

**MATEMATIKA I - KOLOKVIJ #2:**

**PRAVILA** Studentima koji posjeduju mobitel treba biti ugašen. Studentima na ispitu nisu dopuštene nikakve formule. Nikakvo posuđivanje pribora nije dopušteno. U vrijeme trajanja ispita studenti ne mogu izlaziti van bez predaje ispita. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

**TRAJANJE: OKO 70 MINUTA. PIŠITE DVOSTRANO!** Obavezno popuniti sva polja ispod. U pitanjima s višestrukim ponudjenim odgovorima može biti više tačnih.

**IME I PREZIME:** ELENA BEG

**BROJ INDEKSA:**

**VRIJEME POČETKA:**

**VRIJEME ZAVRŠETKA:**

POPUNJAVA  
NASTAVNIK  
Broj ↓  
bodova

Ukupno:

9

1. Odrediti domenu i asimptote funkcije  $f(x) = -x - \sqrt{x^2 - 8x + 6}$ .

1. DOMENA  $x^2 - 8x + 6 > 0$

2. NUL TOČKE

$D_f: (-\infty, 4 - \sqrt{10}) \cup (4 + \sqrt{10}, +\infty)$   $x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{40}}{2}$

$x_1 = 4 + \sqrt{10} = 7,16$   $x_2 = 4 - \sqrt{10} = 0,83$

a) V, A

$\lim_{x \rightarrow 0,83^-} -x - \sqrt{x^2 - 8x + 6} = \lim_{x \rightarrow 0,83^-} -0,83 - \sqrt{(0,83)^2 - 8 \cdot 0,83 + 6} = -1,05$

$\lim_{x \rightarrow 7,16^+} -x - \sqrt{x^2 - 8x + 6} = \lim_{x \rightarrow 7,16^+} -7,16 - \sqrt{(7,16)^2 - 8 \cdot 7,16 + 6} =$

- nema vertikalnih asimp.

b) H.A

$\lim_{x \rightarrow \infty} -x - \sqrt{x^2 - 8x + 6} = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x - \sqrt{x^2 - 8x + 6}) \cdot \frac{x - \sqrt{x^2 - 8x + 6}}{x - \sqrt{x^2 - 8x + 6}} =$   
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + x^2 - 8x + 6}{x - \sqrt{x^2 - 8x + 6}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-8x + 6}{x - \sqrt{x^2 - 8x + 6}} \cdot \frac{1/x}{1/x} = \frac{-1}{1 - 1} = -\frac{1}{0} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} -x - \sqrt{x^2 - 8x + 6} = |x \rightarrow (-x)| = \lim_{-x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x^2 + 8x + 6} =$   
 $= \lim_{-x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 8x + 6}) \cdot \frac{x + \sqrt{x^2 + 8x + 6}}{x + \sqrt{x^2 + 8x + 6}} = \lim_{-x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^2 - 8x - 6}{x + \sqrt{x^2 + 8x + 6}} = \lim_{-x \rightarrow \infty} \frac{-8x - 6}{x + \sqrt{x^2 + 8x + 6}} \cdot \frac{1/x}{1/x} =$   
 $= \frac{-1}{1 + 1} = -\frac{1}{2}$

postoji lijeva horizontalna asimptota  $y = -\frac{1}{2}$

c) kosa A,

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x - \sqrt{x^2 - 8x + 6}}{x} \cdot \frac{1/x}{1/x} = \frac{-1 - 1}{1} = -2 \Rightarrow k_0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - \sqrt{x^2 - 8x + 6}}{x} = |x \rightarrow (-x)| = \lim_{-x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 8x + 6}}{-x} \cdot \frac{1/x}{1/x} =$   
 $= \lim_{-x \rightarrow \infty} \frac{1 - 1}{-1} = \frac{0}{-1} = 0 \Rightarrow k_L$

3+12  
6

2. Izračunati determinatu matrice  $A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 & 6 \\ 2 & 6 & 0 & 2 \\ 6 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 8 & -6 \end{pmatrix}$

4

$$\begin{vmatrix} 8 & 2 & -1 & 6 \\ 2 & 6 & 0 & 2 \\ 6 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 8 & -6 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 6 \\ -1 & -2 & 1 \\ 0 & 8 & -6 \end{vmatrix} + 6 \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 8 & -1 & 6 \\ 6 & -2 & 1 \\ 1 & 8 & -6 \end{vmatrix} +$$

$$2 \cdot (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 8 & 2 & -1 \\ 6 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 8 \end{vmatrix} = -2 \cdot \left[ 8 \cdot (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + (-6) \cdot (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} \right] + 6 \cdot \left[ 6 \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} -1 & 6 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} + (-2) \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 1 & -6 \end{vmatrix} \right] = -48$$

$$= -2 \cdot [(-8 \cdot 8) + (6 \cdot (-5))] + 6 \cdot [(-6 \cdot (-42)) + (-2 \cdot (-54))] =$$

$$= -96 + 1620 = 1524$$

3. Odrediti kada je  $\log_6(8-x) > 0.5$ .

5

$$\begin{aligned} 8-x &> 0 \\ -x &> -8 \\ x &< 8 \end{aligned}$$

$$\log_6(8-x) - 0,5 > 0$$

$$8-x-0,5 > 1$$

$$7,5-x-1 > 0$$

$$6,5-x > 0$$

$$x < 6,5$$

4. Riješiti:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n} = \left[ \frac{0}{\infty} \right] = \sin \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \sin 1 \cdot 0 = 0,84$

5. Nепреkidna funkcija je nužno ograničena na:

- (a) cijeloj domeni
- (b) svakom intervalu iz domene
- (c) svakom segmentu iz domene
- (d) ništa od navedenog

6. Zaokružiti sve funkcije neprekidne na svojoj domeni: kvadratna, kubna, drugi korijen, treći korijen, eksponencijalna, logaritamska, sinus, arkus sinus, kosinus, arkus kosinus, tangens, arkus tangens.

7. Koja je definicija (ili karakterizacija) funkcije neprekidne u točki  $x$ ?

Funkcija je neprekidna u svakoj točki svoje domene.

Ako vam nedostaje mjesta za neki zadatak slobodno nastavite pisati ovdje (samo istaknite broj zadatka)...

ZAD. 1

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - lx) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x - \sqrt{x^2 - 8x + 6} + 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 8x + 6}) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 8x + 6}) \cdot \frac{x + \sqrt{x^2 - 8x + 6}}{x + \sqrt{x^2 - 8x + 6}} \stackrel{\lim_{x \rightarrow \infty} x^2}{=} \frac{x^2 - x^2 - 8x - 6}{x + \sqrt{x^2 - 8x + 6}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x - 6}{x + \sqrt{x^2 - 8x + 6}}$$

$$= \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \quad l_0$$

$$y = -2x + \frac{1}{2} \quad \text{D.K.A}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - lx) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x - \sqrt{x^2 - 8x + 6} - 0) = |x \rightarrow (-x)| =$$

$$= \lim_{-x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 8x + 6}) \cdot \frac{x + \sqrt{x^2 + 8x + 6}}{x + \sqrt{x^2 + 8x + 6}} \stackrel{\lim_{x \rightarrow \infty} x^2}{=} \frac{x^2 - x^2 - 8x - 6}{x + \sqrt{x^2 + 8x + 6}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-8x - 6}{x + \sqrt{x^2 + 8x + 6}}$$

$$= \frac{-1}{1+1} = -\frac{1}{2} \quad l_2$$

$$y = -\frac{1}{2} \quad \text{L.K.A}$$

TO JE L.H.A.

d) PARNOST

$$f(x) = -x - \sqrt{x^2 - 8x + 6}$$

$$f(-x) = x - \sqrt{x^2 + 8x + 6}, \text{ NI PARNA, NI NEPARNA}$$

- funkcija nije omeđena i nije periodična

