Popuniti odmah!

IME I PREZIME: TIBOR MANDARIĆ BROJ INDEKSA: 57661

DATUM: VRIJEME: OD DO

20

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Odrediti $\int x^3 \ln x \,\mathrm{d}x$. 15
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Odrediti $\int_0^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom. ~~15~~
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? ~~15~~
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x-1)^2$. ~~20~~ 5
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' + 2y' + y = \mathrm{e}^{2x}$ ~~20~~
6. Riješiti $x^2 + yy' = 1$, uz početni uvjet $y(0) = 1$. 15

Ime i prezime: TIBOR MANDARIĆ Broj indeksa: 57661

3. $f(x,y)=\frac{1}{x^2+y^2}$ $D(f)=R/\{x\neq 0, y\neq 0\}$?

$\cancel{0}$

4. $f(x,y)=\ln(x)+\ln(y)-xy-(x-1)^2=\ln(x)+\ln(y)-xy-x^2+2x-1$

$f'_x=\frac{1}{x}-y-2x+2$ ✓ $\frac{1}{x}-y-2x+2=0$

$f'_y=\frac{1}{y}-x$

$\frac{1}{y}-x=0$

$-x=-\frac{1}{y}$

$x=\frac{1}{y}$

$x=1$

$\cancel{1}y-\frac{2}{y}+2=0$

$-\frac{2}{y}=-2$

$y=1$

$T(1,1)$ ✓

A... $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=-\frac{1}{x^2}-2=-1$ ✗

B... $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}=-1$

C... $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=-\frac{1}{y^2}=1$ ✗

$\Delta=\begin{bmatrix}-1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}=-1-1=-2$ ✗

$\Delta<0$ pa funkcija nema stacionarne točke

5

IME I PREZIME: TIBOR MANDARIĆ BROJ INDEKSA: 57661

5. $y'' + 2y' + y = e^{2x}$

$y = 1$

$y' = \lambda$

$y'' = \lambda^2$

$\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0$

$\lambda_{12} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{-2}{2}$

$\lambda_1 = -1$

DALJE?

$\emptyset$

Ime i prezime: TIBOR MANDARIĆ Broj indeksa: 57661

1. $\int x^3 \ln x \, dx = \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \frac{x^{\cancel{4}\,3}}{4} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} dx = \frac{x^4 \ln x}{4} - \frac{x^4}{16} + C$ ✓

$u = \ln x \,/\, d$

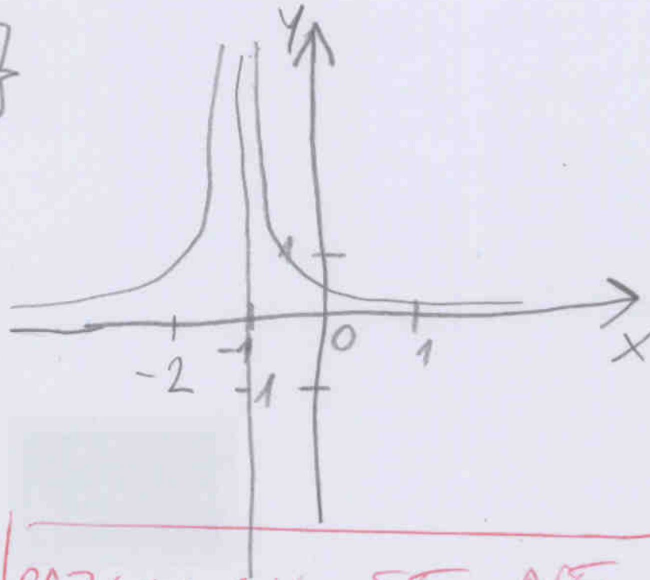
$du = \frac{1}{x} dx$

$dv = x^3 dx \,/\, \int$

$v = \frac{x^4}{4}$

15

2. $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ $D(f) = R / \{-1\}$



$\int_0^{+\infty} f(x) dx$

$\int \frac{1}{(x+1)^2} \cancel{dx}$ $\int \frac{1}{x^2+2x+1} \cancel{dx}$

$= \int x^{-2} \cancel{dx} + 2 \int x^{-1} dx + \int x \, dx =$ ✗

$= \left(-\frac{1}{x} + 2 \ln x + \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^{+\infty} =$

$= (0 + \infty + \infty) - (\infty + 0)$

RAZLOMAK SE NE MOŽE RASTAVITI PO NAZIVNIKU

~~0~~

$\lim_{x \to \infty} -\frac{1}{x} + \lim_{x \to \infty} 2 \ln x + \lim_{x \to \infty} \frac{x^2}{2} = 0 + \infty$

Popuniti odmah!

Ime i prezime: Matejа Pećarić **Broj indeksa:**

Datum: 22.09.2011. Vrijeme: od do

17

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

	Broj ↓ bodova
1. Odrediti $\int x^3 \ln x \, dx$.	~~15~~
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Odrediti $\int_0^{+\infty} f(x)\, dx$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom.	~~15~~ 10
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$?	~~15~~
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x-1)^2$.	~~20~~
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' + 2y' + y = e^{2x}$	~~20~~
6. Riješiti $x^2 + yy' = 1$, uz početni uvjet $y(0) = 1$.	~~15~~ 7

$$1. \int x^3 \ln x\, dx = \begin{cases} x^3 = u & \ln x\, dx = dv \\ 3x^2 dx = du & \frac{1}{x} = v \end{cases}$$ X $\int \ln x \neq \frac{1}{x}$

$$u \cdot v - \int v \cdot du$$

$$x^3 \cdot \frac{1}{x} - \int \frac{1}{\cancel{x}} \cdot 3x^{\cancel{2}} dx$$ X

$$x^3 \cdot \frac{1}{x} - \int 3x\, dx$$ Ø

$$x^3 \cdot \frac{1}{x} - 3 \cdot \frac{x^2}{2} + C$$

$$6.\ x^2 + yy' = 1 \qquad y(0) = 1$$

$$x^2 + y\frac{dy}{dx} = 1 \,/\cdot dx$$

$$x^2 dx + y\,dy = dx$$

$$\frac{x^3}{3} + \frac{y^2}{2} = x + C$$ ✓

DALJE ...

7

Ime i prezime: Mateja Pecaric **Broj indeksa:**

3. $f(x,y)=\frac{1}{x^2+y^2}$

$D(f)=$

$D(f(x,y))=\{\mathbb{R}\setminus x^2+y^2\neq 0\}$

$\frac{1}{x^2+y^2}=C \, / \cdot x^2+y^2$

$1=C(x^2+y^2)$

$C=1$

$x^2+y^2=1$

$x=1 \quad 1+y^2=1$

$y^2=0$

$y=0$

$x=-1 \quad 1+y^2=1$

$y^2=0$

$y=0$

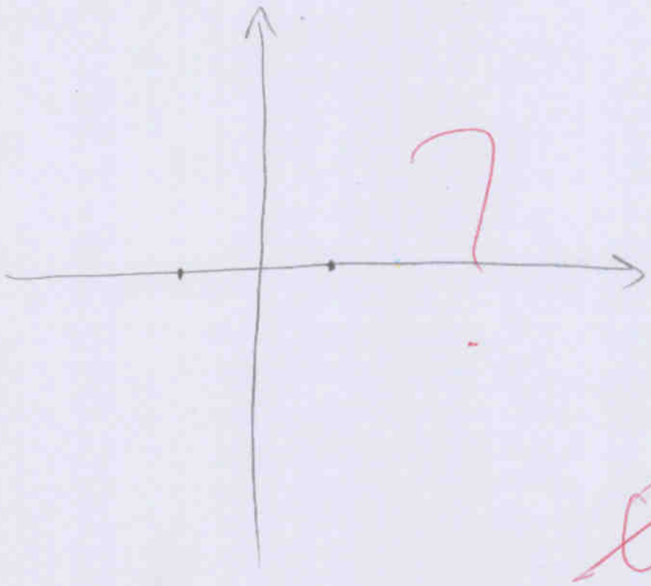
$x=2 \quad 4+y^2=1$

$y^2=1-4$

$y^2=-3$

$y^2=-3$

$y=$



$C=2$

$2(x^2+y^2)=1$

$x=1 \quad 2(1+y^2)=1$

$2+2y^2=1$

$2y^2=-1$

$y^2=-\frac{1}{2}$

-limes $(0,0)$ ne postoji ZAŠTO?

IME I PREZIME: Mateja Pečarić BROJ INDEKSA:

4. $f(x,y)=\ln(x)+\ln(y)-xy-(x-1)^2$

$\frac{df}{dx}=\frac{1}{x}+0-(x'\cdot y-x\cdot y')-2x-2$ +

$=\frac{1}{x}-y-2x-2$ +

$\frac{df}{dy}=0+\frac{1}{y}-(x'\cdot y-x\cdot y')-0$

$=\frac{1}{y}-x$

$\frac{1}{x}-y-2x-2=0 \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{y}}-y-2\cdot\frac{1}{y}-2=0$

$\frac{1}{y}-x=0$

$\frac{1}{y}=x \quad x=\frac{1}{y}$

$\cancel{y}-\cancel{y}-\frac{2}{y}-2=0$

$-\frac{2}{y}=2 \;/\cdot y$

$-2=2y$

$y_1=-1$

$x_1=-\frac{1}{1}$

$x_1=-1$

$S_1(-1,-1)$

$r=-\left(\frac{1}{-1^2}\right)-2=-3$

$r<0$

$s=-1$

$t=-\frac{1}{-1^2}=-1$

$t<0$

$r\cdot t-s^2>0$

$(-3)\cdot(-1)-(-1)^2=3-1=2$

$r=-\frac{1}{x^2}-2$

$s=-1$

$t=-\frac{1}{y^2}$

ZAKLJUČAK ?

$\varnothing$

Ime i prezime: Mateja Pećaric **Broj indeksa:**

5. $y'' + 2y' + y = e^{2x}$

$y^2 + 2y + 1 = 0$

$y_{1,2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{4-4}}{2}$ =?

$y_0 = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x}$

$b \neq r_1 \neq r_2$

$m = \dfrac{4 e b^x}{P(b)}$

$P(b) = 4 + 6 + 2$

$P(b) = 12$

$m = \dfrac{e^{2x}}{12}$

$y_0 = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x} + \dfrac{e^{2x}}{12}$

$\emptyset$

$y = \dfrac{1}{(x+1)^2}$

$x = 1$, $y = \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{1}{4}$

$x = -2$, $y = 1$

$x = 2$, $y = \dfrac{1}{9}$

---

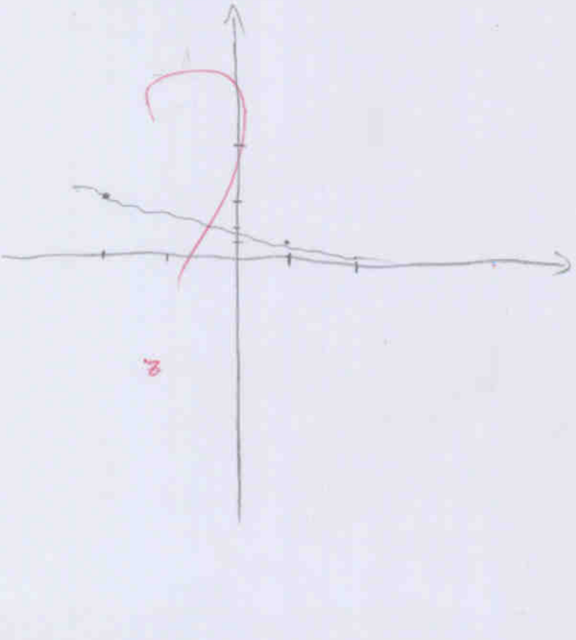
2. $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2}$ $\displaystyle\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x+1)^2}\,dx = \left\{ \begin{matrix} x+1 = t \\ dx = dt \end{matrix} \right\} = \int_0^{+\infty} \frac{dt}{t^2} = \int_0^{+\infty} t^{-2}\,dt = \left[\frac{t^{-1}}{-1}\right]_0^{+\infty} = -\left[t^{-1}\right]_0^{+\infty}$$

$$= \left[-\frac{1}{t}\right]_0^{+\infty} = \left[-\frac{1}{x+1}\right]_0^{+\infty}$$

$$= \left[-\frac{1}{\infty+1}\right] - \left[-\frac{1}{0+1}\right]$$

$$= 0 + 1 = 1$$



10