

MATEMATIKA I - KOLOKVIJ #3:

Studentima koji posjeduju mobilni telefon treba biti ugašen. Nisu dopuštene nikakve formule, niti posuđivanje pribora. U vrijeme trajanja ispita studenti ne mogu izlaziti van bez predaje ispita. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

TRAJANJE: 75 MINUTA. PIŠITE DVOSTRANO! Obavezno popuniti sva polja ispod. U pitanjima s višestrukim ponuđenim odgovorima može biti više tačnih.

IME I PREZIME: MARIJAN ŠTRIK

BROJ INDEKSA:

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

18:00

18:30

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

Ukupno:

19

1. Ispitati tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7}$ i nacrtati skicu grafa.

12/11

$D_f; \langle -\infty, \infty \rangle$

uv: $x^2 + 7 \neq 0$

$x^2 \neq -7 \downarrow$ -nibula

$f(-x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7}$

V.A. - nema

H.A. $y = 1$ - obostrano

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1} = 1$

- funk. je parna
- nije periodična

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) = |x \rightarrow (-x)| = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = 1$

K.A. - nema

$f'(x) = \frac{(x^2 - 6)' \cdot (x^2 + 7) - (x^2 - 6) \cdot (x^2 + 7)'}{(x^2 + 7)^2} = \frac{2x(x^2 + 7) - 2x(x^2 - 6)}{(x^2 + 7)^2}$

	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	
$f(x)$	\searrow	\nearrow	

$= \frac{2x^3 + 14x - 2x^3 + 12x}{(x^2 + 7)^2}$

$f(0) = \frac{-6}{7} = -\frac{6}{7}$ - najjedno i glob. min.
 $T_y(0, -\frac{6}{7})$

$f'(x) = \frac{26x}{(x^2 + 7)^2}$

$f(x) = 0$

$f'(x) = 0$ pa $26x = 0$

$x = 0 \rightarrow$ K.T.

pa $x^2 - 6 = 0$
 $x^2 = 6$
 $T_{x_1}(2.4, 0)$

$x_1 = \sqrt{6} \approx 2.4$
 $T_{x_2}(-2.4, 0)$

$x_2 = -\sqrt{6} \approx -2.4$

GRAF JE

NA ZADNJOJ STRANI.

$f''(x) = \frac{26(x^2 + 7)^2 - 26x(4x(x^2 + 7))}{(x^2 + 7)^4}$

$f''(x) = \frac{26(x^2 + 7)^2 - 94x^2(x^2 + 7)}{(x^2 + 7)^4}$

$\left((x^2 + 7)^2 \right)'$

$= 2(x^2 + 7) \cdot 2x$

$= 4x^3 + 28x$

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$.

LEIBNITZOV.
KRITERIJ

$$a_{n+1} \leq a_n \rightarrow 180 \quad n=100$$

$$(-1)^{100+1} \leq (-1)^{100}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} -2n = -2 \cdot \infty = -\infty$$

-red je alternirajući

$$-1 \leq 1$$

RED KONVERGIRA

N.V.K.

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n &= \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1} + \frac{-2}{1} \right)^n \stackrel{\frac{2}{1} \cdot n}{=} \\ &= \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{-2}{1}} \right) \right)^{\frac{1}{-2}} \\ &= e^{\lim_{n \rightarrow \infty} -2n} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = 0 \end{aligned}$$

3

3. Riješiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{6+x} - \sqrt{6}}{x} \right) = \left[\frac{0}{0} \right] = \underset{L'H}{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{6+x}}} = 0$

PROV:

$$x = 0.0001$$

$$p \approx 0.2041$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{6+x}} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \approx 0.2041$$

$$x = -0.0001$$

$$p \approx 0.2041$$

-limes i

→ limes i demo

je isti, globalni limes je $\frac{1}{2\sqrt{6}}$ ✓

4. Odrediti jednadžbu tangente na funkciju $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ tamo gdje je $x = 2$.

5

