

MATEMATIKA I - KOLOKVIJ #2:

PRAVILA Studentima koji posjeduju mobitel treba biti ugašen. Studentima na ispitu nisu dopuštene nikakve formule. Nikakvo posuđivanje pribora nije dopušteno. U vrijeme trajanja ispita studenti ne mogu izlaziti van bez predaje ispita. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

TRAJANJE: OKO 70 MINUTA. PIŠITE DVOSTRANO! Obavezno popuniti sva polja ispod. U pitanjima s višestrukim ponuđenim odgovorima može biti više točnih.

IME I PREZIME: DONATO PREDOVAN

BROJ INDEKSA:

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

Ukupno:

17

1. Odrediti domenu i asimptote funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$.

3+12

$$x^2 - 2x + 3 \geq 0$$

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$D(f) \Rightarrow \mathbb{R} \checkmark$$

$$x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 3}}{2} \quad \times \notin \mathbb{R} \quad \text{nema nultočaka}$$

$f(x)$ nema vertikalnih jer nema nultočaka naciivnika koje nisu nultocke brojnika i nema nultočaka.

L.K.A.

$$k \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{x} \left\{ x \rightarrow -x \right\} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} \cdot |x|}{-x \cdot |x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}}{-1} = -1$$

$$l \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{f(x) - kx}{x} \right] \left\{ x \rightarrow -x \right\} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 3} - x) \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x}{x^2 + 2x + 3 + x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x} \cdot \frac{1}{|x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{3}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1} = \frac{2}{2} = 1$$

L.K.A. $\rightarrow y = -x + 1$ ✓

D.K.A.

$$k \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{x} \cdot \frac{|x|}{|x|} = \frac{1}{1} = 1$$

$$l \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 3} - x) \cdot \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} + x}{x^2 - 2x + 3 + x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x + 3}{\sqrt{x^2 - 2x + 3} + x} \cdot \frac{1}{|x|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2 + \frac{3}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

D.K.A. $\rightarrow y = x - 1$ ✓

L.H.A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 3} \left\{ x \rightarrow -x \right\} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} = \infty$

D.H.A. isto!

NEMA HORIZONTALNIH ASIMPTOTA! ✓

2. Izračunati determinatu matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

4

3. Odrediti predznake funkcije $f(x) = \frac{\arccos x}{\ln x}$.

5

1° $x \in [-1, 1]$

2° $x > 0$

3° $\ln x \neq 0$
 $\Rightarrow x \neq 1$

	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
		-2	$\frac{1}{2}$	2
$f(x)$		N/D	-	N/D

funkcija je ~~padajuća~~ (negativna) u intervalu $x \in [-1, 1]$,
 u intervalima $(-\infty, -1]$, $[1, +\infty)$ nije definirana.

$D(f) =]0, 1[$

NULTOČAKA NEMA

	0	$\frac{1}{2}$	1
$f(x)$	0	$-$	0

NEGATIVNA NA
 CIJELOJ DOMENI

4. Odrediti: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sin n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{\sin n}{n}} = \frac{1}{0} = \infty$ ~~3~~

VIDI PREDAVANJE 9

5. Ako neprekidna funkcija ima obje horizontalne asimptote i domena joj je skup svih realnih brojeva što možemo zaključiti o njenim globalnim ekstremima? ~~1~~

Ta je funkcija omeđena, nema kosih ni vertikalnih asimptota. Nema nultocijaka, ni točka prekida.

6. Navedi jednačbe pravaca koji su asimptote eksponencijalne i logaritamske funkcije? 2

logaritamske funkcije $\Rightarrow x = 0$ ✓

eksponencijalne $\Rightarrow y = 0$ ✓

7. Koja je definicija (ili karakterizacija) neprekidnosti funkcije u točki $x = 3$? ~~3~~

u točki $x = 3$
Funkcija ima vertikalnu asimptotu. Funkcija je neomeđena.

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$$

MATEMATIKA I - KOLOKVIJ #2:

PRAVILA Studentima koji posjeduju mobitel treba biti ugašen. Studentima na ispitu nisu dopuštene nikakve formule. Nikakvo posuđivanje pribora nije dopušteno. U vrijeme trajanja ispita studenti ne mogu izlaziti van bez predaje ispita. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

TRAJANJE: OKO 70 MINUTA. PIŠITE DVOSTRANO! Obavezno popuniti sva polja ispod. U pitanjima s višestrukim ponudjenim odgovorima može biti više točnih.

IME I PREZIME: **GABRIJELA JORDAN**

BROJ INDEKSA:

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

POPUNJAVA

NASTAVNIK

Broj ↓

bodova

Ukupno:

10

1. Odrediti domenu i asimptote funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$.

3+12

$$D^{\circ} \quad x^2 - 2x + 3 \geq 0$$

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 12}}{2}$$

$$D_f: \mathbb{R}$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{-8}}{2} \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{-8}}{2} \quad \text{nema nultočka}$$

V.A. NEMA

H.A.

KAKO?

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 3} \stackrel{! : x \neq}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} = 1$$

D.H.A.

$$y = 1 \quad \times$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 3} = \left. \begin{matrix} x \rightarrow (-x) \\ -\infty \rightarrow +\infty \end{matrix} \right\} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} \stackrel{! : x}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}$$

O.H.A. $y = 1$

L.H.A.

$$y = 1$$

NEMA KOSE

2. Izračunati determinatu matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

4

$$1 \cdot (-1)^{4+1} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{4+3} \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} + (-3) \cdot (-1)^{4+2} \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^5 \cdot (-5) + (-2)^7 \cdot (-15) + (-3) \cdot (-1)^6 \cdot 7 = 5 + 30 - 21 = 14$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0 + 2 + (-18) - 0 - (-8) - (-3) = -5$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 6 + 12 + (-6) - 27 + 4 - 4 = -15$$

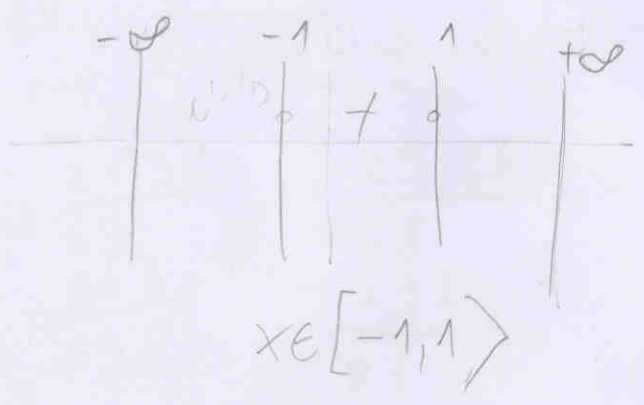
$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -12 + 0 + 2 + 9 - 0 + 8 = 7$$

3. Odrediti predznake funkcije $f(x) = \frac{\arccos x}{\ln x}$.

$\ln x \neq 0, x > 0$
 $x \neq 1$

$D_f: \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$-1 \leq x \leq 1$
 $x \geq -1, x \leq 1$
 $[-1, 1]$



$D(f) = \langle 0, 1 \rangle$

4. Odrediti: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sin n} = \left[\frac{\infty}{[-1, 1]} \right]$

$\sin n$ je ograničena na $[-1, 1]$, pa dijeljenjem brojnika sve većim brojem

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sin n} = 0$ X

VIDI PREDAVANJE 9.

5. Ako neprekidna funkcija ima obje horizontalne asimptote i domena joj je skup svih realnih brojeva što možemo zaključiti o njenim globalnim ekstremima?

Df: \mathbb{R} H.A.

Nema ih X

MA GLOBALNE EKSTREME.

6. Navedi jednačbe pravaca koji su asimptote eksponencijalne i logaritamske funkcije?

V.A. = 0 \log $y=0$

eksponencijalna

log	V.A.	$x=0$
exp	H.A.	$y=0$

7. Koja je definicija (ili karakterizacija) neprekidnosti funkcije u točki $x = 3$?

3

znači da istražujemo limes funkcije koji teži tački 3

$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$ ✓

Ako vam nedostaje mjesta za neki zadatak slobodno nastavite pisati ovdje (samo istaknite broj zadatka)...

$$\left(\begin{array}{cccc|l} 2 & 2 & -1 & 3 & R1-2R4 \\ 2 & 3 & 0 & 2 & R2-2R4 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & R3-3R4 \\ 1 & 0 & 2 & -3 & \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cccc|l} 0^+ & 2 & -5 & 9 \\ 0^- & 3 & -4 & 8 \\ 0^+ & -1 & -8 & 10 \\ 1^- & 0 & 2 & -3 \end{array} \right) =$$

$$= - \left(\begin{array}{ccc|l} 2 & -5 & 9 & R1+2R3 \\ 3 & -4 & 8 & *R2+3R3 \\ -1 & -8 & 10 & \end{array} \right) = - \left(\begin{array}{ccc|l} 0^+ & -21 & 29 \\ 0^- & -28 & 38 \\ -1^+ & -8 & 10 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc|l} -21 & 29 \\ -28 & 38 \end{array} \right) =$$

$$= -21 \cdot 38 - 29 \cdot (-28) = -798 + 812 = 14$$

$$\begin{array}{r} 21 \cdot 38 \\ \hline 63 \\ 168 \\ \hline 798 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \cdot 28 \\ \hline 58 \\ 232 \\ \hline 812 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 812 \\ -798 \\ \hline 14 \end{array}$$