MATEMATIKA 2

14. lipnja 2012.

Ime i prezime: JURE SVILIČIĆ **Broj indeksa:** 17-2-0043-2010

Vrijeme: od 08:45 **do** 10:03 ♣3 **Broj bodova:** 10

Trajanje ispita je 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

1. *(15)* Integriraj

$$\int_1^2 \frac{\sin(\ln x)}{x}\,dx$$

2. *(20)* Integriraj

$$\int \frac{x}{(x-1)(x^2+x+1)}\,dx$$

3. *(20)* Odredi površinu koju zatvaraju krivulja $x = y^2 - 2y + 2$ i pravac $2x + y = 9$.

4. *(10+10)*

a) Ispitaj ekstreme funkcije

$$f(x,y) = x^3 + y^3 - 15xy$$

b) Odredi domenu funkcije:

$$f(x,y) = \arcsin(x+y)$$

5. *(10+15)* Riješi sljedeće diferencijalne jednadžbe:

a)

$$xy' - 4y = x^3$$

b)

$$y'' + 9y = 2e^{-3x}$$

VIDI RJEŠENJE 3

PISATI JEDNOSTRANO!

NA SVAKI LIST PAPIRA NAPISATI IME I PREZIME

IME I PREZIME: JURE SVILIČIĆ BROJ INDEKSA: 17-2-0043-2010

5. $x = y^2 - 2y + 2 \qquad 2x + y = 9$

$y^2 - 2y + 2 = x$

$y^2 = x + 2y - 2$

$y = \sqrt{x + 2y - 2}$

$x = y^2 - 2y + 2$

$2x = 9 - y$

$x = \frac{9-y}{2}$

$y^2 - 2y + 2 = \frac{9-y}{2}$

$y^2 - 2y + 2 - \frac{9-y}{2} = 0 \quad / \cdot 2$

$2y^2 - 4y + 4 - 9 + y = 0$

$2y^2 - 3y - 5 = 0$

$y_{1,2} = \frac{+3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)}}{4}$

$y_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{3 \pm 7}{4}$

$y_1 = \frac{5}{2} \qquad y_2 = -1$

5. a) $xy' - 4y = x^3 \quad / : x$

$y' - \frac{4y}{x} = x^2$

$y' - \frac{4}{x} \cdot y = x^2$ ⇒

1° $y' - \frac{4}{x} \cdot y = 0$

$\frac{dy}{dx} - \frac{4}{x} \cdot y = 0 \quad / \cdot dx$

$dy = \frac{4}{x} \cdot y \cdot dx \quad / : y$

$\frac{dy}{y} = \frac{4}{x} dx \quad / \int$

$\int \frac{dy}{y} = 4 \int \frac{dx}{x}$

$\ln|y| = 4 \cdot \ln|x| + \ln|c|$

$\ln|y| = \ln|x^4| + \ln|c|$

$\ln|y| = \ln|x^4 \cdot c|$

$y = x^4 \cdot c(x)$ ✓

$y = x^4 \cdot c(x) \quad /'$

$y' = 4x^3 \cdot c(x) + x^4 \cdot c'(x)$

$4x^3 \cdot c(x) + x^4 \cdot c'(x) - \frac{4x^4 \cdot c(x)}{x} = x^2$

$4x^3 \cdot c(x) + x^4 \cdot c'(x) - 4x^3 \cdot c(x) = x^2$

$c'(x) + x^4 = x^2$

$c'(x) = x^2 - x^4$

$c'(x) = x^{-2}$

$\frac{dc}{dx} = x^{-2} \quad / \cdot dx$

$dc = x^{-2} dx \quad / \int$

$c(x) = \int x^{-2} dx$

$c(x) = -x^{-1} + D$ ✓

$y = x^4 \cdot \left[(-x^{-1}) + D \right]$

P=7

10

IME I PREZIME: JURE SVILIČIĆ BROJ INDEKSA: 17-2-0043 2010

1. $\int_1^2 \frac{\sin(\ln x)}{x}\,dx = \left\{\begin{array}{l} \ln x = t \,/' \\ \frac{1}{x}\,dx = dt \end{array}\right\}$

$= \int_1^2 \sin t\,dt = -\cos t \Big|_1^2 + C = -\cos(\ln x)\Big|_1^2 + C =$ ✓

$= -\cos(\ln 2 - \ln 1) - C$ ✗ ∅

2. $\int \frac{x}{(x-1)(x^2+x+1)}\,dx =$ RASTAV NA PARCIJALNE RAZLOMKE

$\frac{x}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1} \quad / \cdot (x-1)(x^2+x+1)$

$x = A(x^2+x+1) + (Bx+C)(x-1)$ ✗

$x = Ax^2 + Ax + A + Bx^2 - Bx - Cx - C$

$x = x^2(A+B) + x(A-B-C) + (A-C)$

$\left.\begin{array}{l} A+B=0 \Rightarrow A=-B \\ A-B-C=1 \Rightarrow B=A-C-1 \\ A-C=0 \Rightarrow C=A \end{array}\right\}$

$A = -(A-C-1)$

$A = -(A-A-1)$

$A = -(-1)$

$A=1 \Leftrightarrow C=1$

$-B = A$

$-B = 1$

$B=-1$ ✗

✗ ✗

$= \int \frac{1}{x-1}\,dx + \int \frac{-1x+1}{x^2+x+1}\,dx =$

$= \int \frac{dx}{x-1} - \int \frac{x}{x^2+x+1}\,dx + \int \frac{dx}{x^2+x+1} = *$

IME I PREZIME: JURE SVILIČIĆ BROJ INDEKSA: 17-2-0043-2010

*

$$\int \frac{dx}{x-1} = \int \frac{dx}{(\sqrt{x})^2 - 1^2} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \right| + C$$

$$\int \frac{x}{x^2+x+1}\,dx = \int \frac{x}{x^2+x+1-x+x}\,dx = \int \frac{x}{(x^2+2x-1)-x}\,dx =$$

=