Popuniti odmah!
IME I PREZIME: Denis Blaslov **BROJ INDEKSA:** 56320 - 2008 (48)
DATUM: VRIJEME: OD DO

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

	Broj ↓ bodova
1. Odrediti $\int x^3 \ln x \, dx$.	(15)
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Odrediti $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom.	(15)
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li i zašto postoji limes $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$?	15 (3)
4. Istražiti domenu i ekstreme funkcije $f(x,y) = \ln(x) + \ln(y) - xy - (x-1)^2$.	20
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $y'' + 2y' + y = e^{2x}$	20
6. Riješiti $x^2 + yy' = 1$, uz početni uvjet $y(0) = 1$.	(15)

IME I PREZIME: Denis Blaslov BROJ INDEKSA: 56320-2008

1. $\int x^3 \ln x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \ln x & dv = x^3 \\ du = \frac{1}{x} dx & v = \int x^3 \\ & v = \frac{x^4}{4} \end{matrix} \right| = u \cdot v - \int v\, du$

$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \int \frac{x^4}{4} \cdot \frac{1}{x} dx$

$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4} \int \frac{x^4}{x} dx$

$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4} \int x^3 dx$

$= \ln x \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{x^4}{4} = \ln x \frac{x^4}{4} - \frac{x^4}{16} + C$ ✓ 15

2. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x+1)^2} dx = \left| \begin{matrix} (x+1) = t \\ dx = dt \end{matrix} \right| = \int \frac{1}{t^2} dt = \int \frac{t^{-1}}{-1} dt$

$= -\frac{1}{t} \Big|_0^{+\infty} = -\frac{1}{(x+1)} \Big|_0^{+\infty} = -\frac{1}{(\infty+1)} + \frac{1}{(0+1)} = -\frac{1}{\infty} + 1$

$= -0 + 1 = 1$ ✓

$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$

✓ 15

IME I PREZIME: Denis Blaslov BROJ INDEKSA: 56320-2008

3. $f(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2}$

a) $D_f = \{(x,y) : (x,y) \neq (0,0)\} = \mathbb{R}\times\mathbb{R} \setminus \{(0,0)\}$ ✓3

$\frac{1}{x^2+y^2} = \frac{1}{C} \quad / \cdot (x^2+y^2)$

$1 = Cx^2 + Cy^2$

$Cy^2 = 1 - Cx^2 \quad / : C$

$y^2 = \frac{1-Cx^2}{C} \quad / \sqrt{\ }$

$y = \sqrt{\frac{1-Cx^2}{C}}$

$\frac{1-Cx^2}{C} \geq 0$

$\frac{1}{C} - \frac{Cx^2}{C} \geq 0$

$\frac{1}{C} - x^2 \geq 0$

$-x^2 \geq -\frac{1}{C} \quad /(-1)$

$x^2 \leq \frac{1}{C}$

$x \leq \frac{1}{\sqrt{C}}$

$\mathrm{Im}(f) = \{x : x \leq \frac{1}{\sqrt{C}}\}$?

$x^2+y^2 = R^2$ je kružnica radijusa R

$x^2+y^2 = \frac{1}{C}$ KRUŽNICA $R = \sqrt{\frac{1}{C}}$

$\mathrm{Im}(f) = \langle 0, +\infty \rangle$

zbog $x^2+y^2 \in \langle 0, +\infty \rangle$

$C=1 \quad y = \sqrt{\frac{1-Cx^2}{C}}$

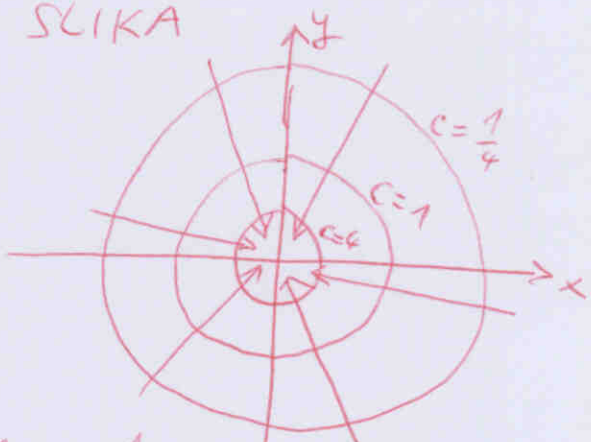
$C=2 \quad y = \sqrt{\frac{1}{C} - x^2}$

$C=3 \quad y = \sqrt{1-x^2}$

$y = \sqrt{\frac{1}{2} - x^2}$

$y = \sqrt{\frac{1}{3} - x^2}$

SLIKA



$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1}{x^2+y^2} = \frac{1}{0_+} = +\infty$

IME I PREZIME: Deno Blaslov BROJ INDEKSA: E6320-2008

6. $x^2 + yy' = 1 \quad y(0) = 1$

$yy' + x^2 = 1$

$y\frac{dy}{dx} + x^2 = 1$

$\frac{ydy}{dx} = 1 - x^2 \quad / \cdot dx$

$ydy = 1 - x^2 dx$ ✓

$\int ydy = \int 1 - x^2 dx$

$\frac{y^2}{2} = x - \frac{x^3}{3} \quad / \cdot 2$ ✓

15

$y^2 = x - \frac{x^3}{3} \cdot 2$

$y^2 = \frac{x}{2} - \frac{2x^3}{3} \cdot 2$

$y^2 = \frac{x}{2} - \frac{2x^3}{3}$

$y^2 = x - \frac{x^3}{3}$

$y = \sqrt{x - \frac{x^3}{3}}$