Popuniti odmah!
Ime i prezime: LUKA STIPIĆ **Broj indeksa:** 17-2-0083-2011
Datum: 21.2.2012. Vrijeme: od do .
MATEMATIKA 1: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

3 Broj ↓ bodova 20

1.	Riješiti sustav $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ i matričnim množenjem provjeriti rješenje.	15+5
2.	Među kompleksnim brojevima riješiti jednadžbu: $z^3 - \left(\overline{i-1}\right)^2 = 0$.	20
3.	Odrediti sve asimptote funkcije $f(x) = \arctan(e^x)$.	10+10
4.	Odrediti prvu derivaciju funkcije $g(x) = \ln\left(\frac{1}{x} - x\right)$.	20
5.	Na temelju ispitivanja toka funkcije odrediti da li postoji i koji je globalni maksimum funkcije $h(x) = x - \sqrt{x^2-1}$. Ako ispravno nacrtate skicu grafa funkcije odmah će vam biti jasno.	20

3. $f(x) = \arctan(e^x)$

- ASIMPTOTE

-vertikalna

nema vertikalne asimptote $e^x = 0$

-horizontalna i kosa

$y = k \cdot x + l$

$$k = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\arctan(e^x)}{x} = \frac{\infty}{\infty} - \frac{\frac{1}{(e^x)^2+1} \cdot e^x}{x} \quad \ldots$$

NEMA KOSE NI HORIZONTALNE

4. $g(x) = \ln\left(\frac{1}{x} - x\right)$

$g(x) = \ln\left(\frac{1-x^2}{x}\right)$

$$g'(x) = \frac{1}{\frac{1-x^2}{x}} \cdot \frac{-2x \cdot (x) - (1-x^2) \cdot 1}{x^2}$$

$$g'(x) = \frac{x}{1-x^2} \cdot \frac{-2x^2 - 1 + x^2}{x^2}$$

$$g'(x) = \frac{\cancel{x}}{1-x^2} \cdot \frac{-x^2-1}{x^{\cancel{2}}} = \frac{-1-x^2}{1-x^2}$$

5. $h(x) = x - \sqrt{x^2-1}$

1. DOMENA

$x^2-1 \geq 0$

$(x-1)\cdot(x+1) \geq 0$

$x_1 = 1$ $\quad$ $x_2 = -1$

	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	$-$	$+$	
$x+1$	$-$	$+$	$-$	
	$+$	$-$	$+$	

$D_f \in \mathbb{R} \langle -\infty, -1] \cup [1, +\infty \rangle$

2. PARNOST, NEPARNOST PERIODIČNOST

$f(-x) = -x - \sqrt{(-x)^2-1} = -x - \sqrt{x^2-1}$ $\qquad$ $f(x) \neq f(-x)$ NIJE PARNA

$-f(-x) = -(-x - \sqrt{x^2-1}) = x + \sqrt{x^2+1}$ $\qquad$ $f(x) \neq -f(-x)$ NIJE NEPARNA

FUNKCIJA NIJE PERIODIČNA JER NEMA TRIGONOMETRIJSKIH ELEMENATA

3. ASIMPTOTE

- vertikalna

$\sqrt{x^2-1} = 0 \;/^2$

$x^2-1=0$

$(x-1)(x+1)=0$

$x_1 = 1$ $\quad$ $x_2 = -1$

$\lim_{x\to 1} x - \sqrt{x^2-1} \cdot \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x\to 1} \frac{x-x^2-1}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{1-1^2-1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{}}$

NEMA V.A

- horizontalne i kose $\quad \boxed{y = k \cdot x + l}$

$k = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x} \;/\cdot \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x}{x} - \sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2}}}{\frac{x}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1-\sqrt{1-0}}{1} = \frac{1-1}{1} = \frac{0}{1} = 0$ NEMA V.A

$l = \lim_{x\to\infty} [f(x) - k\cdot x] = \lim_{x\to\infty} [x - \sqrt{x^2-1} - 0\cdot x] = \lim_{x\to\infty} [x - \sqrt{x^2-1}] = \lim_{x\to\infty} [x - \sqrt{x^2-1} \cdot \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{x-x^2-1}{\sqrt{x^2+1}} \;/\cdot \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^2}} = \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^4} - \frac{1}{x^2}}} = \frac{-1}{0}$ NEMA H.A

4. NUL TOČKE

$x - \sqrt{x^2-1} = 0 \;/^2$

$x^2 - x^2 - 1 = 0$

LOKALNI EKSTREMI

$f(x) = x - \sqrt{x^2-1}$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x^2-1}} \cdot 2x$

$f'(x) = 1 - \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2-1}}$

$f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

$f'(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}-x}{\sqrt{x^2-1}}$