

MATEMATIKA I - KOLOKVIJ #3:

Studentima koji posjeduju mobilni telefon treba biti ugašen. Nisu dopuštene nikakve formule, niti posuđivanje pribora. U vrijeme trajanja ispita studenti ne mogu izlaziti van bez predaje ispita. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

TRAJANJE: 75 MINUTA. PIŠITE DVOSTRANO! Obavezno popuniti sva polja ispod. U pitanjima s višestrukim ponuđenim odgovorima može biti više točnih.

IME I PREZIME: MARIJAN ŠTRIK

BROJ INDEKSA:

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

18:00

18:30

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

Ukupno:

19

1. Ispitati tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7}$ i nacrtati skicu grafa.

12/11

$D_f; \langle -\infty, \infty \rangle$

uv: $x^2 + 7 \neq 0$

$x^2 \neq -7 \downarrow$ -nibula

$f(-x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7}$

V.A. - nema

H.A. $y = 1$ - obostano

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1} = 1$

- funk. je parna
- nije periodična

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) = |x \rightarrow (-x)| = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = 1$

K.A. - nema

$f'(x) = \frac{(x^2 - 6)' \cdot (x^2 + 7) - (x^2 - 6) \cdot (x^2 + 7)'}{(x^2 + 7)^2} = \frac{2x(x^2 + 7) - 2x(x^2 - 6)}{(x^2 + 7)^2}$

	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	
$f(x)$	\searrow	\nearrow	

$= \frac{2x^3 + 14x - 2x^3 + 12x}{(x^2 + 7)^2}$

$f(0) = \frac{-6}{7} = -\frac{6}{7}$ - najjedno i glob. min. $T_y(0, -\frac{6}{7})$

$f'(x) = \frac{26x}{(x^2 + 7)^2}$

$f(x) = 0$

$f'(x) = 0$ pa $26x = 0$

$x = 0 \rightarrow$ K.T.

pa $x^2 - 6 = 0$ $T_{x_1}(2.4, 0)$

$x^2 = 6$ $T_{x_2}(-2.4, 0)$

$x_1 = \sqrt{6} \approx 2.4$
 $x_2 = -\sqrt{6} \approx -2.4$

GRAF JE

NA ZADNJOJ STRANI.

$f''(x) = \frac{26(x^2 + 7)^2 - 26x(4x(x^2 + 7))}{(x^2 + 7)^4}$

$f''(x) = \frac{26(x^2 + 7)^2 - 94x^2(x^2 + 7)}{(x^2 + 7)^4}$

$\left((x^2 + 7)^2 \right)'$

$= 2(x^2 + 7) \cdot 2x$

$= 4x^3 + 28x$

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$.

LEIBNITZOV.
KRITERIJ

$$a_{n+1} \leq a_n \rightarrow 180 \quad n=100$$

$$(-1)^{100+1} \leq (-1)^{100}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} -2n = -2 \cdot \infty = -\infty$$

$$-1 \leq 1$$

-red je alternirajući

RED KONVERGIRA

N.V.K.

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n &= \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1} + \frac{-2}{1} \right)^n \stackrel{\frac{2}{1} \cdot n}{=} \\ &= \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{1}{-2}} \right) \right)^{\frac{1}{-2}} \\ &= e^{\lim_{n \rightarrow \infty} -2n} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = 0 \end{aligned}$$

3

3. Riješiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{6+x} - \sqrt{6}}{x} \right) = \left[\frac{0}{0} \right] = \underset{L'H}{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{6+x}}} = 0$

PROV:

$$x = 0.0001$$

$$p \approx 0.2041$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{6+x}} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \approx 0.2041$$

$$x = -0.0001$$

$$p \approx 0.2041$$

-limes i
→ limes i demo
je isti, globalni limes je $\frac{1}{2\sqrt{6}}$ ✓

4. Odrediti jednadžbu tangente na funkciju $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ tamo gdje je $x = 2$.

5

IME I PREZIME:

5. Odrediti globalne i lokalne ekstreme funkcije $f(x) = 2^{x^2-7}$

$$Df: (-\infty, +\infty)$$

$$f'(x) = 2^{x^2-7} \ln 2 \cdot 2x$$

$$Df' = Df$$

$$f'(x) = 0$$

$$2^{x^2-7} \ln 2 \cdot 2x$$

$$x = 0 - \text{KT.}$$

ŠTO SA MAX?

7/5
POMOĆNA TABLA:

$$g(x) = 2^x$$

$$g'(x) = 2^x \ln 2$$

$$h(x) = -x^2 + 7$$

$$h'(x) = 2x$$

	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	
$f(x)$		\downarrow	\uparrow

3
LOR. MINIMUM

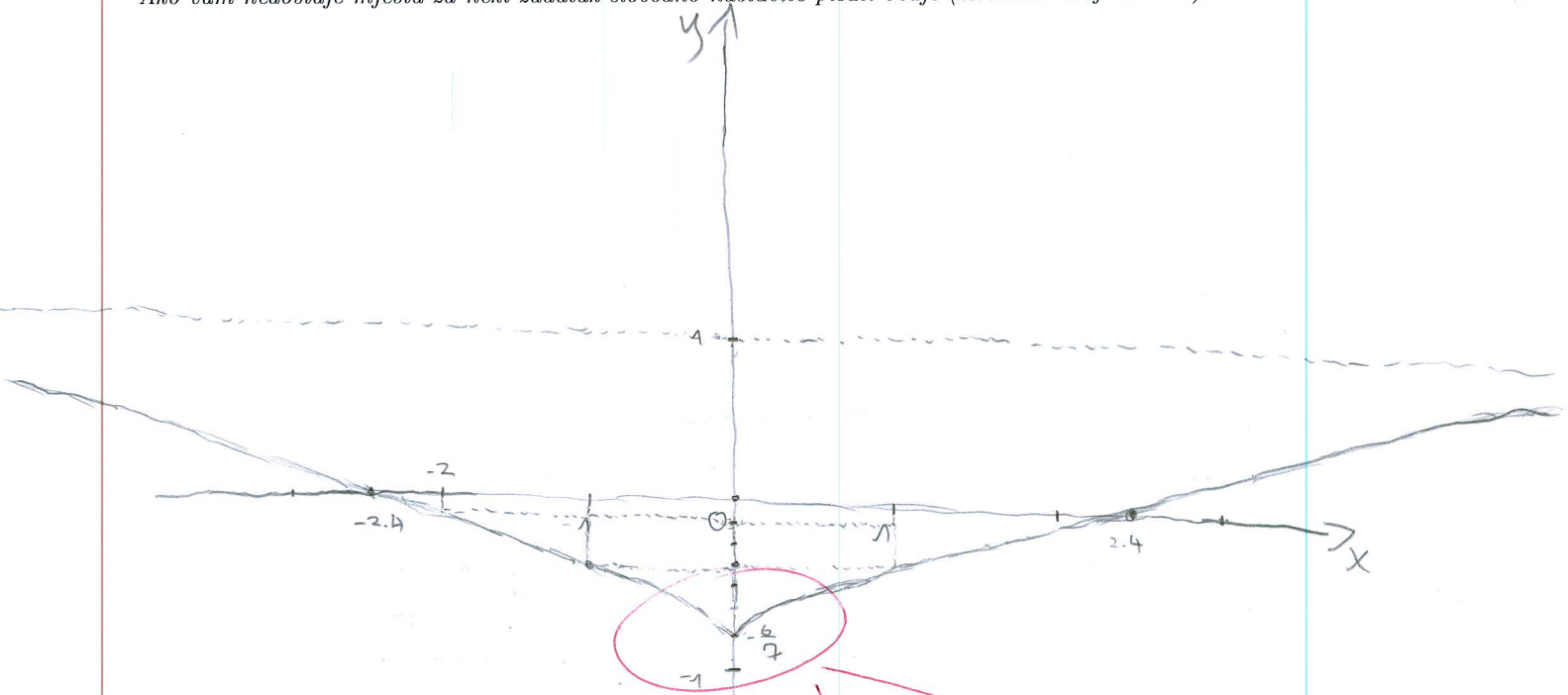
$$T(0) = \frac{1}{128} \leftarrow \text{UJEDNO}$$

I GLOB. MINIMUM ✓

6. Kako preko definicije derivacije ispitati derivabilnost kvadratne funkcije i dobiti formulu za derivaciju kvadratne funkcije?

4

Ako vam nedostaje mjesta za neki zadatak slobodno nastavite pisati ovdje (istaknite broj zadatka)...



PROV.

$$x = -1$$

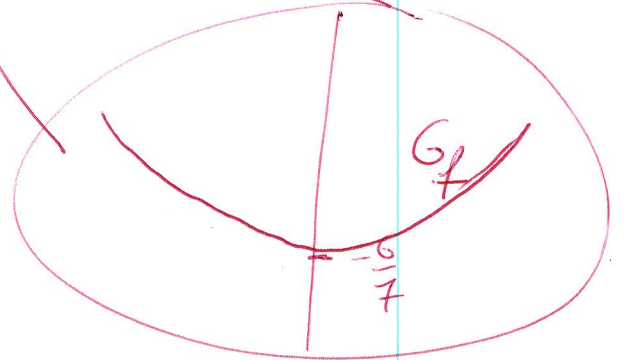
$$f(-1) = -\frac{5}{8} = -0.6$$

$$x = -2$$

$$f(-2) = -0.2$$

$$x = 1$$

$$f(1) = -0.6$$



MATEMATIKA I - KOLOKVIJ #3:

Studentima koji posjeduju mobilni telefon treba biti ugašen. Nisu dopuštene nikakve formule, niti posuđivanje pribora. U vrijeme trajanja ispita studenti ne mogu izlaziti van bez predaje ispita. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

TRAJANJE: 75 MINUTA. PIŠITE DVOSTRANO! Obavezno popuniti sva polja ispod. U pitanjima s višestrukim ponuđenim odgovorima može biti više točnih.

IME I PREZIME: DONATO PREDOVAN

BROJ INDEKSA:

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

Ukupno:

15

1. Ispitati tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7}$ i nacrtati skicu grafa.

1° DOMENA:
 $x^2 + 7 \neq 0$
 $x^2 \neq -7$
 $x^2 \neq \sqrt{-7}$
Df: \mathbb{R}

2° ASIMPT.
VERT. → NEMA
H. A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = \frac{1}{1} = 1$

$x^2 - 6 = 0$
 $x^2 = 6$
 $x = \pm\sqrt{6}$

12
9

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = \{x \rightarrow -x\} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = 1$
K. A. → NEMA! JER IMA HORIZONTALNE, $y = 1 \rightarrow$ O. H. A.

3° funkcija je omeđena!

* $f(-x) = \frac{(-x)^2 - 6}{(-x)^2 + 7} = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = f(x) \Rightarrow$ PARNA

4° $x^2 - 6 = 0$
 $x^2 = 6$
 $x = \pm\sqrt{6}$

* Funkcija nije periodična.

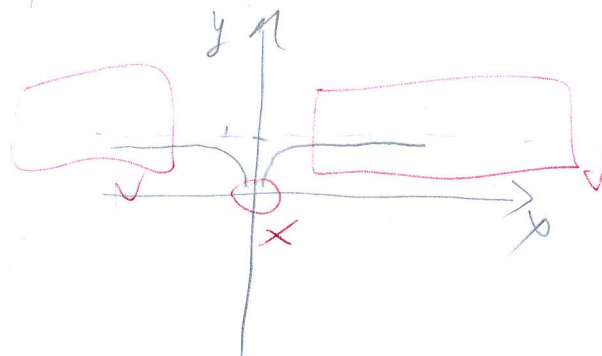
5° $f'(x) = \frac{(x^2 - 6)' \cdot (x^2 + 7) - (x^2 - 6) \cdot (x^2 + 7)'}{(x^2 + 7)^2} = \frac{2x(x^2 + 7) - (x^2 - 6) \cdot 2x}{(x^2 + 7)^2}$
 $= \frac{2x(x^2 + 7) - 2x(x^2 - 6)}{(x^2 + 7)^2} = \frac{2x[(x^2 + 7) - (x^2 - 6)]}{(x^2 + 7)^2} = \frac{2x(13)}{(x^2 + 7)^2} = \frac{26x}{(x^2 + 7)^2}$

$f''(x) = \frac{26(x^2 + 7)^2 - 26x \cdot 2 \cdot 2x}{(x^2 + 7)^4} = \frac{26((x^2 + 7)^2 - 4x^2)}{(x^2 + 7)^4} = \frac{26((x^2 + 7)^2 - 4x^2)}{(x^2 + 7)^4}$

6° $f'(x) = 0$
 $26x = 0$
 $x = 0$
T(0,0)
→ VERT. TOČKA

	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	
$f(x)$	↘	↗	

loc. min.



10° $f''(x) = 0$
 $26((x^2 + 7)^2 - 4x^2) = 0$
 $(x^2 + 7)^2 - 4x^2 = 0$
 $x^4 + 14x^2 + 49 - 4x^2 = 0$
 $x^4 + 10x^2 + 49 = 0$
 $t^2 + 10t + 49 = 0$
 $t_{1/2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 196}}{2}$
 $x \notin \mathbb{R}$

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$.

3

$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \rightarrow$ OVAJ NIZ NEMA LIMES
 $n = 2k + 1 \quad n = 2k$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $-1 \rightarrow$ gomilište $1 \rightarrow$ gomilište

OVAJ NIZ NE ZADOVOLJAVLJA NUŽAN UJET.

3. Riješiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{6+x} - \sqrt{6}}{x} \right) = \left(\frac{0}{0} \right) \stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}(6+x)^{-\frac{1}{2}}}{1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{6+x}} = \frac{1}{2\sqrt{6}}$

3

4. Odrediti jednadžbu tangente na funkciju $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ tamo gdje je $x = 2$.

5

$y = f'(x) + f(x - x_0)$ ~~X~~ $\frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}}$

$y = \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}} + \frac{1}{2}(x^3+1)^{-\frac{1}{2}} - \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}}$

$y = \frac{1}{2}(x^3+1)^{-\frac{1}{2}}$

IME I PREZIME:

5. Odrediti globalne i lokalne ekstreme funkcije $f(x) = 2^{x^2-7}$

NA USTMENOM POSEBNO:

- DERIVACIJA SLOŽENE FUNKCIJE (NPR. KAO OVO)
- TANGENTA KAO ZAD. PRIJE
- RJEŠAVANJE NEJEDNAČKE (VIDI RAZNE GRUPE KOLOKVIJA #2)

6. Kako preko definicije derivacije ispitati derivabilnost kvadratne funkcije i dobiti formulu za derivaciju kvadratne funkcije?

Ako vam nedostaje mjesta za neki zadatak slobodno nastavite pisati ovdje (istaknite broj zadatka)...

MATEMATIKA I - KOLOKVIJ #3:

Studentima koji posjeduju mobitel treba biti ugašen. Nisu dopuštene nikakve formule, niti posuđivanje pribora. U vrijeme trajanja ispita studenti ne mogu izlaziti van bez predaje ispita. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

TRAJANJE: 75 MINUTA. PIŠITE DVOSTRANO! Obavezno popuniti sva polja ispod. U pitanjima s višestrukim ponuđenim odgovorima može biti više točnih.

IME I PREZIME: MARIN MAJEK

BROJ INDEKSA:

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

Ukupno:

12

1. Ispitati tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7}$ i nacrtati skicu grafa.

1. DOMENA

$$x^2 + 7 > 0$$

$$x^2 > -7$$

$$x = \pm\sqrt{-7}$$

$$Df < -\infty, +\infty >$$

2. ASIMPTOTE

NEMA VERTIKALNE
ASIMPTOTE

H. A

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} \cdot \frac{1}{x^2} = 1$$

K. A

$$h = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2 - 6}{x^2 + 7}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6}{x^3 + 7x} \cdot \frac{1}{x^3} = \frac{0}{1} = 0$$

NEMA KOSE

3. G. S

NISE PERIODIČNA

$$f(x) = f(-x)$$

$$\frac{(-x)^2 - 6}{(-x)^2 + 7} = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7}$$

PARNA
NEOPREĐENA

4. NULTOČKE

$$f(x) = 0$$

$$\frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = 0$$

$$x^2 - 6 = 0$$

$$x^2 = 6$$

$$x = \pm\sqrt{6}$$

$$f'(x) = \left(\frac{20x}{(x^2+7)^2} \right)$$

$$= \frac{20(x^2+7)^2 - 20x \cdot 2(x^2+7) \cdot 2x}{(x^2+7)^4}$$

$$= \frac{20(x^2+7)^2 - 80x^2(x^2+7)}{(x^2+7)^4}$$

$$= \frac{20(x^2+7) - 80x^2}{(x^2+7)^3}$$

5. DERIVACIJA

$$f'(x) = \left(\frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} \right)'$$

$$= \frac{2x \cdot (x^2 + 7) - (x^2 - 6) \cdot (2x)}{(x^2 + 7)^2}$$

$$= \frac{2x^3 + 14x - 2x^3 + 12x}{(x^2 + 7)^2}$$

$$= \frac{26x}{(x^2 + 7)^2}$$

6. K. T

$$f'(x) = 0$$

$$7(0, -\frac{6}{7})$$

$$\frac{20x}{(x^2+7)^2} = 0$$

$$20x = 0$$

$$x = 0$$

7. MONOTONOST

$$-\infty \quad 0 \quad +\infty$$

$f(x)$	-	+
$f(x)$	↘	↗

10. ZAKRIVČENOST

$$-\infty \quad \infty$$

$f''(x)$	+	
$f(x)$	U	

GRAFIK SE
NA ZADNJOJ
STRANI

12

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^m$$

$$m = 2k + 1$$

$$-1$$

$$m = 2k$$

OVAS NIZ
NEMA LIMES

RED?

3

3. Riješiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{6+x} - \sqrt{6}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{6+x} - \sqrt{6}}{0} \right) = \frac{0}{0}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{6+x} - \sqrt{6}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{1}{2}(6+x)^{-\frac{1}{2}}}{1} \right) = \frac{1}{2\sqrt{6+x}}$$

3

4. Odrediti jednadžbu tangente na funkciju $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ tamo gdje je $x = 2$.

5

NA USTIENOM POSEBNO

- RIJEŠAVANJE NEJEDNAKOSTI (POGLEDAJTE KOLOKVIJ #2)
- DERIVIRATI SLOŽENU FJU KAO U SJEDILECET ZADATKU
- TANGENTA NA GRAF FUNKCIJE

IME I PREZIME:

5. Odrediti globalne i lokalne ekstreme funkcije $f(x) = 2^{x^2-7}$

~~$f(x) = (x^2-7) \cdot 2^{(x^2-7)-1}$~~

1. DOMENA

$$x^2 - 7 \geq 0$$

$$x^2 \geq 7$$

$$x = \pm\sqrt{7}$$

$$D_f < -\infty, -\sqrt{7} > \cup < -\sqrt{7}, \sqrt{7} > \cup < \sqrt{7}, +\infty >$$

~~$f'(x) = (x^2-7) \cdot 2^{(x^2-7)-1}$~~

$-\infty \quad -\sqrt{7} \quad \sqrt{7} \quad +\infty$

	$-\infty$	$-\sqrt{7}$	$\sqrt{7}$	$+\infty$
$f(x)$	+	-	+	
$f'(x)$	\nearrow	\searrow	\nearrow	

Funkcija ima lokalne ekstreme u tačkama $-\sqrt{7}$ i $\sqrt{7}$ koji su ujedno i globalni ekstremi.

6. Kako preko definicije derivacije ispitati derivabilnost kvadratne funkcije i dobiti formulu za derivaciju kvadratne funkcije?

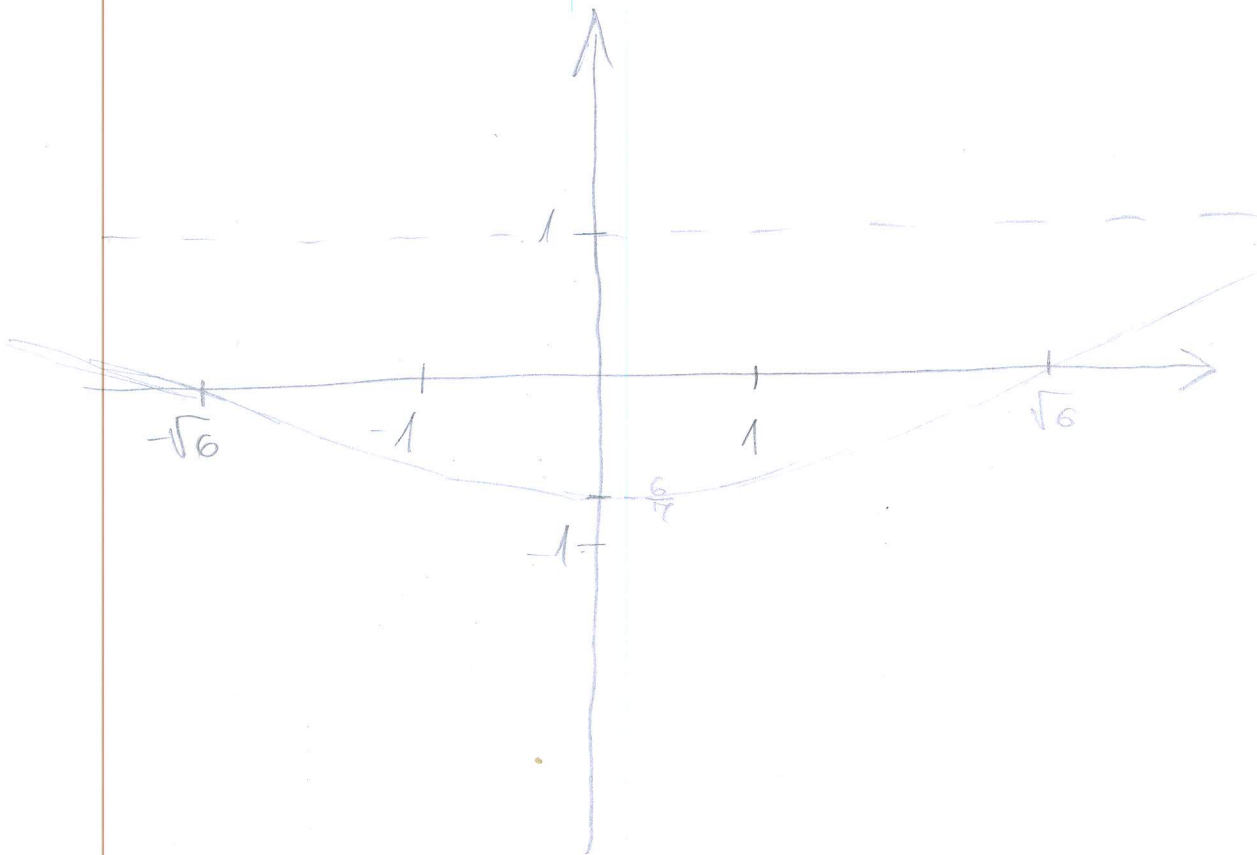
$$(x^2)' = 2x$$

$$(x^2)' = 2(x)^{2-1} = 2x'$$

KVADRATNA FUNKCIJA SE DERIVABILNA

Ako vam nedostaje mjesta za neki zadatak slobodno nastavite pisati ovdje (istaknite broj zadatka)...

$$f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 17}$$



MATEMATIKA I - KOLOKVIJ #3:

Studentima koji posjeduju mobilni telefon treba biti ugašen. Nisu dopuštene nikakve formule, niti posuđivanje pribora. U vrijeme trajanja ispita studenti ne mogu izlaziti van bez predaje ispita. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

TRAJANJE: 75 MINUTA. PIŠITE DVOSTRANO! Obavezno popuniti sva polja ispod. U pitanjima s višestrukim ponuđenim odgovorima može biti više tačnih.

IME I PREZIME: **IVAN KOVAČEVIĆ**

BRJ INDEKSA:

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

Ukupno:

6

1. Ispitati tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7}$ i nacrtati skicu grafa.

1) $x^2 + 7 \neq 0$

$x^2 + 7 = 0$

$x^2 = -7$

$x = \sqrt{-7}$

$x_1 = \sqrt{7}$

$x_2 = -\sqrt{7}$

$D_f = (-\infty, -\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}, +\infty)$

2) Asimptote

V.A

$\lim_{x \rightarrow -\sqrt{7}}$

$\frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = \frac{1}{14}$

Ne postoji

V.A.

$\lim_{x \rightarrow \sqrt{7}}$

$\frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = \frac{1}{14}$

H.A.

$\lim_{x \rightarrow \infty}$

$\frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} \cdot \frac{1/x^2}{1/x^2} \Rightarrow \frac{1}{1} = 1$

H.A. $y = 1$

H.D

$\lim_{x \rightarrow -\infty}$

$\frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = \frac{-x^2 - 6}{-x^2 + 7} = \frac{1}{1} = 1$

KOSE NEMA

3) G.S.
PARNA

NJE PERIODIČNA

OPREĐENA JE

1 OD 0 DO 1 OD 0 DO 1

4) $f(0) = \frac{0^2 - 6}{0^2 + 7} = \frac{-6}{7} \Rightarrow T_1(0; -\frac{6}{7})$

$f(x) = 0$

$\frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = 0$

$x^2 - 6 = 0 \quad | \sqrt{\quad}$

$x - \sqrt{6} = 0$

$x = \sqrt{6}$

$T_2 = (\sqrt{6}, 0)$

$f''(x) = \frac{2 \cdot x^4 + 72x^2 + 72 - 16x^2 + 56x}{(x^2 + 7)^4}$

$f''(x) = \frac{2x^4 + 28x^2 + 72 - 16x^2 + 56x}{(x^2 + 7)^4}$

$f''(x) = \frac{2 \cdot (x^2 + 7)^2 - 8x \cdot (2x + 7)}{(x^2 + 7)^4}$

$f''(x) = \frac{2x^4 + 72x^2 + 72 - 56x}{(x^2 + 7)^4}$

5) $f'(x) = \frac{(x^2 - 6)' \cdot (x^2 + 7) - (x^2 - 6) \cdot (x^2 + 7)'}{(x^2 + 7)^2}$

$f'(x) = \frac{2x \cdot (x^2 + 7) - (x^2 - 6) \cdot 2x}{(x^2 + 7)^2}$

$f'(x) = \frac{2x^3 + 14x - 2x^3 - 12x}{(x^2 + 7)^2}$

$f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 7)^2}$

$f''(x) = \frac{(2x)' \cdot (x^2 + 7)^2 - (2x) \cdot 2 \cdot (x^2 + 7) \cdot 2x}{(x^2 + 7)^4}$

$f''(x) = \frac{2 \cdot (x^2 + 7)^2 - (2x) \cdot 2 \cdot (2x + 7) \cdot (2x + 7)}{(x^2 + 7)^4}$

$f''(x) = \frac{2 \cdot (x^2 + 7)^2 - 8x \cdot (2x + 7) \cdot 2}{(x^2 + 7)^4}$

$\frac{2 \cdot (x^2 + 7)^2 - 16x^2 + 56x}{(x^2 + 7)^4}$

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n = -1+1-1+1-1+1=$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (-1)^n = \frac{1}{p}$$

KONVERGENCIJA REDA?

3. Riješiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{6+x} - \sqrt{6}}{x} \right)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{6+x} - \sqrt{6}}{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{6+0} - \sqrt{6}}{0} = \frac{0}{0} \quad 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(6+x)^{\frac{1}{2}}' - ((6)^{\frac{1}{2}})'}{(x)'} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}(6+x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (6+x)' - \frac{1}{2} \cdot (6)^{-\frac{1}{2}} \cdot (0)'}{1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{6+x}}}{1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{6+x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{2\sqrt{6}}$$

4. Odrediti jednadžbu tangente na funkciju $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ tamo gdje je $x = 2$.

IME I PREZIME:

5. Odrediti globalne i lokalne ekstreme funkcije $f(x) = 2^{x^2-7}$

V, A. Nema jer nema točku prekida

$D_f \langle -\infty, +\infty \rangle$

7

$$f'(x) = 2^{x^2-7}$$

kritične točke

$$f'(x) = 2^{x^2-7} \cdot \ln 2 \cdot (x^2-7)'$$

$$f'(x) = 0$$

$$f'(x) = 2^{x^2-7} \cdot \ln 2 \cdot 2x$$

$$2^{x^2-7} \cdot 2x \ln 2 = 0$$

$$f'(x) = 2^{x^2-7} \cdot 2x \ln 2$$

$$4x \ln 2^{x^2-7} = 0$$

$$4x \cdot (x^2 - x) = 0$$

$$4x^3 - 4x = 0$$

6. Kako preko definicije derivacije ispitati derivabilnost kvadratne funkcije i dobiti formulu za derivaciju kvadratne funkcije?

4

NA USTRETNOM POSEBNO:

- DERIVACIJA SLOŽENE FUNKCIJE KAO GORE

- TANGENTA NA GRAF FUNKCIJE KAO PRETHODNO

Ako vam nedostaje mjesta za neki zadatak slobodno nastavite pisati ovdje (istaknite broj zadatka)...

1) NASTAVAK

6) kritične točke

$$Df = Df'$$

$$f(0) = -1$$

MAXIMUM

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{-2x}{(x^2+7)^2} = 0$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

$$T = (0, -1)$$

7) MONOTONOST

$$f'(x) < 0$$

$$\frac{2x}{(x^2+7)^2} < 0$$

$$\frac{2x}{(x^2+7)^2} > 0$$

	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	-	-	

$f(x)$	\nearrow	\nearrow	\searrow	\searrow	
--------	------------	------------	------------	------------	--

8) LOKALNI EXTREM JE

LOKALNI MAXIMUM

$$x = 0$$

9) GLOBALNI EXTREM JE

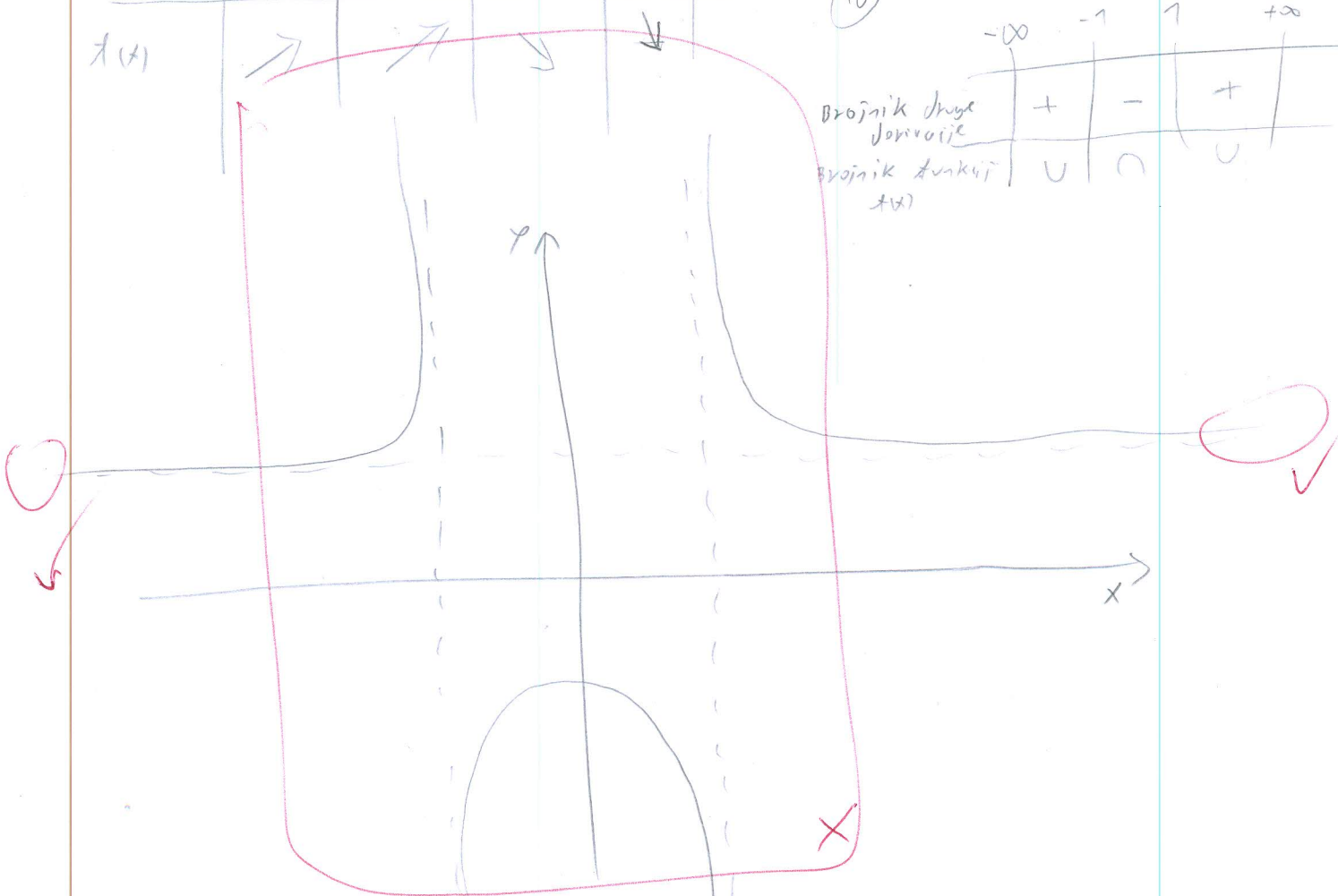
$$\text{MAXIMUM} = 0$$

KONKAVNOST KONVEKSNOST

10)

	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
Brojnik druge izvorne	+	-	+	
Brojnik funkcije $f(x)$	U	∩	U	

Brojnik druge izvorne
Brojnik funkcije $f(x)$



MATEMATIKA I - KOLOKVIJ #3:

Studentima koji posjeduju mobilitel treba biti ugašen. Nisu dopuštene nikakve formule, niti posuđivanje pribora. U vrijeme trajanja ispita studenti ne mogu izlaziti van bez predaje ispita. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

TRAJANJE: 75 MINUTA. PIŠITE DVOSTRANO! Obavezno popuniti sva polja ispod. U pitanjima s višestrukim ponudjenim odgovorima može biti više točnih.

IME I PREZIME: GABRIJELA JORDAN

BROJ INDEKSA: 17-2-0118-201

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

Ukupno:

5

1. Ispitati tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7}$ i nacrtati skicu grafa.

1° D $x^2 + 7 \neq 0$
 $x^2 \neq -7$

Df: \mathbb{R} ✓

ASIMP

V.A. → nema

H.A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = \frac{1 - \frac{6}{x^2}}{1 + \frac{7}{x^2}} = 1$ D.H.A. $x = 1$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = \begin{cases} x \rightarrow -\infty \\ -\infty \rightarrow +\infty \end{cases} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = 1$ L.H.A. $x = 1$

KOSE NEMA

$f'(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = \frac{(x^2 - 6)' \cdot (x^2 + 7) - (x^2 - 6) \cdot (x^2 + 7)'}{(x^2 + 7)^2}$

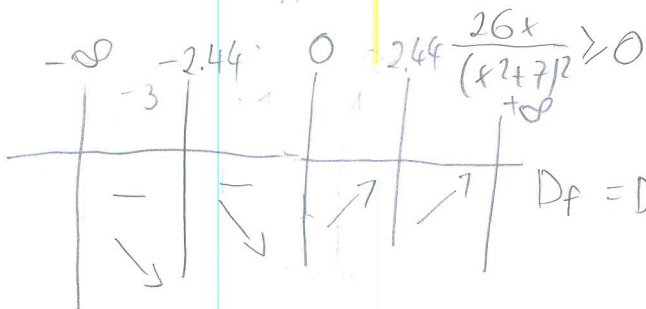
$f'(x) = \frac{2x \cdot (x^2 + 7) - (x^2 - 6) \cdot 2x}{(x^2 + 7)^2} = \frac{2x^3 + 14x - 2x^3 + 12x}{(x^2 + 7)^2} = \frac{26x}{(x^2 + 7)^2}$

$26x = 0$
 $x = 0$

$f'(x) \geq 0$ $f'(x) \leq 0$

T(0,0)

$f(0) = \frac{0^2 - 6}{0^2 + 7} = -\frac{6}{7}$



$\frac{26x}{(x^2 + 7)^2} \geq 0$ $\frac{26x}{(x^2 + 7)^2} \leq 0$
NIKAD

Df = Df' pa nema ekstrema

$f(x) = 0$

$\frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = 0$

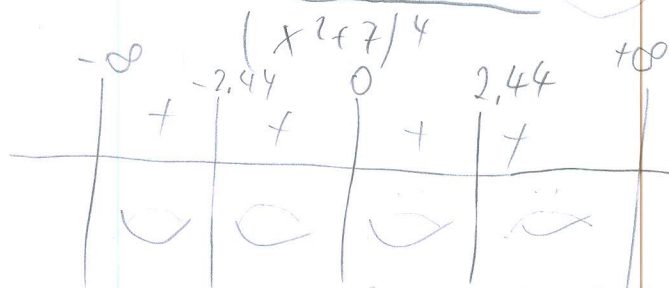
$x^2 - 6 = 0$
 $x^2 = 6$

$x_1 = \sqrt{6}$
 $x_2 = -\sqrt{6}$

$f''(x) = \frac{26x}{(x^2 + 7)^2} = \frac{(26x)' \cdot (x^2 + 7)^2 - 26x \cdot (x^2 + 7)'}{(x^2 + 7)^4} = \frac{26(x^2 + 7) - 26x \cdot 2x}{(x^2 + 7)^4}$

$= \frac{26x^2 + 182 - 52x^2}{(x^2 + 7)^4} = \frac{-26x^2}{(x^2 + 7)^4}$

$-26x^2 = 0$
 $x^2 = 0$
 $x = 0$



2. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$.

3

Po Leibnizovu kriteriju
ovaj red ide u ∞ , divergira
nema limesa
dva gomilišta

3. Riješiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{6+x} - \sqrt{6}}{x} \right)$ L.H. = $\left[\frac{0}{0} \right]$

$$(\sqrt{6+x} - \sqrt{6})' = \left((6+x)^{\frac{1}{2}} \right)' - (6^{\frac{1}{2}})' = \frac{1}{2} (6+x)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{6+x} - \sqrt{6}}{x} \right) = \frac{\frac{1}{2} (6+x)^{-\frac{1}{2}}}{1} = \frac{1}{2} (6+x)^{-\frac{1}{2}}$$

~~3~~

4. Odrediti jednadžbu tangente na funkciju $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ tamo gdje je $x = 2$.

~~5~~

x	0	1
f(x)	1	$\sqrt{2}$

IME I PREZIME:

5. Odrediti globalne i lokalne ekstreme funkcije $f(x) = 2^{x^2-7}$

$$f'(x) = 2^{x^2-7} \cdot \ln(2^{x^2-7})$$

$$f'(x) = 2^{x^2-7} \cdot (x^2-7)'$$

$$f'(x) = 2^{x^2-7} \cdot 2x$$

$$f'(x) =$$

$$x^2-7 > 0$$

$$x^2 > 7$$

$$x_1 > \sqrt{7} \quad x_2 > -\sqrt{7}$$

$$a^x = a^x / \ln a$$

$$2^n = 2^n / \ln 2^n$$

$$2^{x^2-7} / \ln(2^{x^2-7}) \quad \ln = \frac{1}{x}$$

$$\ln(2^{x^2-7}) = \frac{1}{x} (2^{x^2-7})'$$

7

6. Kako preko definicije derivacije ispitati derivabilnost kvadratne funkcije i dobiti formulu za derivaciju kvadratne funkcije?

4

$$(a+b)^2 = 2(a+b)$$

Ako vam nedostaje mjesta za neki zadatak slobodno nastavite pisati ovdje (istaknite broj zadatka)...

MATEMATIKA I - KOLOKVIJ #3:

Studentima koji posjeduju mobilni telefon treba biti ugašen. Nisu dopuštene nikakve formule, niti posuđivanje pribora. U vrijeme trajanja ispita studenti ne mogu izlaziti van bez predaje ispita. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

TRAJANJE: 75 MINUTA. PIŠITE DVOSTRANO! Obavezno popuniti sva polja ispod. U pitanjima s višestrukim ponudjenim odgovorima može biti više tačnih.

IME I PREZIME: JOSIP PREDOVAN

BROJ INDEKSA:

VRIJEME POČETKA:

VRIJEME ZAVRŠETKA:

POPUNJAVA
NASTAVNIK
Broj ↓
bodova

Ukupno:

2

1. Ispitati tok funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7}$ i nacrtati skicu grafa.

12

① $x^2 - 6 \neq 0$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1/2} = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1/2} = \frac{-0 \pm \sqrt{-28}}{2}$$

NEMA REALNIH BROJEVA
ZA OVE VRIJEDNOSTI

③ GLOBALNA SVOJSTVO

- NEOMEĐENA
- NIJE PERIODIČNA
- PARNA

$$f(x) = \frac{-x^2 - 6}{-x^2 + 6} = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 6}$$

④ KRITIČNE TOČKE

$$x^2 + 7 = 0$$

$$x^2 = -7$$

$$x = \sqrt{-7}$$

② ASIMPTOTE

H.A

$$f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = +\infty$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = +\infty$$

V.A

NEMA JE

K.A

$$l = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2 - 6}{x^2 + 7}}{\frac{x}{1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6}{x^3 + 7} \cdot \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6}{x^3 + 7} \cdot \frac{1}{x} = \frac{0 - 0}{1 + 0} = \frac{0}{1} = 0 //$$

$$l = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - k \cdot x$$

$$l = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} = 0 = x$$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 7} \cdot \frac{1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{6}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{7}{x^2}} = \frac{1 - 0}{1 + 0} = \frac{1}{1} = 1 //$$

SKICA GRAFA?

2. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$.

~~3~~

3. Riješiti: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{6+x} - \sqrt{6}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{6+0} - \sqrt{6}}{0} \right) = \frac{0}{0}$

~~3~~

NEODREĐEN OBLIK LIMESA

4. Odrediti jednadžbu tangente na funkciju $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ tamo gdje je $x = 2$.

~~5~~

IME I PREZIME:

5. Odrediti globalne i lokalne ekstreme funkcije $f(x) = 2^{x^2-7}$

7

6. Kako preko definicije derivacije ispitati derivabilnost kvadratne funkcije i dobiti formulu za derivaciju kvadratne funkcije?

4/2

LIMES KADA X IDE U x_0 OD RAZLIKA $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ MORA BITI
JEDNAK 2x GDEJE $f(x) = x \cdot 2$

KAKO?

Ako vam nedostaje mjesta za neki zadatak slobodno nastavite pisati ovdje (istaknite broj zadatka)...