

o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!**

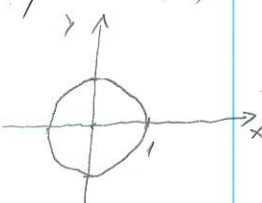
IME I PREZIME: ANTE ŠUŠNJARZA

BROJ INDEKSA: 57679

Svaki sljedeći zadatak svesti na rješavanje jednog ili serije jednostrukih određenih integrala (npr. $\int_0^1 \int_0^{x+1} x + \cos y \, dy \, dx$). Nije potrebno integral rješavati do kraja.

1. Neka je C plašt cilindra koji ne uključuje baze (nije zatvoren), radijusa $r = 1$ koji se prostire u smjeru z -osi, visine $v = 2$ s centrom u ishodištu ($z \in [-1, 1]$). Podrazumijeva se orijentacija plašta cilindra prema van. Kako treba računati $\iint_C 2x + 3 \, dy \, dz$? 10
2. Neka je K krug radijusa $r = 1$ sa centrom u točki $T(2, 1)$. Kako izračunati $\iint_K (2x + 3) \, dx \, dy$? 10
3. Neka je K kocka stranice duljine $a = 2$ centrirana u ishodištu. Kako se može izračunati $\iint_{\partial K} (2x + 3) \, dx \, dy$? 10
4. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 1$ sa centrom u ishodištu ($z \geq 0$) orijentirana prema van. Kako se može izračunati $\iint_S 3 \, dx \, dy$? (pomoć: $\text{rot}(3\mathbf{j}) = 3\mathbf{k}$) 10

2) $T(2, 1)$ $r=1$



$$x = r \cos \varphi + 2$$

$$y = r \sin \varphi + 1$$

$$dx \, dy = r \, dr \, d\varphi$$

$$\varphi \in [0, 2\pi]$$

$$r \in [0, 1]$$

$$\iint_K (3 + 2(r \cos \varphi + 2)) r \, dr \, d\varphi$$

$$\iint_K (3r + 2r^2 \cos \varphi + 4r) \, dr \, d\varphi$$

✓

Ukupno:
20

3) $a=2$ $T(0,0)$ $\iint_{\partial K} (2x+3) \, dx \, dy$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2x+3 \end{bmatrix}$$

$$\text{div } \mathbf{w} = dx + dy + dz$$

$$= 0 + 0 + 0$$

$$= 0$$

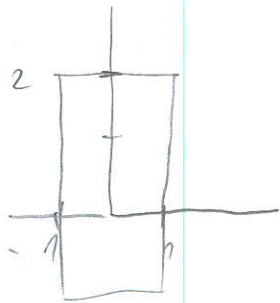
$$\iiint_K 0 \, dx \, dy \, dz = 0$$

div w

Tablica integrala (zapravo ti ne treba)

$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, n \neq -1$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \sinh x \, dx = \cosh x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \cosh x \, dx = \sinh x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$	$\int \tanh x \, dx = \ln \cosh x $	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int \cos x \, dx = \sin x + C$	$\int \coth x \, dx = \ln \sinh x $	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \tan x \, dx = -\ln \cos x $	$\int \frac{dx}{\cosh^2 x} = \tanh x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} \, dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right]$
$\int \cot x \, dx = \ln \sin x $	$\int \frac{dx}{\sinh^2 x} = -\coth x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} \, dx = \frac{1}{2} \left[x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$

1) $r = 1$
 $v = 2$

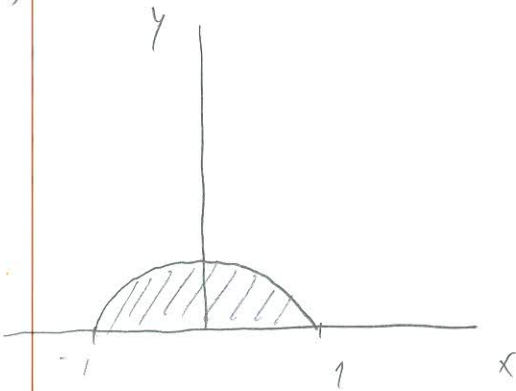


$z \in [-1, 1]$ Green's formula
 $r \in [0, 1]$

$$\iint_C 2x + 3 \, dy \, dz$$



4)



$x = \cos t$
 $y = \sin t$ $dx \, dy = dt$

$$r = \begin{bmatrix} \cos t \\ \sin t \end{bmatrix}$$

$$r' = \begin{bmatrix} -\sin t \\ \cos t \end{bmatrix}$$

$r = 1$
 $T(0,0)$

$$|r(t)| = \sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t}$$

$$|r(t)| = 1$$



$$\int_0^{2\pi} 3 \cdot 1 \, dt$$

$$3 \int_0^{2\pi} dt$$

$$3 \cdot 2\pi$$

$$\underline{6\pi}$$



o stegovnoj odgovornosti studenata. **PIŠITE DVOSTRANO!**

IME I PREZIME: **LOVRE LOVRIC**

BROJ INDEKSA: **58080**

Svaki sljedeći zadatak svesti na rješavanje jednog ili serije jednostrukih određenih integrala (npr. $\int_0^1 \int_0^{x+1} x + \cos y \, dy \, dx$). Nije potrebno integral rješavati do kraja.

1. Neka je C plašt cilindra koji ne uključuje baze (nije zatvoren), radijusa $r = 1$ koji se prostire u smjeru z -osi, visine $v = 2$ s centrom u ishodištu ($z \in [-1, 1]$). Podrazumijeva se orijentacija plašta cilindra prema van. Kako treba računati $\iint_C 2x + 3 \, dy \, dz$?

10

2. Neka je K krug radijusa $r = 1$ sa centrom u točki $T(2, 1)$. Kako izračunati $\iint_K (2x + 3) \, dx \, dy$?

10

3. Neka je K kocka stranice duljine $a = 2$ centrirana u ishodištu. Kako se može izračunati $\iint_{\partial K} (2x + 3) \, dx \, dy$?

10

4. Neka je S gornja polusfera radijusa $r = 1$ sa centrom u ishodištu ($z \geq 0$) orijentirana prema van. Kako se može izračunati $\iint_S 3 \, dx \, dy$? (pomoć: $\text{rot}(3x\mathbf{j}) = 3\mathbf{k}$)

10

Ukupno:

20

Tablica integrala (zapravo ti ne treba)

$\int dx = x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, n \neq -1$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \sinh x \, dx = \cosh x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \cosh x \, dx = \sinh x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C$
$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$	$\int \tanh x \, dx = \ln \cosh x $	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int \cos x \, dx = \sin x + C$	$\int \coth x \, dx = \ln \sinh x $	$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \arccos \left(1 - \frac{x}{a} \right) + C$
$\int \tan x \, dx = -\ln \cos x $	$\int \frac{dx}{\cosh^2 x} = \tanh x + C$	$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} \, dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln \left(x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) \right]$
$\int \cot x \, dx = \ln \sin x $	$\int \frac{dx}{\sinh^2 x} = -\coth x + C$	$\int \sqrt{a^2 - x^2} \, dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \left(\frac{x}{a} \right) \right] + C$



