x)$	↘	↘	↗	

Loc. MIN.

10) KONKAVNOST



funkcija je neomeđena

$$z^3 + 1 + i = 0$$

$$z^3 + 1 - i = 0$$

$$z^3 = -1 + i$$

$$z^3 = t$$

$$t = -1 + i$$

$$z = \sqrt[3]{-1 + i}$$

$$w = -1 + i$$

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$\varphi = -\frac{1}{4}\pi$$

$$|w| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$w = \sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{1}{4}\pi\right) + i \sin\left(-\frac{1}{4}\pi\right) \right)$$

$$\sqrt[3]{w} = \sqrt[3]{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{-\frac{1}{4}\pi + 2k\pi}{3} + i \sin \frac{-\frac{1}{4}\pi + 2k\pi}{3} \right)$$

$$k = 0, 1, 2$$

a) $k = 0$

$$\sqrt[3]{w} = \sqrt[3]{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{-\frac{1}{4}\pi}{3} + i \sin \frac{-\frac{1}{4}\pi}{3} \right)$$

$$= \sqrt[3]{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{-\frac{1}{4}\pi}{3} + i \sin \frac{-\frac{1}{4}\pi}{3} \right) = \sqrt[3]{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{4} - \frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}i}{4} \right)$$

$$z_1 = \sqrt[3]{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{4} - \frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}i}{4} \right) \quad z_1 \approx 1,1 - 0,3i$$

b) $k = 1$

$$\sqrt[3]{w} = \sqrt[3]{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{-\frac{1}{4}\pi + 2\pi}{3} + i \sin \frac{-\frac{1}{4}\pi + 2\pi}{3} \right)$$

$$= \sqrt[3]{\sqrt{2}} \left(-\frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{4} + \frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}i}{4} \right)$$

$$z_2 = \sqrt[3]{\sqrt{2}} \cdot \left(-\frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{4} + \frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}i}{4} \right) \quad z_2 \approx -0,3 + 1,1i$$

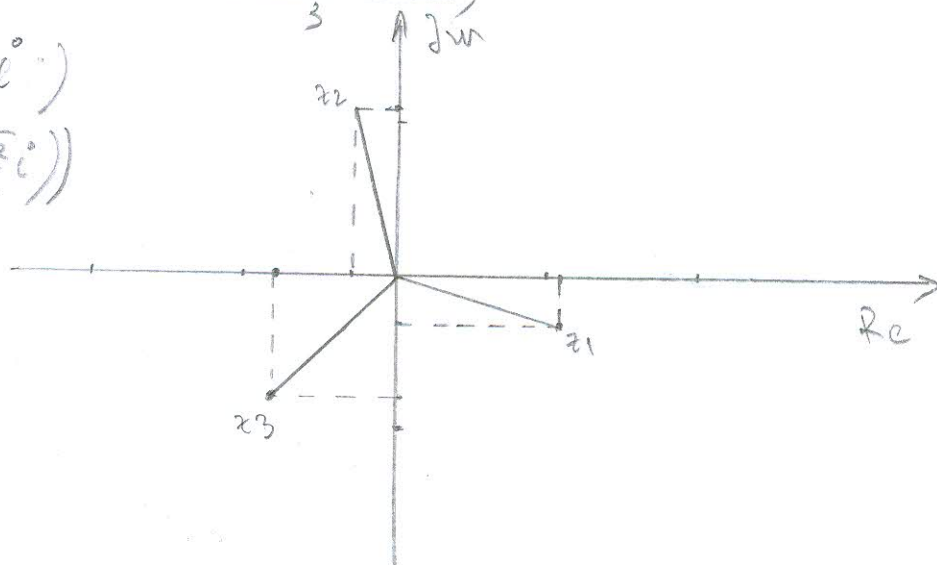
c) $k = 2$

$$\sqrt[3]{w} = \sqrt[3]{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{-\frac{1}{4}\pi + 4\pi}{3} + i \sin \frac{-\frac{1}{4}\pi + 4\pi}{3} \right)$$

$$= \sqrt[3]{\sqrt{2}} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)$$

$$z_3 = \sqrt[3]{\sqrt{2}} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)$$

$$z_3 \approx -0,8 - 0,8i$$



MATEMATIKA 1: Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod!!

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

IME I PREZIME: Ante Kasipović

BROJ INDEKSA: 17-1-0640-2012

M1

ZAOKRUŽITI AKO ŽELITE: ustmeni kod prof. Uglešića

38

- Riješiti jednadžbu: $z^3 + \overline{1+i} = 0$. Prikaži ih u kompleksnoj ravnini!
- Riješi jednadžbu $\sqrt[3]{x} + 1 = |x|$ grafičkom metodom. Provjeri uvrštavanjem!
- Ispitati domenu i sve asimptote funkcije $g(x) = (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$.
- Ispitati tok i nacrtati graf funkcije: $h(x) = \frac{e^x}{x}$.
- Odrediti domenu i prvu derivaciju funkcije: $f(x) = \ln(x^2 + 4) + \sin(2x - 3)$.
- Da li red $\sum_n \frac{5^n}{n^2}$ konvergira i zašto?

12+3

12+3

5+15

20(graf)

5+15

10

Ukupno:

5. $f(x) = \ln(x^2 + 4) + \sin(2x - 3)$

$f'(x) = (\ln(x^2 + 4))' + (\sin(2x - 3))'$

$f'(x) = \frac{1}{x^2 + 4} \cdot (x^2 + 4)' + \cos(2x - 3) \cdot (2x - 3)'$

$f'(x) = \frac{1}{x^2 + 4} \cdot 2x + \cos(2x - 3) \cdot 2$

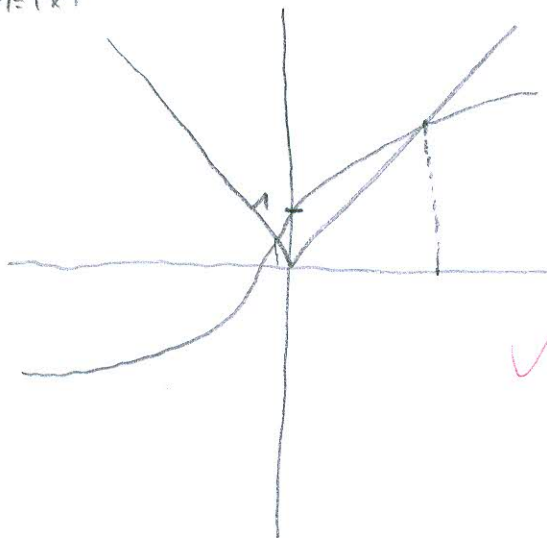
$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 4} + 2\cos(2x - 3)$ ✓

$f(x) = \ln(x^2 + 4) + \sin(2x - 3)$

$x^2 + 4 > 0$
 $x > -2$
uvijek

$D_f = \mathbb{R}$

2. $\sqrt[3]{x} + 1 = |x|$



$x_1 = -0.3$

$\sqrt[3]{-0.3} + 1 = |-0.3|$

$0.36 = 0.3$ //

$x_2 = 2.5$

$\sqrt[3]{2.5} + 1 = |2.5|$

$2.36 = 2.5$ //

$x_1 = -0.3$
 $x_2 = 2.5$ //

