Nisam prijavio ispit

Popuniti odmah!

Ime i prezime: Silvijan Ovar **Broj indeksa:** 17-2-0060-2010

Datum: **Vrijeme:** od do

100

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

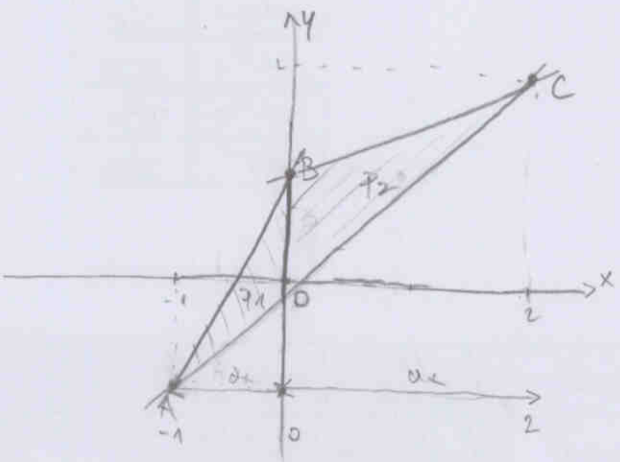
Broj ↓ bodova

1. Integriranjem odrediti površinu trokuta koji je zadan točkama $A(-1,-1)$, $B(0,1)$ i $C(2,2)$. 15
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. Odrediti $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. 15
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \frac{x^3}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li (i zašto) postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15
4. Istražiti domenu i lokalne ekstreme funkcije $f(x,y) = x - y + \frac{1}{xy}$. 20
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $\sqrt[3]{x}\,y\,y' = 1 - x^2$ 20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: 15

$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 2$$

$(y-y_1)(x_2-x_1)(x-x_1)(y_2-y_1)$

① $A(-1,-1)$ (x_1, y_1)
$B(0,1)$
$C(2,2)$ (x_2, y_2)



$\overline{AB}$
$\overline{BC}$
$\overline{AC}$

$\overline{AB} = (y-y_1)(x_2-x_1) = (x-x_1)(y_2-y_1)$
$(y+1)(0+1) = (x+1)(1+1)$
$(y+1)\cdot 1 = (x+1)\cdot 2$
$y+1 = 2x+2$
$y = 2x+2-1$
$y = 2x+1$

$\overline{BC}$ $(y-1)(2-0) = (x-0)(2-1)$
$(y-1)\cdot 2 = (x-0)\cdot 1$
$2y - 2 = x - 0$
$2y = x - 0 + 2$
$2y = x + 2 \ /:2$
$y = \frac{1}{2}x + 1$

$\overline{AC}$ $(y+1)(2+1) = (x+1)(2+1)$
$(y+1)\cdot 3 = (x+1)\cdot 3$
$3y+3 = 3x+3$
$3y = 3x + \cancel{3} - \cancel{3}$
$3y = 3x \ /:3$
$y = x$

Ime i prezime: Silvijan Cvar **Broj indeksa:** 17-2-0066-2010

$P = P_1 + P_2$

$P_1 = \int_{-1}^{0} [(2x+1)-(x)]\,dx = \int (2x+1-x)\,dx = \int (x+1)\,dx$

$P_1 = \left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_{-1}^{0} = \left(\frac{0^2}{2}+0\right) - \left(\frac{(-1)^2}{2}+(-1)\right) = 0 - \left(\frac{1}{2}-1\right)$

$P_1 = 0 - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$P_2 = \int_{0}^{2} \left[\left(\frac{1}{2}x+1\right)-(x)\right]dx = \int \left(\frac{1}{2}x+1-x\right)dx = \int \left(-\frac{1}{2}x+1\right)dx$

$P_2 = \left(-\frac{1}{2}\frac{x^2}{2}+x\right) = \left(-\frac{x^2}{4}+x\right)\Big|_{0}^{2} = \left(-\frac{2^2}{4}+2\right) - \left(-\frac{0^2}{4}+0\right)$

$P_2 = \left(-\frac{4}{4}+2\right) - (-0+0) = (-1+2) - 0 = 1$

$P = \frac{1}{2} + 1 = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$

15

---

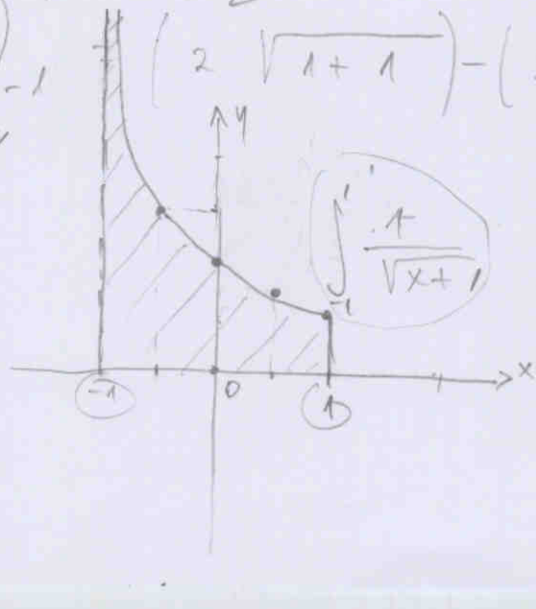
(2) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ $\int_{-1}^{1} f(x) = dx$

$I = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{x+1}}\,dx$ $\left\{ \begin{array}{l} x+1 = t \\ dx = dt \end{array} \right.$

$I = \int \frac{dt}{\sqrt{t}} = \int \frac{dt}{t^{\frac{1}{2}}} = \int t^{-\frac{1}{2}}\,dt = \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = \left(2\,t^{\frac{1}{2}}\right)\Big|_{-1}^{1}$

$\left(2\,(x+1)^{\frac{1}{2}}\right)\Big|_{-1}^{1} = \left(2\sqrt{x+1}\right)\Big|_{-1}^{1}$ $\left(2\sqrt{1+1}\right) - \left(2\sqrt{-1+1}\right)$

$= 2\sqrt{2} - (2\cdot 0) = 2\sqrt{2}$



x	-1	-0.5	0	0.5	1
f(x)	+∞	1.41	1	0,81	0,7

$\frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{\sqrt{0}}$

$\frac{1}{\sqrt{}}$

15

Ime i prezime: Silvijan Ovar **Broj indeksa:** 17-2-0066-2010

3. $f(x,y) = \dfrac{x^3}{y}$

$Df = \{(x,y) : y \neq 0\}$

$f(x,y) = c$

$\dfrac{x^3}{y} = c \quad / \cdot y$

$x^3 = c \cdot y \quad / \sqrt{\ }$

$x = \sqrt[3]{c \cdot y}$

$Im f = \mathbb{R}$

RAZINSKE KRIVULJE

$\dfrac{x^3}{y} = c$

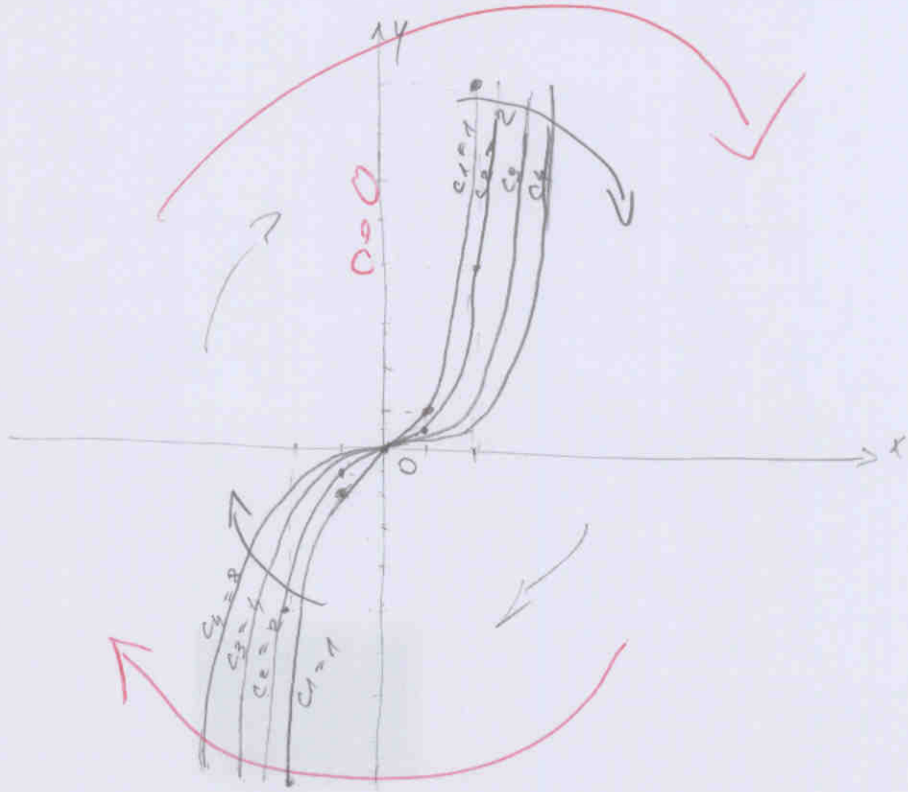
$y = \dfrac{x^3}{c}$

$c_1 = 1 \qquad y = x^3$

$c_2 = 2 \qquad y = \dfrac{x^3}{2} = \dfrac{1}{2}x^3$

$c_3 = 4 \qquad y = \dfrac{x^3}{4} = \dfrac{1}{4}x^3$

$c_4 = 8 \qquad y = \dfrac{x^3}{8} = \dfrac{1}{8}x^3$



x	-2	-1	0	1	2
f(x)	-8	-1	0	1	8
	-4	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	4

LIMES $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ NE POSTOJI

JER SE U TOČKI (0,0) SIJEKU RAZLIČITE RAZINSKE KRIVULJE

15

IME I PREZIME: Siluyan Cvar   BROJ INDEKSA: 17-2-0066-2010

4. $f(x,y) = x - y + \frac{1}{xy}$

$Df = \{(x,y) : x \neq 0, y \neq 0\}$

P.D.I.

$\partial_x f = 1 - \frac{1}{x^2 y}$

$\partial_y f = -1 - \frac{1}{xy^2}$

$\left(\frac{1}{xy}\right)' = \left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -1x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

STACIONARNE TOČKE

$df(T) = 0$

$1 - \frac{1}{x^2 y} = 0$

$-1 - \frac{1}{xy^2} = 0$

$1 - \frac{1}{x^2 y} = 0$

$-\frac{1}{x^2 y} = -1 \,/\cdot x^2 y$

$-1 = -x^2 y$

$x^2 y = 1 \,/ : x^2$

$y = \frac{1}{x^2}$

$y = \frac{1}{(-1)^2} = \frac{1}{1} = 1$

$T(-1,1)$

$-1 - \frac{1}{xy^2} = 0$

$-\frac{1}{xy^2} = 1$

$-\frac{1}{x \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^2} = 1$

$-\frac{1}{\cancel{x} \cdot \left(\frac{1}{x^{\cancel{4}}}\right)} = 1$

$-\frac{1}{\frac{1}{x^3}} = 1$

$-\frac{x^3}{1} = 1$

$-x^3 = 1 \,/\cdot(-1)$

$x^3 = -1 \,/ \sqrt[3]{}$

$x = -1$

→

Ime i prezime: Siluđan Ovar **Broj indeksa:** 17-2-0066-2010

④

P.D.R

$\partial xx f = +\frac{2}{x^3y}$

$\partial xy f = \frac{1}{x^2y^2}$

$\partial yy f = \frac{2}{xy^3}$

$\left(\frac{1}{x^2y}\right)' = \left(\frac{1}{x^2}\right)' = (x^{-2})'$
$= -2x^{-3}$
$= -\frac{2}{x^3}$

$\left(\frac{1}{y^2}\right)' = -\frac{2}{y^3}$

$T(-1,1)$

$A = \partial xx f(-1,1) = \frac{2}{(-1)^3 \cdot 1} = \frac{2}{-1} = -2 < 0$

$B = \partial xy f(-1,1) = \frac{1}{(-1)^2 \cdot 1^2} = \frac{1}{1} = 1$

$C = \partial yy f(-1,1) = \frac{2}{-1 \cdot 1^3} = \frac{2}{-1 \cdot 1} = \frac{2}{-1} = -2$

$\Delta = AC - B^2$
$= (-2)\cdot(-2) - 1^2$
$= 4 - 1$
$= 3 > 0$

$\left.\begin{array}{l}\Delta > 0\\ A < 0\end{array}\right\}$ LOKALNI MAKSIMUM

U točni $T(-1,1)$ nalazi se lokalni maksimum

$f(-1,1) = (-1) - 1 + \frac{1}{(-1)\cdot 1}$
$= -1 - 1 + \frac{1}{-1}$
$= -1 - 1 - 1 = -3$

20

---

⑤ $\sqrt[3]{x}\, y y' = 1 - x^2 \;/\cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x}\, y}$

$y' = \frac{1-x^2}{\sqrt[3]{x}\, y}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1-x^2}{\sqrt[3]{x}\, y} \;/\cdot dx \cdot y$

$y\,dy = \frac{1-x^2}{\sqrt[3]{x}}\,dx \;/\int$

$\underbrace{\int y\,dy}_{I_1} = \underbrace{\int \frac{1-x^2}{\sqrt[3]{x}}\,dx}_{I_2}$

$\rightarrow$ NASTAVAK NA SLJEDEĆOJ STR.

Ime i prezime: Siluljan Cvar **Broj indeksa:** 17-2-0066-2010

$$I_1 = \int y \, dy$$

$$I_1 = \frac{y^2}{2}$$

$$I_2 = \int \frac{1-x^2}{\sqrt[3]{x}} dx \quad \left\} \begin{array}{l} x = t^3 \\ dx = 3t^2 \, dt \end{array} \right.$$

$$I_2 = \int \frac{1-(t^3)^2}{\sqrt[3]{\cancel{t^3}}} \cdot 3t^2 dt$$

$$I_2 = \int \frac{1-t^6}{\cancel{t}} \cdot 3t^{\cancel{2}} dt$$

$$I_2 = 3\int (1-t^6) \cdot t \, dt$$

$$I_2 = 3\int (t - t^7) dt$$

$$I_2 = 3\int t \, dt - 3\int t^7 dt$$

$$I_2 = 3\frac{t^2}{2} - 3\frac{t^8}{8}$$

$$I_2 = \frac{3}{2}t^2 - \frac{3}{8}t^8$$

$$x = t^3$$
$$t = x^{\frac{1}{3}}$$

$$I_2 = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} - \frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}} \Rightarrow \frac{3}{2}\left(\sqrt[3]{x^2}\right) - \frac{3}{8}\left(\sqrt[3]{x^8}\right) + C$$

$$R \Rightarrow \quad \frac{y^2}{2} = \frac{3}{2}\left(\sqrt[3]{x^2}\right) - \frac{3}{8}\left(\sqrt[3]{x^8}\right) + C$$

20

Ime i prezime: Šiljegović Cvar **Broj indeksa:** 17-2-0066-2010

⑥ $y'' + 4y = 0$

$y(0) = 0$

$y'(0) = 2$

DODIJELJENI SVI BODOVI U ZADATKU IAKO JE PREOSTALO UVRSTITI C_1, C_2 NATRAG U IZRAZ ZA $y(x)$ JER ASISTENT SMATRA TO FORMALNOŠĆU

$r^2 + 4 = 0$

$r^2 = -4 \;/\sqrt{}$

$r = \sqrt{-4}$

$r = -2i$

$\lambda = \pm 2i$

$\alpha \pm \beta i$

$y(x) = e^{\alpha x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

$y(x) = e^{0}(-C_1 \cos 2x - C_2 \sin 2x)$

NEPOTREBNI MINUSI

SVEJEDNO ISPRAVNO

$y(x) = 1 \cdot (-C_1 \cos 2x - C_2 \sin 2x)$

$y(x) = -C_1 \cos 2x - C_2 \sin 2x$

$y(0) = -C_1 \cos 0 - C_2 \sin 0$

$y(0) = -C_1 - \cancel{C_2 \cdot 0}$

$(\cos 2x)' = (-\sin 2x) \cdot 2 = -2(\sin 2x)$

$y(0) = -C_1,$

$(\sin 2x)' = (\cos 2x) \cdot 2 = 2\cos 2x$

$y'(x) = (-C_1 \cos 2x)' - (C_2 \sin 2x)'$

$y'(x) = C_1 2 \sin 2x - C_2 2 \cos 2x$

$y'(0) = C_1 2 \sin 2 \cdot 0 - C_2 2 \cos 2 \cdot 0$

$= C_1 2 \sin 0 - C_2 2 \cos 0$

$= -C_2 \cdot 2 \cdot 1 = -C_2 \cdot 2 = -2C_2$

15

$\cancel{20}$

$\cancel{18}$

$-C_1 = 0$

$-2C_2 = 2$

RJEŠENJE?

$-2C_2 = 2 \;/ : (-2)$

$C_2 = -1$

$\boxed{y(x) = -(-1)\sin(2x) = \sin(2x)}$

$y(0) = 0$

dosta ...

PROVJERA

$y'(x) = 2\cos(2x)$

$y'(0) = 2$

Popuniti odmah!

Ime i prezime: STIPE ŠPANJA **Broj indeksa:** 17-2-0012-2010

85

Datum: 22. 9. 2011. Vrijeme: od 10 : 00 do .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Integriranjem odrediti površinu trokuta koji je zadan točkama $A(-1,-1)$, $B(0,1)$ i $C(2,2)$. 15
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. Odrediti $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. 15
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{x^3}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li (i zašto) postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15
4. Istražiti domenu i lokalne ekstreme funkcije $f(x,y) = x - y + \dfrac{1}{xy}$. ~~20~~ 5
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $\sqrt[3]{x}\, y\, y' = 1 - x^2$ 20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: 15

$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 2$$

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA BROJ INDEKSA: 17-2-0012-2010

1. $A(-1,-1)$ $\quad$ $(y-y_1)(x_2-x_1)=(y_2-y_1)(x-x_1)$

$B(0,1)$

$C(2,2)$

AB:

$(y+1)(0+1)=(1+1)(x+1)$

$y+1=2x+2$

$y=2x+1$

BC:

$(y-1)(2-0)=(2-1)(x-0)$

$2y-2=x$

$2y=x+2$

$y=\frac{1}{2}x+1$

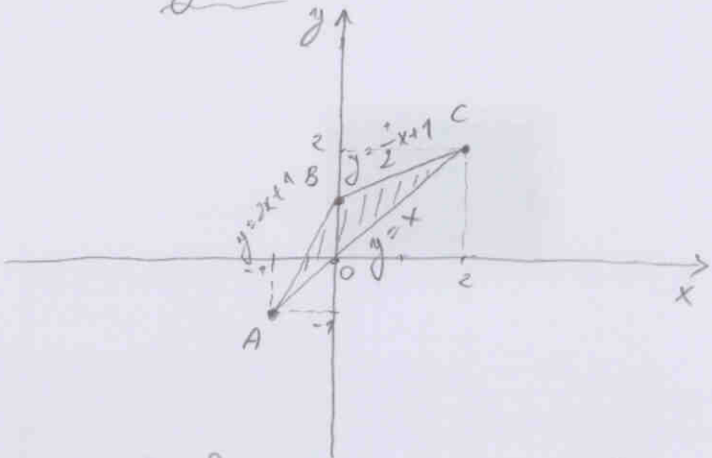
AC:

$(y+1)(2+1)=(2+1)(x+1)$

$3y+3=3x+3$

$3y=3x$

$y=x$



$\int -\frac{1}{2}x\,dx$

$=-\frac{1}{2}\int x\,dx=-\frac{1}{2}\frac{x^2}{2}+c$

$P_1=\int_{-1}^{0}(2x+1-x)\,dx=\int_{-1}^{0}(x+1)\,dx=\left(\frac{x^2}{2}+x\right)_{-1}^{0}=\frac{0}{2}+0-\left(\frac{1}{2}-1\right)$

$=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$

$P_2=\int_{0}^{2}\left(\frac{1}{2}x+1-x\right)dx=\int_{0}^{2}\left(-\frac{1}{2}x+1\right)dx=\left(-\frac{1}{2}\frac{x^2}{2}+x\right)_0^2=\left(-\frac{x^2}{4}+x\right)_0^2$

$=\left(-\frac{4}{4}+2\right)-\left(-\frac{0}{4}+0\right)=-1+2+0=1$

$P=P_1+P_2$

$P=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}=1,5$ ✓

15

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA BROJ INDEKSA: 17-2-0012-2010

6. $y'' + 4y = 0$ $y(0) = 0$

$y'(0) = 2$

$r^2 + 4 = 0$

$r^2 = -4 \quad /\sqrt{\ }$

$r = \pm 2i$ $\alpha = 0$

$\beta = 2$

$y_H = e^{0 \cdot x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$

$y_H = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$

$0 = C_1 \cos 0 + C_2 \sin 0$

$0 = C_1$

$\boxed{C_1 = 0}$

$y'_H = -2C_1 \sin 2x + 2C_2 \cos 2x$

$2 = -2C_1 \sin 0 + 2C_2 \cos 0$

$2 = 2C_2$

$\boxed{C_2 = 1}$

15

$\underline{y = \sin 2x}$

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA BROJ INDEKSA: 17-2-0012-2010

5. $\sqrt[3]{x}\, y y' = 1 - x^2 \quad / : \sqrt[3]{x}$

$y y' = \frac{1-x^2}{\sqrt[3]{x}}$

$y y' = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{x^2}{\sqrt[3]{x}}$ $\qquad 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

$y \frac{dy}{dx} = x^{-\frac{1}{3}} - x^{\frac{5}{3}} \quad / \cdot dx$

$\int y\, dy = \int (x^{-\frac{1}{3}} - x^{\frac{5}{3}}) dx$

20

$\frac{y^2}{2} = \frac{x^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} - \frac{x^{\frac{8}{3}}}{\frac{8}{3}} + c$

$\frac{y^2}{2} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} - \frac{3}{8} \sqrt[3]{x^8} + c \quad / \cdot 2$

$y^2 = 3 \sqrt[3]{x^2} - \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^8} + c \quad / \sqrt{\ }$

$y = \pm\sqrt{3 \sqrt[3]{x^2} - \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^8} + c}$

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA BROJ INDEKSA: 17-2-0012-2010

4. $f(x,y) = x - y + \frac{1}{xy}$

$Df = \{(x,y) : x \neq 0, y \neq 0\}$

$\frac{\partial f}{\partial x} = 1 + \frac{1}{y}\left(-\frac{1}{x^2}\right) = 1 - \frac{1}{x^2 y}$ ✓

$\frac{\partial f}{\partial y} = -1 + \frac{1}{x}\left(-\frac{1}{y^2}\right) = -1 - \frac{1}{xy^2}$ ✓

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -\frac{1}{y}\cdot\left(-\frac{2x}{x^4}\right) = \frac{2x}{x^4 y}$ ✓

$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -\frac{1}{x}\left(-\frac{2y}{y^4}\right) = \frac{2y}{xy^4}$ ✓

$\frac{\partial f}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{x^2}\left(-\frac{1}{y^2}\right) = \frac{1}{x^2y^2}$ ✓

$$\left.\begin{aligned} 1 - \frac{1}{x^2 y_1} &= 0 \,/\cdot x^2 y \\ -1 - \frac{1}{xy^2} &= 0 \,/\cdot xy^2 \end{aligned}\right\}$$

$x^2 y - 1 = 0 \rightarrow x^2 y = 1, \; y = \frac{1}{x^2}$ ✓

$-xy^2 - 1 = 0$

$-x \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 - 1 = 0$

$-\cancel{x} \cdot \frac{1}{x^{4\,3}} - 1 = 0$

$-\frac{1}{x^3} - 1 = 0$ ✓

$-\frac{1 - x^3}{x^3} = 0 \,/\cdot x^3$ ✗

$-1 + x^3 = 0$

$x^3 = 1 \,/\sqrt[3]{}$

$x = 1$

$y = \frac{1}{1} = 1$

$T(1,1)$ ✗

$\boxed{\text{UVRSTI I PROVJERI}}$

5

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1,1) = \frac{2}{1\cdot 1} = \frac{2}{1} = 2$ $A = 2$

$B = 1$

$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(1,1) = \frac{2}{1\cdot 1} = \frac{2}{1} = 2$ $C = 2$

$\frac{\partial f}{\partial x \partial y}(1,1) = \frac{1}{1\cdot 1} = 1$

$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 1 = 3 > 0$

∃ ekstrem

$A > 0$, minimum

$Z_{min}(1,1) = 1 - 1 + \frac{1}{1\cdot 1} = \cancel{1} - \cancel{1} + 1 = \underline{1}$

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA   BROJ INDEKSA: 17-2-0072-2010

3. $f(x,y) = \dfrac{x^3}{y}$ $y \neq 0$

$Df = \{(x,y) : y \neq 0\}$

15

KODOMENA: $\dfrac{x^3}{y} = c \;/\cdot y$, $c \in \mathbb{R}$

$x^3 = cy$

$y = \dfrac{x^3}{c}$

$Im f = \mathbb{R}$

$y = \dfrac{x^3}{c}$

$c = 1$ $y = x^3$

$c = 2$ $y = \frac{1}{2}x^3$

$c = -1$ $y = -x^3$

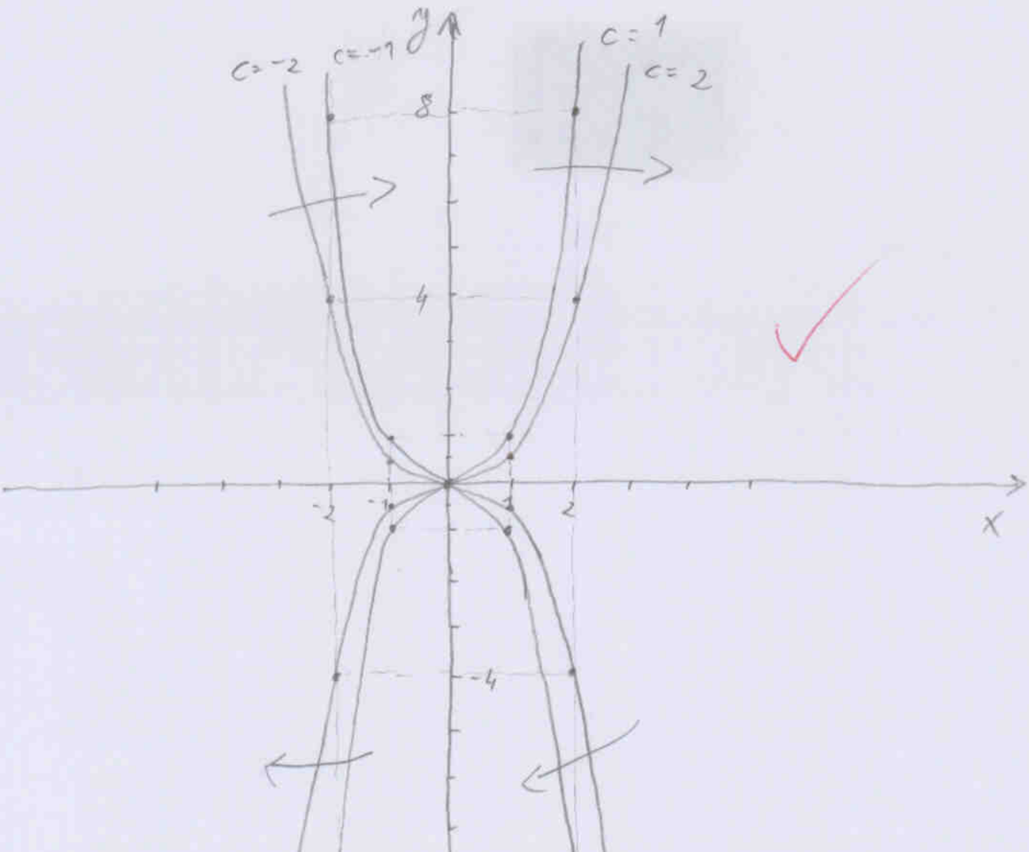
$c = -2$ $y = -\frac{1}{2}x^3$

x	0	1	2	-2	-1
y	0	1	8	-8	-1

x	0	1	2	-2	-1
y	0	$\frac{1}{2}$	4	-4	$-\frac{1}{2}$

x	0	1	2	-2	-1
y	0	-1	-8	8	1

x	0	1	2	-2	-1
y	0	$-\frac{1}{2}$	-4	4	$\frac{1}{2}$



$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ ne postoji jer se razinske krivulje sijeku u točki $T(0,0)$.

IME I PREZIME: STIPE ŠPANJA BROJ INDEKSA: 17-2-0012-2010

2. $\int \frac{1}{\sqrt{x+1}}dx = \begin{bmatrix} x+1=t \\ dx=dt \end{bmatrix} = \int \frac{dt}{\sqrt{t}} = \int t^{-\frac{1}{2}}dt = \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}$

$= 2(x+1)^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{x+1}$

$\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{x+1}}dx = \left(2\sqrt{x+1}\right)_{-1}^{1} = 2\sqrt{1+1} - \left(2\sqrt{-1+1}\right) = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{0}$
$= 2\sqrt{2}$

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ $\quad \sqrt{x+1} \neq 0 \ /^2$ $\quad x+1 \geq 0$
$x+1 \neq 0$ $\quad x \geq -1$
$x \neq -1$

-1

$Df = \langle -1, +\infty \rangle$

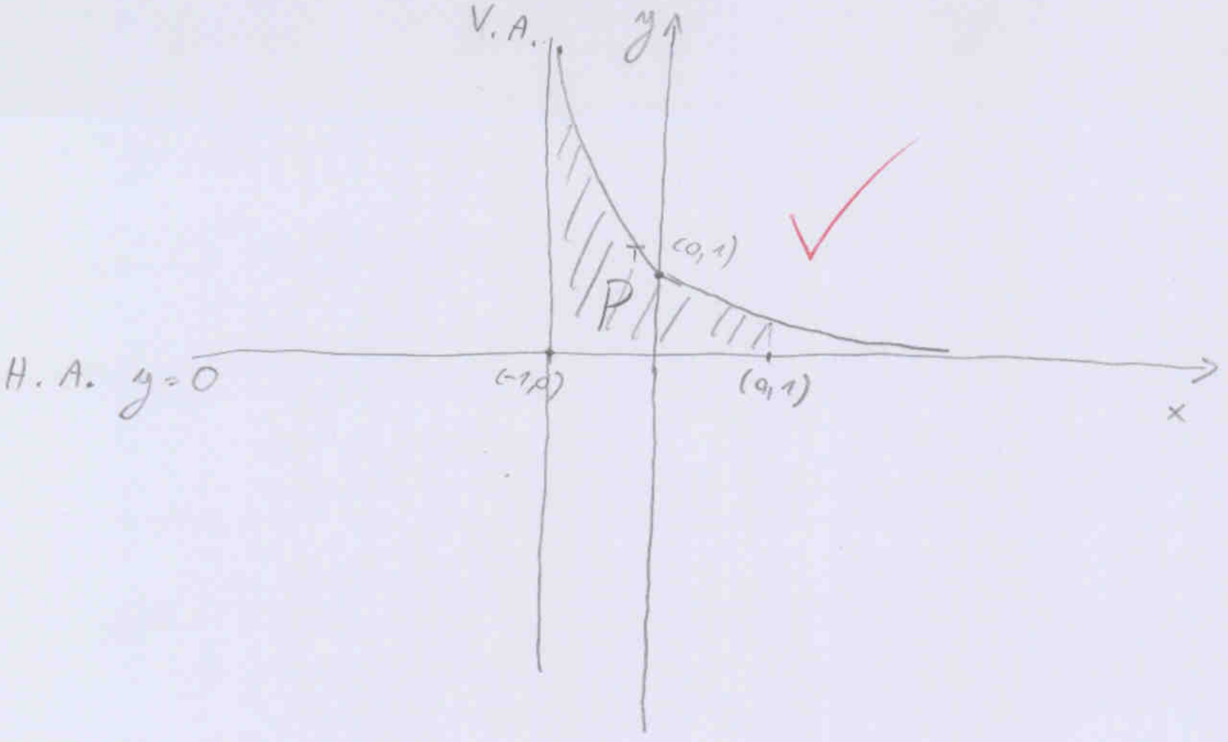
$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \lim \frac{1}{\sqrt{-1+\alpha+1}} = \lim \frac{1}{\sqrt{0}} = \lim \frac{1}{0} = +\infty$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \lim \frac{1}{\sqrt{\infty+1}} = \frac{1}{\sqrt{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$

NULTOČKE: $f(x) = 0$
$\sqrt{x+1} \neq 0 \Rightarrow$ NEMA NULTOČAKA
$1 \neq 0$

15

S_y: $x = 0$ $\quad y = \frac{1}{\sqrt{0+1}} = \frac{1}{1} = 1$ $\quad T(0,1)$



Popuniti odmah!

Ime i prezime: FRANE DUNAT **Broj indeksa:** 17-2-0020

35

Datum: 22. 9. 2011 Vrijeme: od 8:40 do 9:55.

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Integriranjem odrediti površinu trokuta koji je zadan točkama $A(-1,-1)$, $B(0,1)$ i $C(2,2)$. 15

2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. Odrediti $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. 15

3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{x^3}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li (i zašto) postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? ~~15~~ 5

4. Istražiti domenu i lokalne ekstreme funkcije $f(x,y) = x - y + \dfrac{1}{xy}$. ~~20~~

5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $\sqrt[3]{x}\,y\,y' = 1 - x^2$ 20

6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: 15

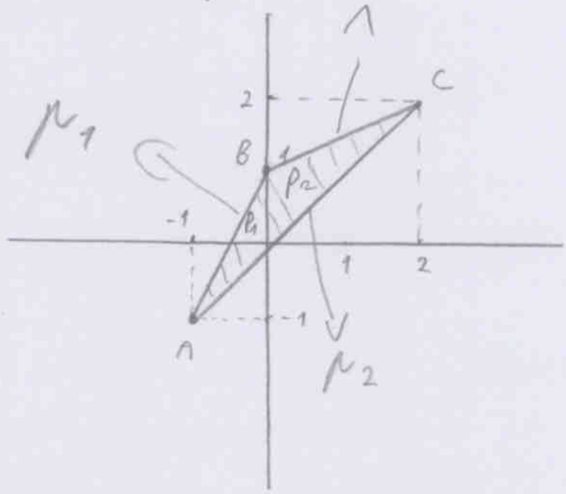
$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 2$$

IME I PREZIME: FRANE DUNAT BROJ INDEKSA: 17-2-0020

1) $A(-1,-1)$, $B(0,1)$, $C(2,2)$

$P = P_1 + P_2$

$P = \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$ //



$\overset{x_1 \; y_1}{A(-1,-1)}$

$\overset{x_2 \; y_2}{B(0,1)}$

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$y - (-1) = \frac{1-(-1)}{0-(-1)}(x-(-1))$

$y + 1 = \frac{2}{1}(x+1)$

$y + 1 = 2x + 2$

$y = 2x + 2 - 1$

$y = 2x + 1 \Rightarrow p_1$

$\overset{x_1 \; y_1}{A(-1,-1)}$

$\overset{x_2 \; y_2}{C(2,2)}$

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$y - (-1) = \frac{2-(-1)}{2-(-1)}(x-(-1))$

$y + 1 = \frac{3}{3}(x+1)$

$y + 1 = 1(x+1)$

$y + 1 = x + 1$

$y = x + 1 - 1$

$y = x \Rightarrow p_2$

$\overset{x_1 \; y_1}{B(0,1)}$

$\overset{x_2 \; y_2}{C(2,2)}$

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$y - 1 = \frac{2-1}{2-0}(x-0)$

$y - 1 = \frac{1}{2}(x)$

$y = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow p_3$

IME I PREZIME: FRANE DUNAT BROJ INDEKSA: 17-2-0020

$$P_1 = \int_{-1}^{0} ((2x+1)-(x))\,dx = \int_{-1}^{0} (2x+1-x)\,dx = \int_{-1}^{0} (x+1)\,dx =$$

$$= \left(\frac{x^2}{2} + x\right)\Big|_{-1}^{0} = \left(\frac{0}{2}+0\right) - \left(\frac{1}{2}-1\right) = -\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{2}\right) = -\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$P_2 = \int_{0}^{2} \left(\left(\frac{1}{2}x+1\right)-(x)\right)dx = \int_{0}^{2}\left(\frac{1}{2}x+1-x\right)dx = \int_{0}^{2}\left(-\frac{1}{2}x+1\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\cdot\frac{x^2}{2} + x\right)\Big|_{0}^{2} = \left(-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{2}+2\right) - \left(-\frac{1}{2}\cdot\frac{0}{2}+0\right) = -\frac{4}{4}+2 = -1+2 = 1$$

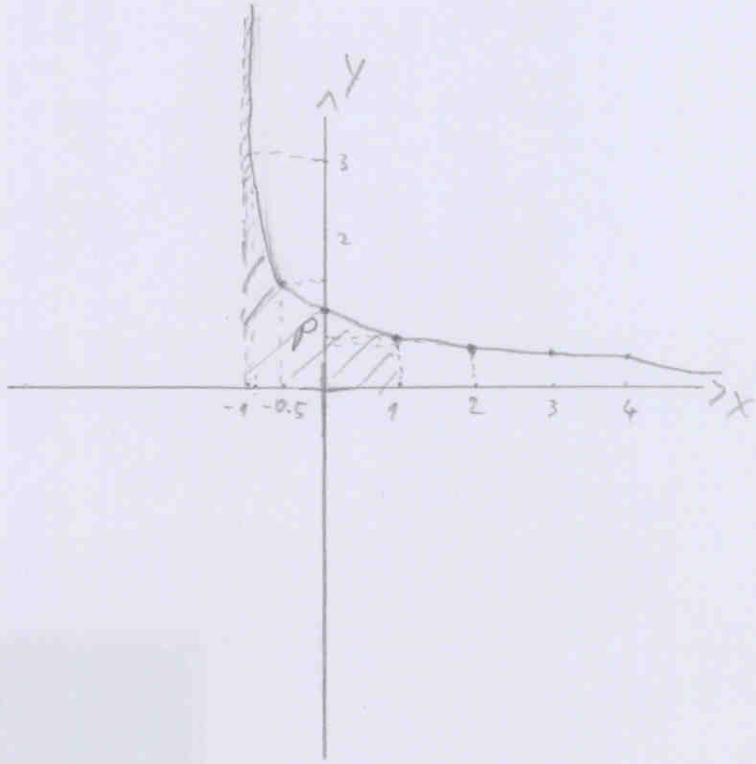
$$P_1 + P_2 = \frac{3}{2}$$

15

Ime i prezime: FRANE DUNAT Broj indeksa: 17-2-0020

2. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

x	0	1	2	3	-0.9	-0.5	4
$y=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$	1	0.7	0.6	0.5	3.2	1.4	0.4



$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{x+1}}\,dx = \left| \begin{matrix} x+1=t \\ dx=dt \end{matrix} \right| = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{t}}\,dt = \int_{-1}^{1} \frac{1}{t^{\frac{1}{2}}}\,dt = \int_{-1}^{1} t^{-\frac{1}{2}}\,dt =$$

$$= \left(\frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right)\Bigg|_{-1}^{1} = \left(\frac{(x+1)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right)\Bigg|_{-1}^{1} = \left(\frac{\sqrt{x+1}}{\frac{1}{2}}\right)\Bigg|_{-1}^{1} = \left(\frac{\sqrt{1+1}}{\frac{1}{2}}\right) - \left(\frac{\sqrt{-1+1}}{\frac{1}{2}}\right) =$$

0

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}\right) - 0 = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2}$$

15

IME I PREZIME: FRANE DUNAT BROJ INDEKSA: 17-2-0020

3. $f(x,y) = \frac{x^3}{y}$

$Df \in \mathbb{R} : \mathbb{R} / \{ y \neq 0 \}$ ✓ $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \setminus \{(x,y) : y = 0\}$

KODOMENA JE $\mathbb{R}$ ✓ $\underline{5}$

$\lim_{(x,y) \to (0,0)} f(x,y) = \lim_{(x,y) \to (0,0)} \frac{x^3}{y} = \frac{0^3}{0} = 0$ LIMES POSTOJI

Ime i prezime: FRANE DUNAT Broj indeksa: 17-2-0020

(4) $f(x,y) = x - y + \frac{1}{xy}$

$f'(x,y)_x = 1 - 0 + \frac{1}{y}$

$f'(x,y)_x = 1 + \frac{1}{y}$

$f'(x,y)_y = 0 - 1 + \frac{1}{x}$

$f'(x,y)_y = -1 + \frac{1}{x}$

$f''(x,y)_{xx} = 0$

$f''(x,y)_{xy} = \frac{1}{y^2}$

$f''(x,y)_{yx} = -\frac{1}{x^2}$

$f''(x,y)_{yy} = 0$

0

$1 + \frac{1}{y} = 0$

$-1 + \frac{1}{x} = 0$

$\frac{1}{y} = -1 \quad / \cdot y$

$\frac{1}{x} = 1 \quad / \cdot x$

$1 = -y \quad / \cdot (-1)$

$1 = x$

$y = -1$

$x = 1$

$A(1,-1)$

$H_A = \begin{vmatrix} 0 & -\frac{1}{y^2} \\ -\frac{1}{x^2} & 0 \end{vmatrix} = 0 - (-1 \cdot (-1)) = -1$

TOČKA NIJE EKSTREM

$D_f \in \mathbb{R}^2 : \begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: MARIN MARAŠ BROJ INDEKSA: 57651

DATUM: VRIJEME: OD DO

10

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

	Broj ↓ bodova
1. Integriranjem odrediti površinu trokuta koji je zadan točkama $A(-1,-1)$, $B(0,1)$ i $C(2,2)$.	15
2. Zadano je $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$. Odrediti $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.	15
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y)=\frac{x^3}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li (i zašto) postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$?	~~15~~ 10
4. Istražiti domenu i lokalne ekstreme funkcije $f(x,y)=x-y+\frac{1}{xy}$.	20
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $\sqrt[3]{x}\,y\,y'=1-x^2$	20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: $y''+4y=0,\quad y(0)=0,\ y'(0)=2$	15

3) $f(x,y)=\frac{x^3}{y}$ $\quad D_f\ \{(x,y): y\neq 0\}$ ✓

10

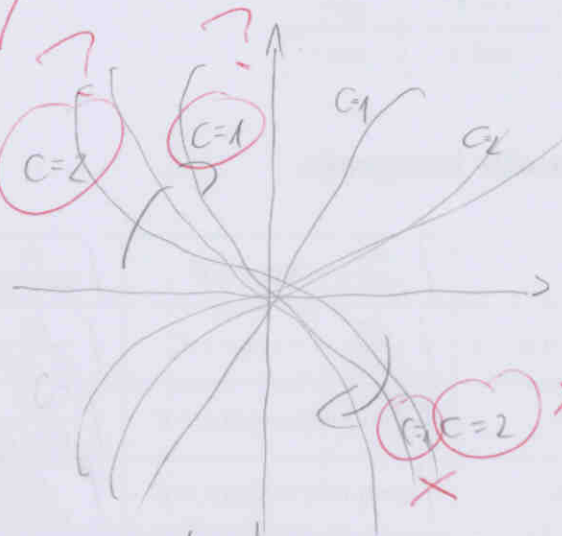
$D(x)=\{(\frac{x}{y}, y\neq 0\}$ ✓

$C=1 \qquad y=x^3$

$C=2 \qquad y=\frac{x^3}{2}$

$C=4 \qquad y=\frac{x^3}{4}$

$C=8 \qquad y=\frac{x^3}{8}$



Limes ne postoji jer se u točki (0,0) sijeku različite razinske krivulje ✓

Popuniti odmah!

Ime i prezime: KREŠIMIR KERO **Broj indeksa:** 56321 - 2008 0269023378

Datum: Vrijeme: od do

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Integriranjem odrediti površinu trokuta koji je zadan točkama $A(-1,-1)$, $B(0,1)$ i $C(2,2)$. 15
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. Odrediti $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$. 15
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \frac{x^3}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li (i zašto) postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15
4. Istražiti domenu i lokalne ekstreme funkcije $f(x,y) = x - y + \frac{1}{xy}$. 20
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $\sqrt[3]{x}\,y\,y' = 1 - x^2$ 20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: 15

$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 2$$

1) $A(\overset{x}{-1},\overset{y}{-1}),\ B(\overset{x}{0},\overset{y}{1})\ C(\overset{x}{2},\overset{y}{2})$

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$P_{AB} = y - (-1) = \frac{1-(-1)}{0-(-1)} \cdot (x-(-1))$

$P_{AB} = y+1 = \frac{1+1}{0+1} \cdot (x+1)$

$P_{AB} = y+1 = \frac{2}{1}(x+1)$

$P_{AB} = y+1 = 2x+2$

$P_{AB} = y = 2x+2-1$

$P_{AB} = y = 2x+1$

$P = P_1 - P_2$

$P_{BC} = y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$

$P_{BC} = y - 1 = \frac{2-1}{2-0} \cdot (x-0)$

$P_{BC} = y - 1 = \frac{1}{2}(x-0)$

$P_{BC} = y - 1 = \frac{1}{2}x$

$P_{BC}\ y = \frac{1}{2}x + 1$

$P = P_{AB} - P_{BC} = \int_{-1}^{0} 2x+1 - \int_{0}^{2} \frac{1}{2}x+1$

$P = 2\int_{-1}^{0} dx + 1 - \frac{1}{2}\int_{0}^{2} dx + 1$

$P = 2 \cdot (0+1-(-1)+1) - \frac{1}{2} \cdot (2+1-(0+1))$

$P = 2 \cdot (1+1+1) - \frac{1}{2} \cdot (3-1)$

$P = 6 - \frac{1}{2} \cdot 2 = 6 - 1 = 5$ kv. jed.

VIDI DUNAT

Popuniti odmah!

IME I PREZIME: Kristina Dragaš BROJ INDEKSA:

DATUM: VRIJEME: OD DO .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Integriranjem odrediti površinu trokuta koji je zadan točkama $A(-1,-1)$, $B(0,1)$ i $C(2,2)$. 15

2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. Odrediti $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. 15

3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{x^3}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li (i zašto) postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15

4. Istražiti domenu i lokalne ekstreme funkcije $f(x,y) = x - y + \dfrac{1}{xy}$. 20

5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $\sqrt[3]{x}\,y\,y' = 1 - x^2$ 20

6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: 15

$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 2$$

Popuniti odmah!
IME I PREZIME: Lovre Nikitović **BROJ INDEKSA:** 17-2-0035-2010

DATUM: VRIJEME: OD DO .

MATEMATIKA 2: Trajanje 120 minuta. Ispit se održava sukladno objavljenim pravilima. Na snazi je Pravilnik o stegovnoj odgovornosti studenata.

Broj ↓ bodova

1. Integriranjem odrediti površinu trokuta koji je zadan točkama $A(-1,-1)$, $B(0,1)$ i $C(2,2)$. 15
2. Zadano je $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. Odrediti $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. Skicirati graf funkcije f i površinu koja je određena integralom $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. 15
3. Grafički prikazati funkciju $f(x,y) = \dfrac{x^3}{y}$ pomoću razinskih krivulja. Koja je domena i kodomena ove funkcije? Strelicama označiti smjer rasta funkcije. Da li (i zašto) postoji limes $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? 15
4. Istražiti domenu i lokalne ekstreme funkcije $f(x,y) = x - y + \dfrac{1}{xy}$. 20
5. Riješiti diferencijalnu jednadžbu: $\sqrt[3]{x}\, y\, y' = 1 - x^2$ 20
6. Pronaći partikularno rješenje koje zadovoljava sljedeće jednadžbe: 15

$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 2$$

4. $f(x,y) = x - y + \frac{1}{xy}$

$\partial_x f = 1 - \frac{1}{x^2 y}$ ✓

$\partial_{xx} f = \frac{2}{x^3 y}$ ✓

$\partial_{xy} f = \frac{2}{x^2 y^2}$ ✓

$\partial_y f = -1 - \frac{1}{xy^2}$ ✓

$\partial_{yy} f = -1 + \frac{2}{xy^3}$ ✗

$1 - \frac{1}{x^2 y} = 0$

$-1 - \frac{1}{xy^2} = 0$

$1 = \frac{1}{x^2 y} \to x^2 y = 1 \,/ (x^2)$

$y = \frac{1}{x^2}$

$-1 = \frac{1}{xy^2}$

$-xy^2 = 1$

$-x \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 1$

$-x \left(\frac{1}{x^4}\right) = 1$

$-\frac{x}{x^4} = 1$

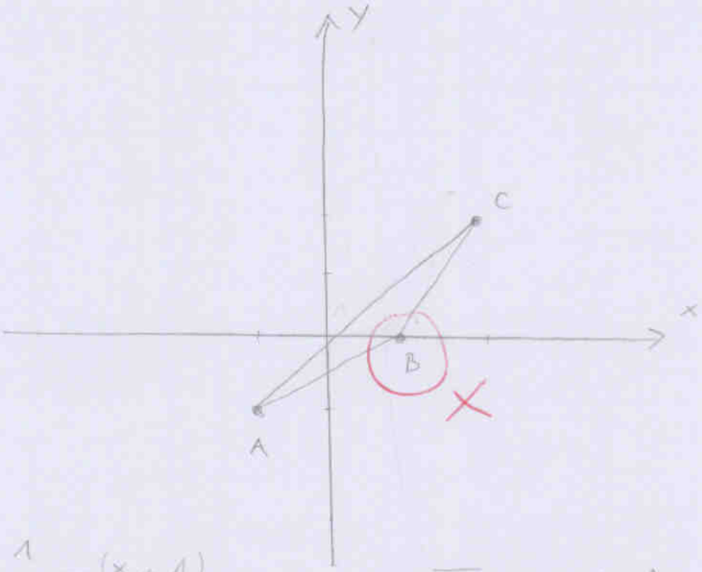
$-\frac{1}{x^3} = 1$

RJEŠENJE?

Ø

Ime i prezime: Lovre Milutović **Broj indeksa:** 17-2-0035-2010

1. A(-1, -1) B(0, 1) C(2, 2)



X

$\overline{AB}$.... $y+1 = \frac{1+1}{0+1}(x+1)$

$y+1 = 2(x+1)$

$y+1 = 2x+2$

$y = 2x+2-1$

$\boxed{y = 2x+1}$

$\overline{BC}$.... $y-1 = \frac{2-1}{2-0}(x-0)$

$y-1 = \frac{1}{2}(x-0)$

$y-1 = \frac{1}{2}x$

$\boxed{y = \frac{1}{2}x - 1}$

$\overline{AC}$.... $y+1 = \frac{2+1}{2+1}(x+1)$

$y+1 = \frac{3}{3}(x+1)$

$y+1 = 1(x+1)$

$y+1 = x+1$

$y = x+1-1$

$\boxed{y = x}$

$P = P_1 + P_2$

$P_1 = \int_{-1}^{1}[x-(2x+1)]\,dx = \int_{-1}[x-2x-1]\,dx$

$P_1 = \frac{x^2}{2} - \frac{2x^2}{2} - x \Big|_{-1}^{1}$ $\quad P_1 = \frac{1^2}{2} - 1^2 - 1 - \left(\frac{-1^2}{2} - (-1)^2 - (-1)\right)$

$P_1 = \frac{1}{2} - 1 - 1 - \left(\frac{1}{2} - 1 + 1\right)$

$P_1 = \cancel{\frac{1}{2}} - 1 - 1 - \cancel{\frac{1}{2}} + \cancel{1} - \cancel{1} = -2$ NEGATIVNO ?

X ∅

$P_2 = \int_1^2 [x - (\frac{1}{2}x - 1)]\,dx \quad P_1 = \int_1^2 [x - \frac{1}{2}x + 1]\,dx \quad P_2 = x^2 - \frac{1}{2}\frac{x^2}{2} + 1 \Big|_1^2$

$P_2 = 2^2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{2^2}{2} + 1 - \left(1^2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{1^2}{2} + 1\right) = 4 - \frac{1}{2}\cdot 2 + 1 - \left(1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + 1\right)$

$= 4 - 1 + 1 - \left(1 - \frac{1}{4} + 1\right)$

$= 4 - \cancel{1} + \cancel{1} - 1 - \frac{1}{4} + 1 = \frac{16-1}{4} = \frac{15}{4}$

$P = P_1 + P_2 = -2 + \frac{15}{4} = \frac{-8+15}{4} = \frac{7}{4}$

$P = 1.5$

IME I PREZIME: Lovre Nikitović BROJ INDEKSA: 17-2-0035-2010

2. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ $\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx$ $x+1=t$

$1\,dx = dt$

$\int_{-1}^{1} \frac{dt}{\sqrt{t}} = \int_{-1}^{1} t^{-\frac{1}{2}} dt = t^{\frac{1}{2}} \Big/_{-1}^{1}$ ✓ X

$-\frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$

$= \sqrt{x+1} \Big/_{-1}^{1} = \sqrt{1+1} - (\sqrt{-1+1})$

$= \sqrt{2} - \sqrt{0} = \sqrt{2}$ X

SKICA?

$\cancel{0}$